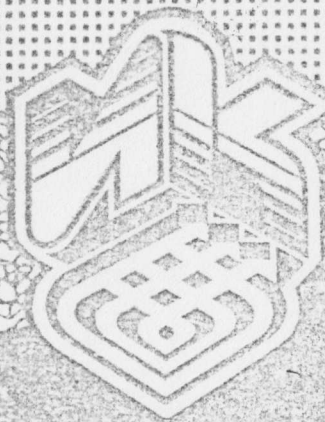


Григорьев



26

МЕТОДЫ И ПРОГРАММНЫЕ
СРЕДСТВА ОПТИМИЗАЦИИ,
МОДЕЛИРОВАНИЯ И СОЗДАНИЯ
ЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Список

Академия наук Украинской ССР
Ордена Ленина Институт кибернетики имени В.М.Глушкова
Научный совет АН УССР по проблеме "Кибернетика"

МЕТОДЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ОПТИМИЗАЦИИ, МОДЕЛИРОВАНИЯ
И СОЗДАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Сборник научных трудов

УДК 519.8

О.А.ЕМЕЦ

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ НА ЕВКЛИДОВОМ ПОЛИПЕРЕСТАНОВОЧНОМ МНОЖЕСТВЕ С ПОВТОРЕНИЯМИ: СВОЙСТВА ДОПУСТИМОГО МНОЖЕСТВА

Приводятся результаты исследования евклидового полиперестановочного множества с повторениями $E(g, H)$, которое является допустимым в одном классе задач комбинаторной оптимизации. Описана выпуклая оболочка $E(g, H)$ в виде многогранника $\Pi(g, H)$. Показано, что $\Pi(g, H)$ является пересечением общих перестановочных многогранников, а вершинами $\Pi(g, H)$ являются точки $E(g, H)$ и только они. Доказан критерий смежности вершин $\Pi(g, H)$. Рассмотрена принадлежность $E(g, H)$ сфере и цилиндрическим поверхностям. Описаны грани любой размерности в $\Pi(g, H)$.

Пусть $J_n = \{1, 2, \dots, n\}$ разбито на S непустых, непересекающихся множеств $N_1, \dots, N_S$. Обозначим H множество перестановок $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$, где π_i — произвольная перестановка элементов множества N_i . Пусть g — набор действительных не обязательно различных чисел $\{g_1, \dots, g_n\}$. Отобразим H на $E(g, H) \in \mathbb{R}^n$ так: $\forall \pi = (\pi(1), \dots, \pi(n)) \in H, \forall (x_1, \dots, x_n) \in E(g, H), i \in J_n, x_i = g_{\pi(i)} \forall i \in J_n$. Множество $E(g, H) = \{g(\pi) = (g_{\pi(1)}, \dots, g_{\pi(n)}) \mid \pi \in H\}$ назовем евклидовым полиперестановочным множеством с повторениями.

Рассмотрим следующую задачу комбинаторной оптимизации: для заданной $\forall g(\pi) \in E(g, H)$ действительной функции $f(g(\pi))$ требуется найти такое $g^*(\pi) \in E(g, H)$, что $f(g^*(\pi)) \leq f(g(\pi)) \forall g(\pi) \in E(g, H)$. Ниже приводятся результаты исследования множества $E(g, H)$ и его выпуклой оболочки $\Pi(g, H)$.

Теорема 1. Точка $x = (x_1, \dots, x_n) \in \Pi(g, H)$ тогда и только тогда, когда она удовлетворяет ограничениям

$$\sum_{j \in N_i} x_j = \sum_{j \in N_i} g_j^{N_i} \quad \forall i \in J_S; \quad (1)$$

$$\sum_{j \in w^i} x_j \leq \sum_{j=1}^{|w^i|} g_j^{N_i} \quad \forall w^i \subset N_i \quad \forall i \in J_S, \quad (2)$$

где g^{N_i} — n_i -мерный вектор ($n_i = |N_i| \forall i \in J_S$), образованный

компонентами вектора g с номерами из множества N_i' , из которых g_i различны;

$$g_1^{N_i'} \geq g_2^{N_i'} \geq \dots \geq g_{n_i}^{N_i'};$$

$$N_i' = \left\{ \left(\sum_{j=1}^{i-1} n_j \right) + 1, \dots, \sum_{j=1}^i n_j \right\} \quad \forall i \in J_S.$$

Теорема 2.

$$\Pi(g, H) = \bigotimes_{i=1}^S \Pi_{n_i} g_i(g^{N_i}),$$

где $\bigotimes$ — символ произведения многогранников; $\Pi_{n_i} g_i(g^{N_i})$ — общий перестановочный многогранник*, индуцируемый g^{N_i} .

Теорема 3. Точки множества $E(g, H)$, и только они, являются вершинами многогранника $\Pi(g, H)$.

Теорема 4. Вершина $g(x)$ многогранника $\Pi(g, H)$ является смежной вершине $g(y)$ тогда и только тогда, когда $g(y)$ получается из $g(x)$ перестановкой двух компонент $g_i^{N_i}$ и $g_{j+1}^{N_i}$, $j \in J_{n_i}$, $i \in J_S$, причем $g_i^{N_i} \neq g_{j+1}^{N_i}$.

Теорема 5. Точки множества $E(g, H)$ принадлежат $(n-1)$ -сфере $W \subset R^n$:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - t^*)^2 = z^2,$$

$$t^* = \frac{1}{n} (g_1 + \dots + g_n), \quad (3)$$

$$z = \left(\sum_{k=1}^n (g_k - t^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Теорема 6. Точки множества $E(g, H)$ лежат на цилиндрической поверхности:

$$\sum_{j \in N_i} (c_i - t_i^*)^2 = z_i^2; \quad i \in J_S;$$

$$t_i^* = \frac{1}{n_i} \left(\sum_{j \in N_i} g_j^{N_i} \right);$$

$$z_i = \left(\sum_{k \in N_i} (g_k^{N_i} - t_i^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

* Стоян Ю.Г., Емещ О.А. О комбинаторных задачах размещения прямоугольников // Экономика и мат. методы. — 1985. — 21, вып. 5. — С. 869-881.

Теорема 7. Точки множества $E(g, H)$, и только они, удовлетворяют системе (I)–(4).

Пусть $g^{n_i} = (g^{n_i})_j$, если $K_{j-1}^i < K_j^i \leq K_j^i$, где $0 = K_0^i < K_1^i < \dots < K_{q_i}^i$, $\forall K_j^i \in J_{n_i}$; $(g^{n_i})^1 > \dots > (g^{n_i})^{p_i}$ $\forall i \in J_3$.

Теорема 8. а) Пусть F – m -грань многогранника $\Pi(g, H)$. Тогда найдутся такие подмножества $\omega_1^i \subset \omega_2^i \subset \dots \subset \omega_{n_i - m_i}^i$, $\forall i \in J_3$, $m_1 + m_2 + \dots + m_3 = m$, для которых ограничения из (I)–(2) обращаются в равенства при любом $x \in F$. При этом является множеством решений системы, полученной путем замены неравенств в системе (I), (2) равенствами для $\omega_{\delta_i}^i$ $\forall \delta_i \in J_{n_i - m_i}$, $\forall i \in J_3$.

б) Если для подмножеств $\omega_1^i \subset \omega_2^i \subset \dots \subset \omega_{n_i}^i = N_i^i$ неравенства в системе (I), (2) заменить на равенства, то множество F решений полученной системы является m -гранью $\Pi(g, H)$, где $m = m_1 + \dots + m_3$, а

$$m_i = n_i - \left\{ \ell_i + \sum (\lvert \omega_{\delta_i}^i \rvert - \lvert \omega_{\delta_i - 1}^i \rvert - 1) \right\}$$

и суммирование ведется по всем индексам $\delta_i \in J_{\ell_i}$, для каждого из которых найдется такое $j' \in J_{q_i}$, что $K_{j'-1}^i \leq \lvert \omega_{\delta_i - 1}^i \rvert$ и $\lvert \omega_{\delta_i}^i \rvert \leq K_j^i$ (считаем, что $\lvert \omega_0 \rvert = 0$), $\forall \ell \in J_3$.
Получено 11.03.90

УДК 519.21

А.П.МАКАУСКАС

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАДИЕНТОВ В СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Эффективные алгоритмы локальной оптимизации, как правило, основаны на использовании градиентов целевых функций. Однако в известных статистических моделях многоэкстремальных функций учитываются лишь значения целевых функций. Интерес представляет возможность учета градиентов в статистических моделях с целью построения алгоритмов глобальной оптимизации, использующих не только значения целевых функций, но и их производные.

ISBN 5-7702-0133-9

Методы и программные средства оптимизации, моделирования и создания вычислительных систем. Киев, 1990.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.	3
ПРОКОПОВИЧ П.В. О конфликтно управляемых процессах с фазовыми ограничениями.	4
ПЕТРИНА Е.Д. Адаптивные процессы роста, моделируемые схемами урн в терминах квантовой теории поля.	7
КОХАН А.А. Управление и оптимизация стационарных режимов нелинейного теплообмена в дисперсном слое.	12
БАКУРОВА А.В. К исследованию устойчивости экстремальных задач на графах.	16
ВОЛОШИН В.И., ДРАГАН Ф.Ф. Некоторые свойства гипердере-вьев и их приложения.	19
ЕМЕЦ О.А. Задачи оптимизации на евклидовом полиперестановочном множестве с повторениями: свойства допустимого множества.	22
МАКАУСКАС А.П. Использование градиентов в статистических моделях глобальной оптимизации целевых функций.	24
МУРАДОВ Б.Б. О влиянии диапазона возможных значений стохастических параметров на оптимизацию гелиотехнической системы водоснабжения.	28
КНОПОВ А.П. Об оценке коэффициентов регрессии с минимальной дисперсией.	31
ДАВИДОВ А.А., ДРОЖИНА-ЛАБИНСКАЯ А.Ю. Построение верхней границы длины двоичных линейных кодов с радиусом покрытия $R-3$	34
СОСНОВСКИЙ А.А. Несколько примеров численной реализации алгоритма решения задачи линейной дополнителности.	36
ПЕТРОВ С.Б., ПЫХОВ С.В. Линейная модель календарного планирования одностадийных обслуживающих систем.	40
ПЕРЕВОЗЧИКОВ А.Г. Минимаксный синтез динамических систем.	43
МАКСИМОВ А.А. Процедура построения системы управления сборочным РТК.	46
ФЕСЕНКО Н.Б. К введению дополнительных возможностей программируемости в устройствах обработки данных.	49
ОХТЕНЬ О.И. Алгоритмы модели адаптивной системы передачи информации.	53
БУБЛИКОВ С.В., РЕУЦКИЙ В.Е. Ввод видеoinформации в ПЭВМ.	57
КУЛИК В.В. Формы представления экономико-математических	