ACADEMIA DE TRANSPORTURI, INFORMATICĂ ŞI COMUNIÇAŢII

INSTITUTUL DE CIBERNETICĂ ACADEMIA NAŢIONALĂ DE ŞTIINŢĂ A UCRAINEI

UNIVERSITATEA DE STAT DIN MOLDOVA

UNIVERSITATEA NAŢIONALĂ DIN KIEV

MODELARE MATEMATICĂ, OPTIMIZARE ŞI TEHNOLOGII INFORMAŢIONALE

Materialele Conferinţei Internaţionale

Chişinău, 12 – 16 noiembrie 2018

EDIŢIA A VI-A

Материалы 6-й международной конференции

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ОПТИМИЗАЦИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Кишинэу, 12 – 16 ноября 2018

Chişinău • Evrica • 2018

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИИ НА РАЗМЕЩЕНИЯХ: ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

О.А. ЕМЕЦ,
Полтавский университет экономики и торговли
yemetsli@ukr.net,
Т.Н. БАРБОЛИНА,
Полтавский национальный педагогический университет имени В.Г.Короленко
tm-b@ukr.net

Приводится обзор ряда последних результатов, касающихся решения линейных задач комбинаторной оптимизации на общем множестве размещений. Рассматриваются как задачи в условиях определенности, так и стохастические задачи.

Актуальным направлением теории оптимизации является исследование задач с ограничениями комбинаторного характера и в условиях неопределенности. В данном докладе представлен обзор полученных в последние годы результатов, касающихся решения линейных задач комбинаторной оптимизации на размещениях, в том числе с вероятностной неопределенностью.

Рассмотрим сначала задачи в условиях определенности. Для линейной безусловной задачи комбинаторной оптимизации на размещениях, которая состоит в поиске экстремума и экстремали линейной функции на общем множестве размещений из элементов заданного мультимножества, обосновано необходимое условие экстремали. Показано, что все минимали (максимали) являются элементами определенного множества полиразмещений. Вместе с известным достаточным условием это позволило сформулировать критерий экстремали, а также критерии лексикографической минимали (максимали).

Для задач с дополнительными (некомбинаторными) ограничениями может использоваться метод построения лексикографической эквивалентности (метод ПоЛЭ), который состоит в разбиении многогранного множества на классы эквивалентности и последующем направленном переборе этих классов. Ранее такой подход был обоснован для решения полностью комбинаторных задач. Обоснование метода ПоЛЭ для частично комбинаторных задач осуществлено в [1]. Введено в рассмотрение отношение лексикографической эквивалентности точек относительно размещений для случая, когда количество элементов в выборке меньше размерности пространства. Установлены свойства классов эквивалентности, на которые многогранное множество разбивается введенным отношением, предложены и обоснованы алгоритмы решения линейных частично комбинаторных задач оптимизации на размещениях на основе направленного перебора таких классов эквивалентности. Среди предложенных алгоритмов есть как точные, так и приближенный. Последний позволяет получать значение целевой функции, отличающееся от оптимума не больше, чем на заданную величину.

Полученные результаты в дальнейших работах были использованы для исследования свойств задач с дробно-линейной функцией цели.

Для задач с вероятностной неопределенностью в работе [2] и других предложен подход к постановкам оптимизационных задач, основывающийся на введении отношения линейного порядка на конечном множестве случайных величин или их классах эквивалентности. Эквивалентность определяется на основе сравнения заданных числовых характеристик случайных величин. Рассмотрены свойства предложенных отношений порядка, в частности, сохранение упорядочения случайных величин при прибавлении к левой и правой части соотношения одной и той же случайной величины.

Возможность последовательного сравнения числовых характеристик случайных величин позволяет более полно учитывать специфику задачи по сравнению с переходом от стохастической задачи к детерминированной путем замены случайных величин одной из числовых характеристик. Примеры моделирования оптимизационными задачами в постановках на основе введения линейного порядка приведены в [3] и др. В частности, построены модели в виде линейных условных и безусловных задач стохастической комбинаторной оптимизации на размещениях как задач поиска экстремума и экстремали функции $\Phi(X^*)=\sum_{j=1}^{k} c_j X_j$ на общем множестве размещений $E_\eta^k(\Gamma)$ из элементов мультимножества $\Gamma=\{G_1, G_2, ..., G_\eta\}$, которые являются независимыми случайными величинами или соответствующими классами эквивалентности (будем обозначать их большими латинскими буквами).

Для задач, в которых элементы мультимножества являются классами эквивалентности (называем такие задачи H-задачами), установлена взаимосвязь стохастической задачи с детерминированными задачами вида

$$\overline{L}_r(x')=\min_{x\in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^{k} c_j^{\lambda_r} x_j, \quad x'=\arg\min_{x\in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^{k} c_j^{\lambda_r} x_j,$$

где мультимножество $Q_r=\{q_{r1},...,q_{r\eta}\}$ формируется по правилу $q_{rj}=h_r(G_j)\quad \forall j=1,...,\eta$, числовые характеристики h_r, на основе которых устанавливается эквивалентность, удовлетворяют условию

$$h_i(\alpha A+\beta B)=\alpha^{\lambda_i} h_i(A)+\beta^{\lambda_i} h_i(B) \quad \forall j=1,...,s.$$

Основываясь на указанной взаимосвязи стохастических и детерминированных задач, доказаны свойства решения стохастической H-задачи на размещениях [4]. В частности, показана возможность построения минимали H-задачи на основе минималей задач меньшей размерности, а также доказано достаточное условие минимали для случаев, когда все коэффициенты целевой функции положительны (отрицательны). Полученные свойства позволили сформулировать редукционный метод решения стохастических H-задач на размещениях.

Для задач, в которых элементы мультимножества являются случайными величинами (S-задач) также установлена взаимосвязь с детерминированными задачами, исследованы свойства минимали. Основываясь на свойствах решения S-задачи, доказаны свойства решения для задачи, в которой коэффициенты целевой функции

являются случайными величинами, а элементы мультимножества — детерминированными. Обоснована схема метода ветвей и границ для решения линейных задач оптимизации на размещениях с вероятностной неопределенностью, в которой также предложены правила ветвления и отсечения множеств [5].

Перспективным направлением исследований является дальнейшее исследование свойств стохастических задач в указанных постановках, а также усовершенствование методов их решения.

Литература.

1. Барболина Т.Н. Решение частично комбинаторных задач оптимизации на размещениях методом построения лексикографической эквивалентности // Кибернетика и системный анализ. — 2013. — № 6. — С. 137—149.
2. Емец О.А., Барболина Т.Н. Об оптимизационных задачах с вероятностной неопределенностью // Доповіді Національної академії наук України. — 2014. — № 11. — С. 40-45.
3. Ємець О.О., Барболіна Т.М. Моделювання детермінованими і стохастичними задачами комбінаторної оптимізації // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки. — 2016. — Вип. 14. — С. 70-80.
4. Емец О.А., Барболина Т.Н. Решение линейных безусловных задач комбинаторной оптимизации на размещениях со стохастической неопределенностью // Кибернетика и системный анализ. — 2016. — № 3 — С. 141—153
5. Ємець О.О. Барболіна Т.М. Лінійні оптимізаційні задачі на розміщеннях з імовірнісною невизначеністю: властивості і розв'язання // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — №1. — С.107-119.