Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
(ПУЕТ)

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2013)

Матеріали III Всеукраїнського наукового семінару
(м. Полтава, 30-31 серпня 2013 року)

За редакцією д. ф.-м. н., професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2013

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176
К63

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2013) : матеріали III Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серп. 2013 р.) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 87 с. – Текст укр., рос.

ISBN 978-966-184-232-7

У збірнику тез семінару висвітлено сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-232-7

ЗМІСТ

$$\xi = \xi_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \nu_{i_1 i_2 \ldots i_r} + c^*_{i_1 i_2 \ldots i_r} \quad (11)$$

де

$$\nu = \nu_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \sum_{j=1}^{r} c_j f(g_{i_j}) \quad (12)$$

$$c^* = c^*_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \sum_{j=1}^{k-r} c_{k+j} f(\tilde{g}_j) \quad (13)$$

при виконанні умов (6) та (10).

Правила відсікання в МГМ для задачі (1)–(5).

Як відомо, основне правило відсікання в задачі мінімізації $F(x)$ на $D = D_1 \cup \ldots \cup D_n$ – це не галуження далі підмножини D_i допустимої множини D, якщо її оцінка $\nu_i \geq F_0 = F(x_0),\ x_0 \in D$, де F_0 – поточний рекорд мінімального значення цільової функції $F(x)$.

Крім цього справедливі всі правила, розглянуті в [1].

В доповіді розглянуті і розв'язані всі проблеми організації роботи МГМ для задачі мінімізації на множині перестановок сепарабельною цільової функції за мінімальних обмежень.

Информационные источники

1. Емец О. А. Решение линейных условных полностью комбинаторных оптимизационных задач на перестановках методом ветвей и границ / О. А. Емец, Е. М. Емец, Т. А. Парфенова, Т. В. Чиликина // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 2. – С. 121–138.

УДК 519

ФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМБІНАТОРНОЇ МНОЖИНИ РОЗМІЩЕНЬ

О. О. Ємець, *професор, д. ф.-м. н.;*
О. В. Тур*, асистент*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки та торгівлі»

Розглянемо мультимножину $G = \{g_1, \ldots, g_\eta\} = \{e_1^{\eta_1}, \ldots, e_n^{\eta_n}\}$, яка, очевидно має основу $S(G) = (e_1, \ldots, e_n)$, та первинну специфікацію $[G] = (\eta_1, \ldots, \eta_n),\ \eta_1 + \ldots + \eta_n = \eta$. Не порушуючи загальності міркувань, вважаємо

$$e_1 < e_2 < \ldots < e_n \tag{1}$$

Утворимо загальну множину k-розміщень [1] з G: $E_{\eta n}^{k}(G)$.

Процес утворення k-розміщень можна ілюструвати деревом $D(G)$ (рис. 1).

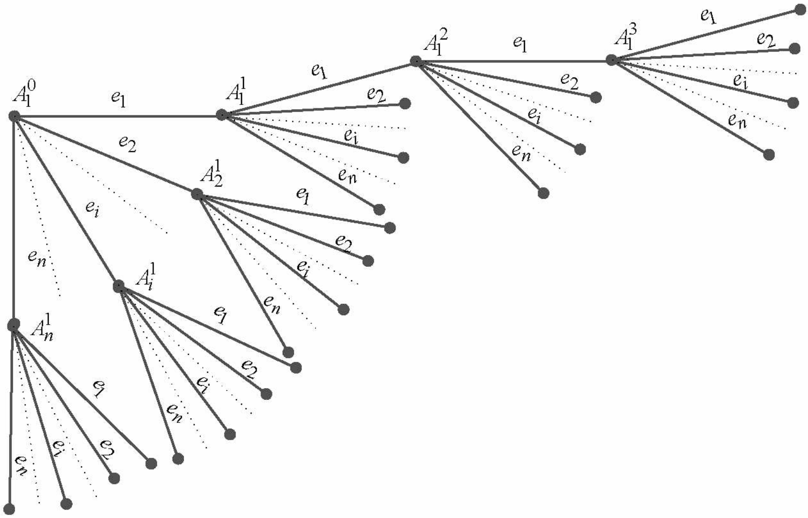

Рисунок 1 – Процес утворення k-розміщень

Перший рівень дерев $D(G)$ відповідає вибору 1-розміщень: (e_1), $(e_2),\ldots,(e_n)$. Другий рівень відповідає вибору 2-розміщень: $(e_1,e_1),(e_1,e_2),\ldots,(e_1,e_n),(e_2,e_1),(e_2,e_2),\ldots,$ $\ldots,(e_2,e_n),\ldots,(e_n,e_1),\ldots,(e_n,e_n)$ і т. д. Кожній вершині дерева відповідає свій вектор V накопичених кратностей елементів основи. На i-тому рівні: $V=\left(V_1^i,\ldots,V_n^i\right)$, де $V_j^i \ge 0$; $\sum_{j=1}^{n} V_j^i = i$, $V_j^i \le \eta_j$ $\forall j \in J_n = \{1,2,\ldots,n\}$. На k-му рівні вершини k-го рівня – це k-розміщення. На η-му рівні – висячі вершини – це перестановка елементів з G.

Зауважимо, що дерево $D(G)$ можна розглядати як предфрактальне дерево [1–2]. В цьому випадку побудова починається з n-зірки [1–2]. Затравкою виступає n-зірка, якщо $\forall i \quad V_j^i \le \eta_j$, або p-зірка, де $p < n$ (див. рис. 1). Зірки, взагалі кажучи, різні, в залежності від первинної специфікації $[G] = (\eta_1, ..., \eta_n)$.

Розглянемо основні властивості та знайдемо числові характеристики дерева $D(G)$

Теорема 1. Діаметр предфрактального дерева $D(G)$ для множини k-розміщень $E_{\eta n}^k(G)$ дорівнює $2k$, де $G = \{g_1, ..., g_\eta\}$, $S(G) = (e_1, ..., e_n)$, $[G] = (\eta_1, ..., \eta_n)$, $n \ge 2$.

Доведення. Доведення проведемо за математичною індукцією по рівню l дерева $D(G)$, що відповідає l-розміщенням, $l \le k$.

Перевіримо твердження при $l = 1$. Ініціатором є n-зірка (рис. 2). Діаметр зірки дорівнює 2. Отже, твердження справедливе.

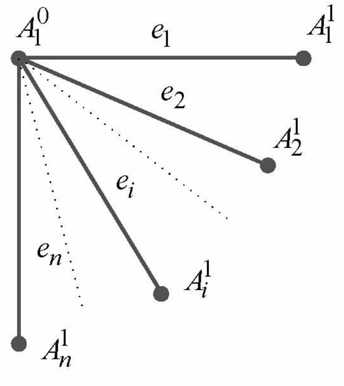

Рисунок 2 – n-зірка – ініціатор

Нехай воно справедливе для $l = m$. Тобто дерево, що побудовано за m кроків має діаметр $2m$. Цей діаметр досягається на ланцюзі з кінцями – висячими вершинами – m-розміщеннями. До кожної висячої вершини приєднується p-зірка (точніше вершина замінюється p-зіркою) при утворенні $(m+1)$-го рівня (тобто $(m+1)$-розміщення). Тут $p \leq n$. Відстань від висячих вершин зірок до центру зірки одиниця. Тобто діаметральний ланцюг з обох кінців подовжується на одне ребро. Тобто діаметр дерева на $(m+1)$-му рівні є $2(m+1)$. Що і доводить теорему.

Теорема 2. Радіус r_k предфрактального дерева $D(G)$ для множини k-розміщень $E_{\eta n}^{k}(G)$ дорівнює k, де $G = \left\{e_1^{\eta_1}, \dots, e_n^{\eta_n}\right\}$.

Доведення. Доведення проведемо за математичною індукцією по рівню l, $l \leq k$ дерева $D(G)$.

Перевіримо твердження при $l = 1$. Ініціатором є n-зірка з радіусом (рис.3) $r_1 = 1$. Це відстань від центру зірки до висячої вершини.

Нехай твердження справедливе для $l = m$ і радіус $r_m = l$. Граф на $(m+1)$-му етапі побудови (для $(m+1)$-розміщень) утворюється заміною вершин графа m-го етапу (для m-розміщень), взагалі кажучи, різними, в залежності від первинної специфікації $[G] = (\eta_1, \dots, \eta_n)$, p-зірками, $p \leq n$.

При цьому радіальний ланцюг, що утворюється на $(m+1)$-му етапі побудови предфрактального дерева – це радіальний ланцюг дерева m-го етапа та одне ребро p-зірки, що приєднали до нього. Оскільки відстань від центру зірки до її висячих вершин є одиницею, то радіус дерева $(m+1)$-го етапу побудови предфрактального дерева $D(G)$ $r_{m+1} = m + 1$.

Згідно методу математичної індукції це означає справедливість теореми $\forall l$. Теорема доведена.

Теорема 3. В дереві $D(G)$ центром є вершина A_1^0, що є центром n-зірки, яка виступає ініціатором.

Доведення. Доведення ґрунтується на означенні центру як вершини, з мінімальним ексцентриситетом. Для n-зірки – ініціатора – центр це вершина A_1^0 (рис. 1.), що має степінь n. Радіальний ланцюг з'єднує центр з висячою вершиною ребром, тобто ланцюг має довжину 1.

В процесі побудови дерева $D(G)$ (див. доведення теореми 2) до радіального ланцюга приєднуються p-зірки, $p \le n$, що очевидно, не змінює, того що центром утвореного графа залишається вершина A_1^0. Твердження теореми доведено.

Наслідок. У дерева $D(G)$ є тільки один центр.

Справедливість наслідку випливає з означення центру та з побудови радіального ланцюга (див. доведення теореми 2).

Зауважимо, що кількість K висячих вершин в дереві $D(G)$ – це кількість k-розміщень з елементів мультимножини G, тобто $K = \left|E_{hn}^k(G)\right|$. Відомо [3], що коли $h_i = k \ \forall j \in J_n$ $K = n^k$, а коли $h_i = 1 \ \forall j \in J_n$, тобто G-множина, то $K = n(n-1)\ldots(n-k+1)$. Підрахунок K для загального випадку множини $E_{hn}^k(G)$ наведено в [4].

В доповіді розглянуто фрактальні властивості розміщень при представленні їх множини деревом.

Інформаційні джерела

1. Перепелиця В. А. К проблеме распознавания фрактальних графов / В. А. Перепелиця, Н. В. Сергиенко, А. М. Кочкаров // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 4. – С. 72–89
2. Сергеева Л. Н. Моделирование структуры экономических систем и процесов / Л. Н.Сергеева. – Запорожье : ЗГУ, 2002. –88 с.
3. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
4. Ємець О. О. Про кількість елементів в загальних множинах розміщень та полірозміщень / О. О. Ємець, Т. В. Чілікіна // Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : матеріали IV Всеукр. наук.-практ. конф., (м. Полтава, 21–23 берез. 2013 р.). – Полтава : ПУЕТ, 2013. – С. 117–124. Режим доступу:
http://dspace.puet.edu.ua//handle/123456789/1619.