

Вищий навчальний заклад Укоопспілки |  
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»  
(ПУЕТ)

Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького  
Київський національний торговельно-економічний університет

# **СУЧАСНЕ МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО ТА ТОВАРОЗНАВСТВО: ТЕОРІЯ, ПРАКТИКА, ОСВІТА**

**Матеріали  
VI Міжнародної науково-практичної  
інтернет-конференції**

*(м. Полтава, 14-15 березня 2019 року)*



Вищий навчальний заклад Укоопспілки  
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»  
(ПУЕТ)

Черкаський національний університет  
імені Богдана Хмельницького

Київський національний  
торговельно-економічний університет

**СУЧАСНЕ МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО  
ТА ТОВАРОЗНАВСТВО: ТЕОРІЯ,  
ПРАКТИКА, ОСВІТА**

МАТЕРІАЛИ

VI Міжнародної науково-практичної  
інтернет-конференції

*(м. Полтава, 14–15 березня 2019 року)*

Полтава  
ПУЕТ  
2019

**Програмний комітет:**

*О. О. Нестуля*, голова програмного комітету, д. і. н., професор, ректор Вищого навчального закладу Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» (ПУЕТ);  
*А. А. Мазаракі*, д. е. н., професор, ректор Київського національного торговельно-економічного університету, дійсний член Національної академії педагогічних наук України, заслужений діяч науки і техніки України;  
*О. В. Черевко*, д. е. н., професор, ректор Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького;  
*П. О. Куцик*, к. е. н., професор, ректор Львівського торгово-економічного університету;  
*С. М. Лебедєва*, д. е. н., професор, ректор Білоруського торгово-економічного університету споживчої кооперації;  
*Е. Б. Сидинов*, д. і. н., професор, ректор Євразійського національного університету імені Л. М. Гумільова;  
*Л. А. Шага*, д. е. н., професор, ректор кооперативно-торгового університету Молдови;  
*Х. Н. Факеров*, д. е. н., професор, ректор Таджикиського державного університету комерції.

**Організаційний комітет:**

*С. В. Гаркуша*, голова організаційного комітету, д. т. н., професор, проректор із наукової роботи ПУЕТ;  
*Г. М. Кожушко*, заступник голови організаційного комітету, д. т. н., професор, професор кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*Г. В. Сахно*, заступник голови організаційного комітету, д. х. н., с. н. с., професор кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*Г. О. Бірма*, д. с.-г. н., професор, завідувач кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*В. М. Сорокін*, д. т. н., професор, заступник директора з наукової роботи Інституту фізики напівпровідників імені В. Є. Лашкарьова НАНУ, член-кореспондент НАНУ;  
*О. О. Іщенко*, д. х. н., професор, завідувач відділу Інституту органічної хімії НАНУ, член-кореспондент НАНУ;  
*С. Я. Кучмії*, д. х. н., професор, завідувач відділу фотохімії Інституту фізичної хімії імені Л. В. Писаржевського НАНУ, член-кореспондент НАНУ;  
*П. Н. Бараїшків*, д. х. н., професор, директор із наукової роботи MICRO-TRACERS Inc. Сан-Франциско (США);  
*П. В. Мережко*, д. т. н., професор, завідувач кафедри товарознавства та експертизи непродовольчих товарів Київського національного торговельно-економічного університету, академік Української технологічної академії;  
*Б. П. Мінаєв*, д. х. н., професор, завідувач кафедри хімії та наноматеріалознавства Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького, заслужений діяч науки і техніки України;  
*Г. І. Довбенко*, д. ф.-м. н., професор, керівник відділу біологічних систем Інституту фізики НАНУ;  
*І. С. Іргібаєва*, д. х. н., професор, професор кафедри хімії Євразійського національного університету імені Л. М. Гумільова (Республіка Казахстан);  
*П. І. Остапенко*, д. ф.-м. н., професор, Інститут фізики НАНУ;  
*Г. В. Баричиніков*, PhD, Вища королівська технічна школа Стокгольму (Швеція);  
*Л. М. Губа*, к. т. н., доцент, доцент кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*Ю. О. Басова*, к. т. н., доцент, доцент кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*Ю. Г. Бургу*, к. с.-г. н., доцент, доцент кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ;  
*О. О. Горячова*, к. т. н., доцент, доцент кафедри товарознавства, біотехнології, експертизи та митної справи ПУЕТ.

С91

**Сучасне матеріалознавство та товарознавство: теорія, практика, освіта: матеріали VI Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Полтава, 14–15 березня 2019 року).** – Полтава: ПУЕТ, 2019. – 324 с. – Текст: укр., англ., рос.

ISBN 978-966-184-341-6

У матеріалах конференції розглянуто актуальні теоретичні та практичні питання, пов'язані з розвитком матеріалознавства й товарознавства в Україні та за її межами в контексті світових досягнень науки і техніки.

УДК 620.22+[658.62:005.52](043.2)

*Розраховано на вчених, викладачів навчальних закладів, докторантів, аспірантів, магістрантів, а також фахівців, які займаються проблемами матеріалознавства та товарознавства.*

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідальні автори.*

ISBN 978-966-184-341-6

© Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі», 2019

<i>Пограбняк О. С.</i> Спектрофотометричне визначення ацетат-іона 4-тіоціано-N,N-диметиланіліном.....	62
<i>Стороженко Д. О., Дрючко О. Г., Буякіна Н. В., Іваницька І. О., Нікіфорова Л. І., Китайгора К. О., Голубятніков Д. В.</i> Формування перовскітоподібних фаз 4f- і 3d-елементів для каталітичних мембранних реакторів .....	64
<i>Шафорост Ю. А., Бойко В. І., Галаган Р. Л., Липовецька В. В.</i> Вилучення хімічних речовин в процесі переробки шламів вікозного волокна.....	67
<i>Шевченко О. П., Лут О. А., Аксіментьєва О. І.</i> Електропровідність водно-органічних розчинів сульфанілової кислоти .....	70
<i>Шурдук А. І., Фомкіна О. Г., Кошова О. П.</i> Зв'язані стани електронів у полі двох домішкових атомів у двовимірних електронних системах.....	73

## **СЕКЦІЯ 2**

<i>Kravchenko S. A.</i> Perfection of system of quality management on the basis of management of risks .....	80
<i>Maistrenko K., Yudicheva O.</i> Commodity analysis of bakery products: pumpnickel .....	85
<i>Бертінова Л. В.</i> Дослідження реквізитів маркування напівкомбінезона для новонароджених ТМ «ДЕМІ».....	86
<i>Бородай А. Б., Тільна О.</i> Показники якості та безпеки йогуртів .....	88
<i>Василець К. К., Соколова Є. Б.</i> Сучасні методи переробки плодів хеномелесу.....	91
<i>Вишневська О. А., Москаленко В. М.</i> Формування та управління торговим асортиментом в роздрібній торговельній мережі.....	93
<i>Вишнікіна О. В., Лихолат О. А.</i> Оцінка якості та безпечності бутильованої води .....	98

Наукове видання

Колектив авторів

**СУЧАСНЕ МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО  
ТА ТОВАРОЗНАВСТВО: ТЕОРІЯ,  
ПРАКТИКА, ОСВІТА**

**МАТЕРІАЛИ**  
**VI Міжнародної науково-практичної**  
**інтернет-конференції**

*(м. Полтава, 14–15 березня 2019 року)*

Головний редактор *М. П. Гречук*  
Комп'ютерне верстання *О. С. Корніліч*

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 18,8.  
Тираж 50 пр. Зам. № 046/1288.

Видавець і виготовлювач  
Вищий навчальний заклад Укоопспілки  
«Полтавський університет економіки і торгівлі»,  
к. 115, вул. Ковалюка, 3, м. Полтава, 36014; ☎(0532) 50-24-81

Свідчення про внесення до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 3927 від 09.07.2010 р.

*А. І. Шурдук, к. ф.-м. н., доцент, shurdukai@gmail.com;  
О. Г. Фомкіна, к. пед. н., доцент, tomkina4@gmail.com;  
О. П. Кошова, к. пед. н., доцент  
Вищий навчальний заклад Укоопспілки  
«Полтавський університет економіки і торгівлі», Україна*

## **ЗВ'ЯЗАНІ СТАНИ ЕЛЕКТРОНІВ У ПОЛІ ДВОХ ДОМІШКОВИХ АТОМІВ У ДВОВИМІРНИХ ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ**

Останні чотири десятиліття характеризуються бурхливим розвитком досліджень плазмових технологій в твердих тілах. Вивченню цих явищ присвячено велика кількість наукових праць. Поряд з розвитком наукових досліджень накопичений багатий експериментальний матеріал, який дав розвитку плазмових технологій – сукупності методів отримання і обробки матеріалів з використанням нагрівання первинних продуктів в плазмовому потоці або їх переводу в плазмовий стан. Плазмова

– © ПУЕТ –

73

технологія дозволяє отримати різноманітні структури плазмових конденсатів – від аморфних до кристалічних, з різними розмірами та формою кристалів. Також плазмова технологія включає ряд надзвичайно важливих, економічно високорентабельних процесів нанесення зносостійких, жаровитривалих, корозійно-стійких та інших плазмових покриттів. Завдяки цьому можлива заміна дорогих та рідкісних металів та сплавів менш дефіцитним матеріалами з нанесення на них покриттями без зміни (чи навіть із значним підвищенням) ресурсу працездатності виробів. Використання плазмових технологій веде до формування принципово нових композиційних матеріалів, властивості яких не визначаються простим сумуванням характеристик основи та покриття, а виступають якісно новими.

Після відкриття двовимірного електронного газу в інверсійних шарах на границі напівпровідника і діелектрика, в гетероструктурах [1] пройшло декілька десятиліть. Але інтерес фізиків і технологів до цього об'єкту не згасає. Це зумовлено широким використанням систем з двовимірним електронним газом у техніці, розвитком розрахункових методів теоретичної фізики, відкриттям ряду нових ефектів, зокрема, квантового ефекту Холла, які відсутні у масивних провідниках.

Центральним питанням теорії двовимірного електронного газу є питання про його енергетичний спектр. Спектр двовимірних електронів у відсутності домішкових атомів вивчається інтенсивно. Вивчається також вплив домішок на кінетичні характеристики електронного газу [1]. Але розсіяння електронів провідності домішками, як правило, враховується лише у першому борнівському наближенні. Між тим домішкові атоми суттєво впливають на енергетичний спектр електронів. Зокрема,

вони зумовлюють існування домішкових станів електронів – локальних і квазілокальних [2, 3]. Ці стани необхідно враховувати при вивченні властивостей систем з двовимірним електронним газом.

Розглянемо електрони, які рухаються у площині  $z=0$ . Їх закон дисперсії у відсутності домішок будемо вважати квадратичним:

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m}, \quad (1)$$

де  $m$  – маса електрону,  $p$  і  $\varepsilon$  – його імпульс і енергія. В площині  $z=0$  розташовані два однакових домішкових атоми, які притягають електрони.

Їх радіус-вектори позначимо  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$ . В моделі Ліфшиця домішковий потенціал має вигляд

$$V = \sum_j |\langle \varphi_j | U_j | \varphi_j \rangle|,$$

де  $|\varphi_j \rangle$  – деякий вектор стану, величина  $U_j$  характеризує інтенсивність домішкового потенціалу в точці  $\vec{r}_j$ .

У випадку однакових домішкових атомів  $U_1 = U_2 = U_0$ . Ми конкретизуємо функцію  $\varphi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \varphi \rangle$ . Будемо вважати, що вона має гаусівський вигляд:

$$\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \exp\left(-\frac{r^2}{2a^2}\right). \quad (2)$$

Стала  $a$  характеризує «радіус» домішкового потенціалу. Відзначимо, що перехід від функції (2) до точкового потенціалу  $\vartheta_0 \delta(\vec{r})$  здійснюється за допомогою представлення  $\delta$ -функції Дірака

$$\delta(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi \varepsilon}} \exp\left(-\frac{x^2}{\varepsilon}\right).$$

При цьому

$$\vartheta_0 = 4\pi \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ U_0 \rightarrow \infty}} (a^2 U_0).$$

Рівняння для локальних рівнів електронів у полі двох домішкових атомів має вигляд [4]

$$\begin{vmatrix} U_0^{-1} - G_{11}(\varepsilon) & -G_{12}(\varepsilon) \\ -G_{21}(\varepsilon) & U_0^{-1} - G_{22}(\varepsilon) \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

де

$$G_{ij}(\varepsilon) = \langle \varphi_i | G(\varepsilon) | \varphi_j \rangle \quad (4)$$

– матричні елементи оператора резольвенти  $G(\varepsilon)$  вільного електрону з законом дисперсії (1). Матриця (4) зв'язана з функцією Гріна  $G(\vec{r}, \vec{r}'; \varepsilon)$  вільного електрону співвідношенням:

$$G_{ij}(\varepsilon) = \int d^2r \int d^2r' \varphi_i^*(\vec{r}) G(\vec{r}, \vec{r}'; \varepsilon) \varphi_j(\vec{r}'),$$

де  $\varphi_j(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \varphi_j \rangle$ . У двовимірному випадку

$$G(\vec{r}, \vec{r}'; \varepsilon) = \begin{cases} -\frac{m}{\pi \hbar^2} K_0\left(\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m|\varepsilon|} |\vec{r} - \vec{r}'|\right), & \varepsilon < 0, \\ -i \frac{m}{2\hbar^2} H_0^{(1)}\left(\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m\varepsilon} |\vec{r} - \vec{r}'|\right), & \varepsilon > 0, \end{cases}$$

де  $K_0$  – циліндрична функція уявного аргументу;  $H_0^{(1)}$  – функція Ганкеля;

$\hbar$  – квантова стала.

Використовуюючи умову повноти базисних векторів  $|\vec{r}\rangle$ , представимо матрицю (4) у вигляді:

$$G_{ij}(\varepsilon) = \frac{S}{(2\pi\hbar)^2} \int d^2 p \frac{C_i(\vec{p}) C_j^*(\vec{p})}{\varepsilon - \frac{p^2}{2m} + i0}, \quad (5)$$

де

$$C_j(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \int d^2 r \varphi_j(\vec{r}) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{p} \vec{r}\right) \quad (6)$$

– компонента Фур'є функції  $\varphi_j(\vec{r})$ ,  $S$  – площа, зайнята електронним газом. Функція (6) дорівнює

$$C_j(\vec{p}) = 2\sqrt{\frac{\pi}{S}} \exp\left(-\frac{a^2 p^2}{2\hbar^2} + \frac{i}{\hbar} \vec{p} \vec{r}_j\right).$$

Локальні рівні електрону розташовані в області  $\varepsilon < 0$ . У цьому випадку із формул (5) і (6) знаходимо:

$$G_{11}(\varepsilon) = G_{22}(\varepsilon) = -\frac{1}{\varepsilon_0} \exp\left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}\right) E_1\left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}\right), \quad (7)$$

$$G_{12}(\varepsilon) = G_{21}(\varepsilon) =$$

$$-\frac{2}{\varepsilon_0} \exp\left(\frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_0}\right) \left[ K_0\left(\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m|\varepsilon|} \rho\right) - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\rho}{\tau}} \frac{d\tau}{\tau} e^{-|\varepsilon|\tau} \exp\left(-\frac{m\rho^2}{2\hbar^2\tau}\right) \right], \quad (8)$$

де  $\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2}{2ma^2}$ ,  $E_1(z) = \int_z^\infty dx \frac{e^{-x}}{x}$  – інтегральна показникова функція,  $\rho = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$  – відстань між домішковими атомами.

Локальні рівні  $\varepsilon_l$  електрону у полі одного домішкового атома є корені рівняння Ліфшиця:

$$U_0^{-1} - G_{11}(\varepsilon) = 0. \quad (9)$$

У випадку потенціалу (2) воно розглядалось у роботі [6]. Зокрема, при  $U_0 < 0$ ,  $|\varepsilon_l| \ll \varepsilon_0$  із цього рівняння отримуємо відомий результат [7]:

$$\varepsilon_l = -\varepsilon_0 \exp\left(-\frac{\varepsilon_0}{|U_0|}\right). \quad (10)$$

Для локальних рівнів у полі двох домішкових атомів із (3) маємо точне рівняння:

$$U_0^{-1} - G_{11}(\varepsilon) = \pm G_{12}(\varepsilon), \quad (11)$$

де функції  $G_{11}$  і  $G_{12}$  дорівнюють (7) і (8). Це рівняння можна розв'язати чисельними методами.

Хвильова функція електрону у зв'язаному стані дорівнює [4, 5]:

$$\psi(\vec{r}) = \sum_j \langle \vec{r} | G(\varepsilon_j) | \varphi_j \rangle \eta_j,$$

де  $\eta_j$  – корені рівняння  $\sum_j (\delta_{ij} U_0 - G_{ij}(\varepsilon_e)) \eta_j = 0$ . Зокрема, ло-

кальному рівню (10) у випадку  $\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m|\varepsilon_l|} r \gg 1$  відповідає хви-

льова функція  $\psi(r) \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \exp\left(-\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m|\varepsilon_l|} r\right)$ . Вона згасає на від-

стані  $\frac{\hbar}{\sqrt{2m|\varepsilon_l|}}$  від домішкового атома, яка дорівнює довжині

двовимірного розсіяння.

Домішкові атоми суттєво впливають на енергетичний спектр двовимірного електронного газу. Зокрема, вони зумовлюють існування локальних станів електронів, хвильові функції яких згасають, коли відстань між електроном і домішковим атомом збільшується. У випадку донорних домішок локальні рівні відщеплені від нижньої границі суцільного спектра електронів. Короткодіючий ізольований домішковий атом відщеплює один локальний рівень. Його положення є коренем рівняння (9). В роботі для конкретного домішкового потенціалу (2) отримано рівняння (11) для локальних рівнів електрону у полі двох домішкових атомів. Якісний аналіз цього рівняння показує, що локальний рівень у полі однієї домішки при наявності другої розщеплюється на два підрівні. Відстань між ними зменшується, коли відстань  $\rho$  між домішками зростає. При збільшенні числа доміш-

---

кових атомів утворюється домішкова зона. Один із коренів рівняння (11) відповідає симетричній відносно інверсії хвильовій функції електрону, а другий – антисиметричній.

Список використаних інформаційних джерел: 1. Андо Т. Электронные свойства двумерных систем / Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. – Москва : Мир, 1985. – 416 с. 2. Лифшиц И. М. Избранные труды / Лифшиц И. М. – Москва : Наука, 1987. – 552 с. 3. Лифшиц И. М. Введение в теорию неупорядоченных систем / И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур. – Москва : Наука, 1982. – 360 с. 4. Avishai Y., Azbel M. Ya., Gredeskul S. A. Electron in magnetic field interacting with point impurities // *Phys. Rev.* – 1993. – В 48, № 23. – 17280–

---

17295. 5. Gredeskul S. A., Zusman M., Avishai Y., Azbel M. Ya. Spectral properties and localization of an electron in a two – dimensional system with point scatterers in a magnetic field // *Physics Reports*, 288. – 1997. – № 1–6. – P. 223–257. 6. Батака Э. П. Примесные уровни двумерного электронного газа в магнитном поле / Батака Э. П., Ермолаев А. М. // *Известия высших учебных заведений. Физика.* – 1983. – № 1. – С. 111–112. 7. Ландау Л. Д. Квантовая механика / Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. – Москва : Наука, 1989. – 768 с.