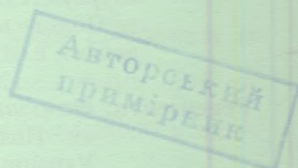




УКООПСПІЛКА
ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
СПОЖИВЧОЇ КООПЕРАЦІЇ УКРАЇНИ
Кафедра вищої математики і фізики



Вища математика.

*Теорія ймовірностей і
математична статистика.*

Математичне програмування.

Дослідження операцій

Методичні рекомендації до практичних
занять та самостійної роботи студентів спеціальностей:
7.050201 «Менеджмент організацій»,
7.050206 «Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності»

ПОЛТАВА
РВВ • ПУСКУ
2 0 0 3

Автори: *Нічуговська Л.І.*, доцент кафедри вищої математики і фізики Полтавського університету споживчої кооперації України, к.е.н.

Шенгерій Л.М., старший викладач кафедри вищої математики і фізики Полтавського університету споживчої кооперації України, к.філос.н.

Щурдук А.І., завідувач кафедри вищої математики і фізики Полтавського університету споживчої кооперації України, доцент, к.фіз.-мат.н.

Рецензенти: *Фомкіна О.Г.*, доцент кафедри вищої математики і фізики Полтавського університету споживчої кооперації України, к.пед.н.

Москаленко Ю.Д., завідувач кафедри математики Полтавського педагогічного університету ім. В.Г. Короленка, доцент, к.фіз.-мат.н.

Розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри вищої математики і фізики 22 травня 2003р., протокол № 8

Нічуговська Л.І., Шенгерій Л.М., Щурдук А.І.

Вища математика. Теорія ймовірностей і математична статистика. Математичне програмування. Дослідження операцій: Методичні рекомендації. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2003. – 51 с.

Відповідальність за зміст навчально-методичного видання несуть автори та завідувач кафедри вищої математики і фізики *Щурдук А.І.*

Повне чи часткове відтворення, тиражування, передрук та розповсюдження даної розробки без дозволу Полтавського університету споживчої кооперації України
ЗАБОРОНЕНО

© Полтавський університет споживчої кооперації України, 2003 р.

ВСТУП

Удосконалення методів управління і планування господарською діяльністю в значній мірі пов'язано із застосуванням в управлінській практиці математичних методів дослідження.

Мета навчання математичним дисциплінам студентів із фахового спрямування “Менеджмент” полягає в тому, щоб задовольнити потреби майбутніх спеціалістів (магістрів) у знаннях у сфері аналізу економічних проблем та прийнятті управлінських рішень на основі відповідного математичного інструментарію та спеціальних економіко-математичних моделей та методів.

Практичні заняття з математичних дисциплін відіграють значну роль у засвоєнні студентами як теоретичного матеріалу, так і виробленні необхідних навичок та умінь розв'язування прикладних економічних та управлінських проблем, використовуючи, у випадку необхідності, ПЕОМ. У запропонованих методичних рекомендаціях приведені плани практичних занять та методичні рекомендації до їх проведення з дисциплін “Вища математика”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Математичне програмування”, “Дослідження операцій”.

Мета даного методичного посібника - допомогти студентам в організації підготовки до практичних занять при вивченні математичних дисциплін.

При підготовці до заняття студент повинен ознайомитися з рекомендаціями по темі заняття і підготувати відповідні інформаційні довідки із запропонованих питань. При цьому доцільно користуватися не тільки конспектом лекції, але і рекомендованими підручниками та методичною літературою. На практичному занятті студент повинен мати: 1) методичні посібники і збірник задач, рекомендовані по темі заняття; 2) конспект лекцій та мікрокалькулятор; 3) окремий зошит для розв'язування задач.

Після вивчення кожного розділу дисципліни студенти виконують аудиторну контрольну роботу (модуль), що дає можливість контролювати знання та уміння студентів і вносити необхідні корективи в подальший процес навчальної діяльності.

Рациональне поєднання класичного курсу вищої математики з її прикладними аспектами є запорукою фундаментальної підготовки студентів, достатньої для вивчення професійно-орієнтованих та спеціальних дисциплін з фахового спрямування “Менеджмент”.

Методичні рекомендації для проведення практичних занять розроблені відповідно до програм нормативних дисциплін “Вища математика”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Математичне програмування”, “Дослідження операцій” для студентів напряму підготовки 0502 “Менеджмент”.

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Тема 1. Вступ до вищої математики

1. Основні етапи розвитку математичних знань.
2. Елементи математичної логіки.
3. Основи теорії множин.
4. Множина дійсних чисел.

Методичні рекомендації

Для успішного вивчення курсу вищої математики студентам спеціальностей “Менеджмент організацій” та “Менеджмент зовнішньоекономічної діяльності” необхідно засвоїти основи класичної логіки висловлювань. Потрібно запам'ятати визначення та умови застосування кванторів загальності та існування, вивчити таблиці істинності для логічних сполучників, а саме: заперечення, кон'юнкції, слабкої та строгої диз'юнкції, імплікації, реплікації, еквівалентності. Корисно проаналізувати алгоритм застосування методу таблиць істинності у логіці висловлювань.

Студентам слід повторити визначення множини, операцій об'єднання та перерізу множин, вивчити визначення та властивості декартового добутку множин.

Велике значення в процесі вивчення вищої математики можуть мати знання студентами суттєвих рис множини дійсних чисел. Це стосується, насамперед, аксіом цієї множини, характеристик дійсних чисел, абсолютної величини числа (модуля) та її властивостей тощо.

Література: 2, С. 10-29; 5, С. 5-8; 9, С. 9-11; 11, С. 17-24; 12, С. 13-16.

І. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Тема 2. Визначники

1. Поняття визначника n -го порядку.
2. Властивості визначників.
3. Мінори, алгебраїчні доповнення елементів визначника.
4. Теорема Лапласа про розклад визначника за рядом.

Методичні рекомендації

Студент повинен чітко розуміти, що визначник - це число, яке ставиться у відповідність певній квадратній таблиці чисел - матриці. Необхідно вивчити основний поняттєвий каркас, до складу якого входять поняття “елемент визначника”, “рядок”, “стовпець”, “головна діагональ” тощо. Зазначимо, що алгоритм обчислення визначника визначається його порядком. Студенти мають знати формулу для обчислення визначників II-го порядку, методи Саріуса, трикутника для обчислення визначників III-го порядку. Значно спрощується процес обчислення визначників шляхом застосування їх властивостей. Обчислення визначників вищих порядків ($n > 3$) здійснюємо на підставі теореми Лапласа. Тому необхідно навчитися обчислювати мінори та алгебраїчні доповнення елементів визначника.

Література: 2, С. 82-89; 5, С. 19-26; 10, С. 188-195; 11, С. 214-219.

Тема 3. Матриці

1. Поняття матриці.
2. Класифікація матриць.
3. Дії з матрицями. Множення матриць, його властивості.
4. Обернена матриця.
5. Ранг матриці.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття студент повинен вивчити визначення матриці розміру $m \times n$. Слід засвоїти основні типи матриць згідно класифікації. Насамперед, слід звернути увагу на класи квадратних, діагональних, одиничних матриць, матрицю-рядок, матрицю-стовпець.

На множині матриць визначені такі операції як додавання, віднімання, множення на число. Дві перші з них є можливими тоді і тільки тоді, якщо матриці мають однакові розміри. Особливої уваги потребує аналіз операції множення матриць. Для її успішного засвоєння слід вивчити визначення добутку двох матриць та його властивості. Множення матриць є можливим, якщо кількість стовпців першої матриці-множника дорівнює кількості рядків другої матриці-множника. Зазначимо, що операція множення матриць не є комутативною, тобто $AB \neq BA$. Роль одиничного елементу при цьому виконує одинична матриця, добуток якої на будь-яку матрицю C як зліва, так і справа дорівнює самій матриці C .

Важливу роль у лінійній алгебрі відіграє операція обчислення оберненої матриці. Студенти мають знати, що для будь-якої не виродженої (неособливої) матриці існує єдина обернена матриця. Потрібно вивчити відповідну формулу, у процесі реалізації якої необхідні навички обчислення визначників, транспонування матриць, обчислення алгебраїчних доповнень до елементів матриці, складання приєднаної матриці. Перевірка правильності обчислень здійснюється шляхом обчислення добутку заданої матриці на обернену. Значення такого добутку повинно дорівнювати одиничній матриці.

Для обчислення рангу матриці застосовуються еквівалентні перетворення матриць, при яких ранг, тобто розмір найбільшого відмінного від нуля мінора матриці, не змінюється.

Література: 2, С. 73-79, 90-96; 5, С. 9-16, 26-35; 10, С. 196-204; 11, С. 203-214; 13, С. 508-522; .

Тема 4. Вектори

1. Означення вектора.
2. Дії над векторами, заданими у геометричній та координатній формах.
3. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів. Властивості.
4. Взаємне розташування векторів.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття потрібно повторити матеріал по темі “Вектори” з курсу елементарної математики. Це, насамперед, визначення вектора, операції над векторами у геометричній формі: додавання за правилами трикутника, паралелограма, многокутника, віднімання, множення на число. Потрібно вміти виконувати вищезазначені дії над векторами, заданими у координатній формі.

Поняття скалярного добутку векторів може застосовуватись при обчисленні кута між двома векторами, для виявлення ортогональних векторів.

Векторний добуток може бути корисними при дослідженні колінеарності векторів, обчисленні площ плоских фігур: паралелограма, трикутника тощо.

Мішаний добуток векторів застосовується при дослідженні компланарності векторів, для обчислення об'ємів геометричних фігур, зокрема, паралелепіпеду, піраміди тощо.

Література: 2, С. 125-139; 5, С. 63-86; 9, С. 12-27; 11, С. 193-202; 19, С. 7-8.

Тема 5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

1. Визначення системи лінійних рівнянь.
2. Класифікація систем лінійних рівнянь.
3. Метод Крамера для розв'язування систем лінійних рівнянь.
4. Розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою оберненої матриці.
5. Методи Гаусса та Жордана-Гаусса для розв'язування систем лінійних рівнянь.
6. Теорема Кронекера-Капеллі.

Методичні рекомендації

У процесі підготовки до практичного заняття студентам слід повторити поняття лінійного рівняння, розв'язку системи рівнянь, сумісності, визначеності системи рівнянь.

При виборі методу для розв'язування певної системи лінійних рівнянь слід мати на увазі, що:

- методи Крамера та матричний можуть застосовуватися при виконанні системи двох умов. Перша умова - кількість рівнянь системи дорівнює кількості невідомих системи. Друга - значення основного визначника системи відмінне від нуля;
- за допомогою методів Гаусса та Жордана-Гаусса можна розв'язати будь-яку систему m лінійних рівнянь з n невідомими.

Студентам необхідно вивчити алгоритми та формули для розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою вищезазначених методів.

Важливу роль має теорема Кронекера-Капеллі, яку необхідно застосовувати для кваліфікації сумісності чи несумісності систем лінійних рівнянь.

Література: 2, С. 99-124; 5, С. 38-62; 10, С. 204-220; 11, С. 222-245 13, С. 522-525.

2. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

2.1. Аналітична геометрія на площині

Тема 6. Пряма на площині

1. Поняття лінії на площині.

2. Види рівнянь прямої на площині та специфіка їх застосування.
3. Взаємне розміщення двох прямих на площині. Відстань від точки до площини.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам слід повторити рівняння прямої, які вивчалися в курсі елементарної математики. Необхідно знати та вміти використовувати рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, загальне, пучка прямих, що проходить через дві точки площини, у відрізках на осях. Існує ізоморфізм між коефіцієнтами загального рівняння прямої та її розташуванням у декартовій прямокутній системі координат на площині, тому корисно вміти досліджувати загальне рівняння прямої. Важливими є умови паралельності та перпендикулярності прямих, формула для обчислення кута між прямими, що перетинаються. Для визначення відстані від точки до прямої слід вивчити відповідну формулу.

Література: 2, С. 142-152; 5, С. 95-104; 9, С. 39-48; 19, С. 9-10.

Тема 7. Криві другого порядку

1. Поняття кривої другого порядку.
2. Коло.
3. Еліпс.
4. Гіпербола.
5. Парабола.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття необхідно повторити відомості про коло з курсу елементарної математики, формули скороченого множення (формули квадрату суми та різниці двох виразів), сутність методу виділення повних квадратів.

Студентам слід розуміти, що тип кривої другого порядку визначається співвідношенням коефіцієнтів загального рівняння кривої другого порядку.

Вивчення будь-якої кривої другого порядку слід починати із засвоєння її визначення, канонічного рівняння, основних параметрів та співвідношень між ними. Зазначимо, що довільна крива другого порядку, за виключенням параболи, задається будь-якими двома її параметрами. Коло можна задати величиною радіусу та координатами центру. Еліпс - будь-якими двома з таких параметрів: велика та мала вісі та піввісі, фокальний радіус, ексцентриситет. Аналогічно можна задати

гіперболу, вибираючи два параметри серед дійсної та уявної осей та півосей, фокального радіусу, ексцентриситету. Парабола задається одним параметром p . Слід запам'ятати, що ексцентриситет є параметром форми кривої. Значення ексцентриситету еліпса може набувати будь-якого додатного значення, меншого за одиницю. Ексцентриситет гіперболи завжди більший за одиницю.

Слід звернути увагу на особливості побудови кожної з кривих другого порядку.

Література: 2, С. 152-162; 5, С. 104-115; 9, С. 48-59; 19, С. 10-11.

2.2. Аналітична геометрія у просторі

Тема 8. Площина у просторі

1. Види рівнянь площини у просторі.
2. Взаємне розміщення двох площин.
3. Відстань від точки та прямої до площини.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття слід повторити типи рівнянь прямої на площині.

Студенти мають знати, що площина у просторі задається будь-яким лінійним рівнянням із трьома невідомими. Готуючись до заняття, потрібно вивчити основні типи рівнянь площини у просторі: загальне та нормоване рівняння площини; рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору; рівняння площини, що проходить через три точки.

Потрібно звернути увагу на аналіз умов паралельності та перпендикулярності площин. Специфіка обчислення кута між двома площинами полягає у тому, що фактично обчислюється кут між нормальними векторами цих площин. У процесі розв'язування задач часто використовується формула для обчислення відстані від точки до площини.

Література: 2, С. 162-164, 166-167; 5, С. 119-120; 9, С. 28-34.

Тема 9. Пряма у просторі

1. Види рівнянь прямої у просторі.
2. Взаємне розміщення прямої та площини у просторі.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття студентам потрібно повторити загальне рівняння площини. Така вимога зумовлюється тим, що пряма у просторі може задаватися як лінія перетину двох площин. Відповідна формула записується як система рівнянь двох площин. Слід вивчити інші рівняння прямої у просторі. Особливу увагу зверніть на канонічне та параметричне рівняння; рівняння прямої, що проходить через дві точки. Для раціонального розв'язування задач слід використовувати формули для обчислення кута між прямими.

Література: 2, С. 164-167; 5, С. 120-122; 9, С. 35-39.

Тема 10. Поверхні другого порядку

1. Еліпсоїд.
2. Гіперболоїди.
3. Параболоїди.
4. Конус.
5. Циліндр.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття слід повторити тему “Криві другого порядку”. Важливо засвоїти визначення, канонічні рівняння та графіки основних типів поверхонь другого порядку, зокрема сфери, циліндрів, еліпсоїдів, гіперболоїдів, параболоїдів.

Література: 2, С. 168-169.

III. МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

3.1. Вступ до математичного аналізу

Тема 11. Функції

1. Визначення функції.
2. Способи задання функцій.
3. Класифікація функцій.
4. Основні прийоми побудови графіків функцій.

Методичні рекомендації

Готуючись до заняття, студентам слід згадати матеріал з курсу елементарної математики. Потрібно чітко уявляти сутність функціональної залежності як відповідності двох множин, при якій кожному елементу першої множини відповідає тільки один елемент другої множини. Потрібно розібратися, які недоліки та переваги має кожен із способів задання функцій: аналітичний, табличний, графічний. Для останнього треба вміти візуально відрізнити лінії на площині, які є графіками функцій від таких, які не можуть слугувати графіками функцій. Потрібно вміти визначати парність та непарність функцій, знати елементарні періодичні функції та їх періоди тощо.

Література: 2, С. 174-180; 5, С. 123-140; 9, С. 60-73; 11, С. 34-41; 12, С. 16-30; 22, С. 5-20.

Тема 12. Границя числової послідовності

1. Визначення числової послідовності. Приклади.
2. Класифікація числових послідовностей.
3. Поняття та алгоритм визначення границі числової послідовності.
4. Теорема Вейерштрасса.
5. Число e як границя монотонно зростаючої обмеженої числової послідовності.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття слід повторити властивості абсолютної величини. Студентам можна рекомендувати орієнтуватися на вивчення числових послідовностей як спеціальних функцій, що визначені на множині натуральних чисел. Така дефініція визначає специфіку запису та геометричної інтерпретації числових послідовностей на числовій прямій. Потрібно вивчити визначення границі числової послідовності, теорему про єдиність границі. Студенти повинні вміти доводити той факт, що певне число є (не є) границею числової послідовності.

Література: 2, С. 182-183; 5, С. 141-143; 9, С. 84-85; 11, С. 25-34; 22, С. 20-23.

Тема 13. Границя функції в точці

1. Визначення границі функції в точці за Гейне, Коші.
2. Основні теореми про границі.
3. Нескінченно малі та нескінченно великі в точці функції. Їх властивості та взаємозв'язок.

4. Односторонні границі.
5. Перша та друга важливі границі.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Границя числової послідовності”. Важливо знати та доводити еквівалентність різних визначень границі функції в точці, зокрема, дефініцій за Гейне та Коші. Треба розуміти, що числова послідовність може мати тільки одну границю на відміну від функції, яка може мати чи не мати границю в кожній точці області свого визначення. Суттєву роль у процесі розв’язування задач мають основні теореми про границі, зокрема, знаходження границь суми, різниці, добутку та частки скінченного числа функцій, кожна з яких має границю в точці x_0 . Потрібно вивчити та розуміти визначення односторонніх границь, тобто границі функції в точці x_0 справа та зліва. Студенти мають знати визначення та приклади нескінченно малої та нескінченно великої в точці функції, властивості цих класів функцій та співвідношення між ними. Потрібно розібратися в сутності такого важливого поняття як “невизначеність” та знати основні алгоритми для усунення основних типів невизначеностей, насамперед,

$\left[\frac{0}{0} \right], \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Корисно знати формули для обчислення першої та другої важливих границь.

Література: 2, С. 180-182, 184-191; 5, С. 143-161; 9, С. 73, 78-84, 86-96; 11, С. 41-49; 12, С. 31-52, 59-61; 19, С. 12-14; 22, С. 24-36.

Тема 14. Неперервність функції

1. Визначення функції, неперервної в точці та на відрізку.
2. Властивості неперервних функцій.
3. Класифікація точок розриву функції.
4. Теореми про функції, неперервні на замкненій множині.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал двох попередніх тем. Студенти мають вивчити та вміти довести еквівалентність двох визначень функції, неперервної в точці. Важливо знати властивості функцій, неперервних на відрізку, зокрема, зв’язок між неперервністю та диференційованістю функції. Якщо функція в

точці не є неперервною, то вона може мати в цій точці усуваний розрив, розрив першого або другого роду.

Література: 2, С. 191-196; 5, С. 161-175; 9, С. 74-78; 11, С. 49-53; 12, С. 53-58; 19, С. 14-15; 22, С. 36-42.

3.2. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної

Тема 15. Похідна функції в точці

1. Визначення похідної функції в точці.
2. Теореми про похідну суми, різниці, добутку та частки функцій.
3. Таблиця похідних елементарних функцій.
4. Похідна складеної, неявної, параметричної функцій.
5. Похідні вищих порядків.
6. Основні теореми диференціального числення.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити теоретичні відомості про границі функції в точці. Важливо вміти обчислювати значення похідної різними способами. По-перше, за визначенням, тобто за допомогою обчислення відповідної границі. По-друге, за допомогою таблиці похідних елементарних функцій та застосування основних теорем про границі суми, різниці, добутку та частки функцій. При обчисленні похідних складених функцій потрібно вміти структурувати відповідні аналітичні вирази, виділяти, насамперед, зовнішню та внутрішню функції, остання з яких, у свою чергу, може бути складеною функцією. Потрібно знати особливості обчислення похідних функцій, що задані неявно. Для таких класів функцій y є не просто невідомою, а функцією від незалежної змінної x . Тому при обчисленні похідної функції, що залежить від y , потрібно помножити отриманий вираз на y' . Студенти мають вивчити формулу для обчислення похідної функції, заданої параметрично.

Література: 2, С. 200-204, 205-219, 233-236; 5, С. 176-215; 9, С. 97-124; 11, С. 61-65, 67-76; 12, С. 64-98, 124-135; 19, С. 15-17.

Тема 16. Диференціал функції

1. Визначення диференціалу функції.
2. Диференціал суми, добутку, частки функцій.

3. Застосування диференціалів у наближених обчисленнях.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми необхідно повторити матеріал “Похідна функції в точці”. Студенти мають розуміти смисл диференціалу як головної частини приросту функції в точці. Слід звернути увагу на зв'язок між похідною та диференціалами функції та незалежної змінної. Важливим є прикладне значення диференціалу функції для наближених обчислень, тому потрібно вивчити відповідний алгоритм та проаналізувати найбільш вживані приклади.

Література: 2, С. 204-205; 5, С. 244-250; 9, С. 117-122; 11, С. 65-67; 12, С. 101-111.

Тема 17. Дослідження функцій засобами диференціального числення

1. Умови монотонності функції.
2. Необхідна, необхідна і достатня умови існування екстремуму функції.
3. Точки перегину та напрям опуклості функції.
4. Асимптоти.
5. Схема повного дослідження функції.
6. Побудова графіка функції.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття можна рекомендувати повторити основні положення диференціального числення. На першому етапі слід вивчити теореми, що дозволяють аналізувати окремі аспекти поведінки функцій. По-перше, це умови зростання та спадання функції в залежності від знаку похідної першого порядку. Якщо значення відповідної похідної додатне на проміжку, то функція зростає на цьому проміжку; якщо від'ємне - то функція є спадною. Потрібно зрозуміти локальний характер екстремумів функції, тобто її максимумів та мінімумів. Підтвердженням може слугувати візуалізація графіка функції. Студенти мають знати альтернативний метод знаходження екстремумів за допомогою похідних другого порядку. По-друге, це умови існування точок перегину функції та визначення напрямку її опуклості. По-третє, формули для знаходження похилих асимптот до графіка функції. Потрібно запам'ятати схему повного дослідження функції.

Література: 2, С. 220-233; 5, С. 216-243; 9, С. 125-145; 12, С. 144-175; 11, С. 79-99; 19, С. 20-21.

3.3. Диференціальне числення функцій декількох незалежних змінних

Тема 18. Функції декількох незалежних змінних

1. Визначення функції декількох незалежних змінних.
2. Границя, неперервність.
3. Частинні похідні першого порядку.
4. Повний диференціал.
5. Частинні похідні вищих порядків.
6. Необхідна та достатня умови існування екстремуму.
7. Дотична площина, нормаль.
8. Похідна за напрямком, градієнт.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити теоретичні відомості розділу “Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної”. Для успішного розв’язування задач потрібно чітко зрозуміти визначення функції декількох незалежних змінних. При розв’язуванні задач важливо пам’ятати, що функція n змінних може зводитися до функції, що залежить від меншої кількості змінних, зокрема, до функції однієї змінної, шляхом фіксації деякої частини невідомих, тобто надання їм сталих значень. Доцільно провести порівняльний аналіз основних понять для функцій однієї змінної та декількох незалежних змінних. Це стосується, насамперед, областей визначення та значень; графіків як ліній у R^2 та поверхонь у R^3 ; понять неперервності, границі тощо. Важливо знати поняття лінії рівня та ізоповерхні (поверхні рівня) функції декількох змінних. При обчисленні частинних похідних першого та вищих порядків слід пам’ятати, що відповідна частинна похідна дорівнює похідній тієї функції однієї змінної, яку отримуємо, якщо всі інші невідомі цієї функції вважаємо сталими величинами. Отже, в процесі частинного диференціювання слід користуватися формулами для знаходження похідних функцій однієї змінної. Потрібно бути уважними при обчисленні мішаних похідних другого та вищих порядків. Якщо мішані похідні другого порядку є неперервними, то вони рівні між собою. Потрібно знати формулу повного диференціала та вміти використовувати її для наближених обчислень. Особливої уваги потребує вивчення алгоритму знаходження екстремумів функцій двох незалежних змінних, необхідна та достатня умови існування

екстремуму. Студенти мають вивчити формули для знаходження градієнта функції та її похідної за напрямком.

Література: 2, С. 239-263; 5, С. 397-437; 9, С. 146-156; 11, С. 133-155; 12, С. 230-263, 265-276.

3.4. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної

Тема 19. Невизначений інтеграл

1. Первісна функція, невизначений інтеграл.
2. Властивості невизначених інтегралів.
3. Таблиця інтегралів елементарних функцій.
4. Основні методи інтегрування: безпосереднє, заміна змінної, частинами.
5. Інтегрування раціональних, тригонометричних, ірраціональних виразів.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми необхідно повторити таблицю похідних елементарних функцій. Студентам слід вивчити визначення первісної функції та невизначеного інтегралу як множини первісних певного вигляду. Важливо знати і вміти застосовувати основні властивості невизначених інтегралів. Слід вивчити таблицю інтегралів елементарних функцій. Студенти мають розуміти, що знаходження невизначеного інтегралу є оберненою дією по відношенню до диференціювання певної неперервної обмеженої функції. Методи інтегрування поділяють на основні та спеціальні. Серед основних методів слід вивчити безпосереднє інтегрування, метод заміни змінної (підстановки), інтегрування частинами. Серед спеціальних методів особливу увагу студенти мають звернути на інтегрування раціональних дробів, тригонометричних виразів та ірраціональностей. У рамках першого із зазначених методів потрібно вміти виділяти цілу частину неправильних алгебраїчних дробів, розкласти правильні раціональні дроби на елементарні та здійснювати інтегрування елементарних дробів чотирьох типів. У процесі інтегрування тригонометричних виразів потрібно вміти використовувати формули перетворення добутоків тригонометричних функцій у суму, формули пониження степеня. Студенти мають знати, що не всі інтеграли неперервних функцій записуються за допомогою скінченної комбінації елементарних функцій. Такі інтеграли називають такими, що “не беруться”.

Література: 2, С. 268-286; 5, С. 251-282; 9, С. 157-178; 11, С. 99-111; 12, С. 313-348; 23, С. 4-17.

Тема 20. Визначений інтеграл

1. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум.
2. Формула Ньютона-Лейбниця.
3. Властивості визначених інтегралів.
4. Заміна змінної, інтегрування частинами у визначених інтегралах.
5. Застосування визначених інтегралів для обчислення площ та об'ємів.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Невизначений інтеграл”.

Студенти мають знати, що визначений інтеграл - це числова величина, на відміну від невизначеного інтегралу, який є множиною функцій. Визначені інтеграли розглядаються як границі відповідних інтегральних сум. Геометрично значення визначеного інтегралу дорівнює площі відповідної криволінійної трапеції. Для їх обчислення використовують формулу Ньютона-Лейбниця та основні властивості визначених інтегралів. Потрібно зрозуміти специфіку застосування основних методів інтегрування, зокрема, методів підстановки та інтегрування частинами, у царині визначених інтегралів. Слід вивчити формули для обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл обертання за допомогою визначених інтегралів.

Література: 2, С. 287-297, 300-314; 5, С. 283-307, 312-322; 9, С. 179-208; 11, С. 111-127; 12, С. 357-378, 385-389, 399-414; 19, С. 24-25; 23, С. 18-34.

Тема 21. Невласні інтеграли

1. Невласні інтеграли з нескінченними межами інтегрування.
2. Невласні інтеграли від необмежених функцій.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити теоретичні відомості щодо обчислення границь, неперервності функцій та методів інтегрування.

Важливо розрізнати невластні інтеграли двох типів. Перший тип - невластні інтеграли з нескінченною межею інтегрування. Другий - невластні інтеграли від розривних функцій. Обчислення таких інтегралів зводиться до визначення границі відповідного визначеного інтегралу. При цьому, якщо значення границі є скінченним числом, то невластний інтеграл існує або збігається. В іншому випадку невластний інтеграл називається розбіжним.

Література: 2, С. 298-299; 5, С. 307-312; 11, С. 127-131; 12, С. 378-384.

3.5. Інтегральне числення функцій декількох незалежних змінних

Тема 22. Кратні інтеграли

1. Визначення кратного інтегралу.
2. Властивості кратних інтегралів.
3. Теореми про середнє.
4. Зведення кратного інтеграла до повторних інтегралів.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми необхідно повторити матеріал тем “Невизначений інтеграл” та “Визначений інтеграл”.

Студенти мають вивчити визначення подвійного інтегралу як границі відповідних інтегральних сум та основні властивості подвійних інтегралів. Обчислення таких інтегралів зводиться до послідовного обчислення значень внутрішнього та зовнішнього інтегралів. Таким чином, подвійні інтеграли зводяться до повторних інтегралів. Студентам слід навчитися проводити зміну порядку інтегрування у подвійних інтегралах. Важливе значення мають застосування подвійних інтегралів для обчислення площ плоских областей та об'ємів просторових тіл.

Література: 13, С. 152-168, 190-199; 23, С. 35-45.

3.5. Ряди

Тема 23. Числові ряди

1. Визначення числового ряду.
2. Необхідна умова збіжності числового ряду.
3. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами. Гармонічний ряд.
4. Знакопочережні ряди. Умовна та абсолютна збіжність ряду. Ознака Лейбниця для знакопочережних рядів.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Границя числової послідовності”.

Студенти мають знати визначення числового ряду, частинної суми та суми ряду. Важливими є поняття збіжності та розбіжності числового ряду. Потрібно знати, що на збіжність числового ряду не впливає відкидання скінченного числа його членів та множення кожного члену ряду на відмінне від нуля число. Якщо кожен із двох числових рядів збігається, то сума та різниця цих рядів також є збіжним числовим рядом. Для успішного розв’язування задач корисно знати необхідну ознаку збіжності рядів. Для дослідження збіжності рядів з додатними членами може застосовуватися одна з таких ознак, як порівняння рядів, ознака Даламбера, ознака Коші, інтегральна ознака тощо. Збіжність знакопочережних рядів можна визначати на підставі ознаки Лейбниця. Для знакозмінних рядів важливими є поняття абсолютної та умовної збіжності ряду.

Література: 2, С. 335-348; 5, С. 356-378; 9, С. 230-246; 13, С. 245-266; 19, С. 25-26.

Тема 24. Степеневі ряди

1. Поняття функціонального ряду.
2. Степеневі ряди. Збіжність степеневого ряду.
3. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
4. Ряди Тейлора та Маклорена. Розклад елементарних функцій у ряди Тейлора та Маклорена.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити теоретичні відомості про числові ряди. Студентам потрібно вивчити визначення функціонального та степеневого рядів, області збіжності ряду. Слід розуміти, що функціональний ряд зводиться до числового шляхом надання змінній певного числового значення. Областю збіжності степеневого ряду є

інтервал від $-R$ до $+R$ з центром у початку координат. Число R називається радіусом збіжності ряду. Для визначення радіусу збіжності ряду можна застосовувати достатню ознаку збіжності Даламбера або ознаку Коші. Дослідження збіжності степеневих ряду у точках $-R$ та $+R$ проводиться з використанням будь-якої достатньої ознаки збіжності числових рядів з додатними членами.

Література: 2, С. 349-359; 5, С. 379-396; 9, С. 246-261; 13, С. 266-267, 275-285, 288-292; 19, С. 26-27.

IV. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Тема 25. Диференціальні рівняння першого порядку

1. Визначення диференціального рівняння. Основні поняття.
2. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші.
3. Типи диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремленими та відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми необхідно вивчити основні поняття теорії диференціальних рівнянь, зокрема, визначення диференціального рівняння, його порядку, загального, частинного розв'язків та інтегралів, диференціального рівняння першого порядку. Важливою є геометрична інтерпретація загального інтегралу диференціального рівняння у вигляді сімейства інтегральних кривих на координатній площині. Будь-якому частинному розв'язку відповідає одна інтегральна крива, що проходить через певну точку площини. Студенти мають вміти формулювати основну задачу теорії диференціальних рівнянь - задачу Коші - для диференціальних рівнянь першого порядку. Потрібно знати методи розв'язування основних типів диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремленими змінними, з відокремлюваними змінними, однорідних, лінійних. Для успішного розв'язування диференціальних рівнянь потрібні навички вільного володіння основними методами інтегрування.

Література: 2, С. 315-326; 5, С. 325-340; 9, С. 209-218; 11, С. 157-167; 13, С. 13-33.

Тема 26. Диференціальні рівняння вищих порядків

1. Поняття про диференціальні рівняння вищих порядків.
2. Однорідні лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
3. Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.
4. Системи лінійних диференціальних рівнянь.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід вивчити основні поняття диференціальних рівнянь вищих порядків, теорему про існування та єдиність розв'язку, задачу Коші. Студенти мають знати аналітичний вираз лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. У процесі розв'язування таких рівнянь потрібно, по-перше, скласти та розв'язати характеристичне рівняння; по-друге, записати загальний розв'язок шуканого рівняння у залежності від обчислених коренів характеристичного рівняння. Для успішного розв'язування лінійних неоднорідних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами потрібно користуватися теоремою про структуру розв'язку. Потрібно знати правила, згідно яких вибираємо вигляд частинного розв'язку неоднорідного рівняння.

Література: 6, С. 327-334; 7, С. 340-355; 11, С. 218-229; 20, С. 55, 68-90; 21, С. 167-192.

I. ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

1.1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ

Тема 1. Елементи комбінаторики

1. Поняття n -факторіалу.
2. Перестановки з n елементів.
3. Розміщення з n по m елементів.
4. Сполучення з n по m елементів.
5. Взаємозв'язок перестановок, розміщень, сполучень.

Методичні рекомендації

Студент повинен чітко оперувати визначенням n -факторіалу; впевнено здійснювати обчислення виразів, що містять $n!$, пам'ятати, що значення $0! = 1$.

Необхідними є знання формул для обчислення кількості перестановок, розміщень, сполучень. При виборі певної формули для розв'язування задачі слід пам'ятати, що у випадку *розміщень* комбінації вважаємо різними, якщо вони відрізняються складом або порядком елементів; для *сполучень* різними є комбінації, що відрізняються хоча б одним елементом.

Література: 3, С. 30-35; 6, С. 22-23; 11, С. 265-266; 15, С. 386-391; 16, С. 4-11; 17, С. 9-10; 20, С. 19-22; 21, С. 7-11.

Тема 2. Основні поняття теорії ймовірностей

1. Події та випробування.
2. Класифікація подій: достовірні, неможливі, випадкові.
3. Ймовірність появи події: класична, статистична, геометрична, аксіоматична.

Методичні рекомендації

Студент повинен чітко уявити первинний об'єктивний характер випадковості у фізичному світі. Предметом вивчення теорії ймовірностей є масові однорідні випадкові події.

Необхідним є знання та застосування на практичному занятті основних схем теорії ймовірностей: “схеми урн”, “грального кубика”, “кидання монети”.

Слід вивчити та зрозуміти характерні особливості застосувань класичного, статистичного, геометричного підходів до розв'язування задач на обчислення ймовірностей подій. Має сенс обґрунтування декількох альтернативних підходів до розв'язування певної задачі.

Література: 3, С. 17-22, 26-30; 6, С. 14-31; 7, С. 8-18; 11, С. 6-11, 20-22, С. 264-268; 15, С. 380-386; 16, С. 12-36; 17, С. 5-12; 28, С. 11-12; 20, С. 7-9, 15-19, 22-24; 21, С. 12-22.

Тема 3. Теореми додавання та множення ймовірностей подій

1. Класифікація подій: сумісні та несумісні, залежні та незалежні.
2. Сума та добуток подій.
3. Теореми множення ймовірностей для незалежних, залежних подій.
4. Теореми додавання ймовірностей для несумісних, сумісних подій.

5. Повна група подій. Протилежні події.
6. Ймовірність появи хоча б однієї з подій повної групи.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття студент повинен звернути увагу на суттєві риси попарно несумісних та несумісних у сукупності подій. Необхідно розуміти різницю між безумовною та умовною ймовірностями певних подій.

Слід вивчити формулювання, формули та умови використання кожної з теорем додавання та множення ймовірностей. Важливим при розв'язанні задач є використання двох альтернативних формулювань теореми множення залежних подій; чітка математична експлікація виразу “існує хоча б один об'єкт” як протилежного до “не існує жодного об'єкта”.

Література: 3, С. 43-55; 6, С. 31-50; 7, С. 18-30; 11, С. 11-17, С. 269-278; 15, С. 391-397; 16, С. 37-44; 17, С. 16-20; 18, С. 12-17; 20, С. 25-32; 21, С. 26-29.

Тема 4. Повна ймовірність випадкової події

1. Формула повної ймовірності.
2. Формули Байєса.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття потрібно повторити визначення повної групи подій і теорему множення ймовірностей залежних подій.

Для успішного розв'язування задач слід зрозуміти структуру формули повної ймовірності події A . Смісл формул Байєса полягає у можливості апостеріорної переоцінки ймовірності кожної з n гіпотез H_i .

Література: 3, С. 55-68; 6, С. 50-55, 7, С. 31-37; 11, С. 17-19, С. 278-281; 15, С. 397-399; ; 16, С. 45-55; 17, С. 20-22; 18, С. 17-19; 20, С. 32-36; 21, С. 30-33.

Тема 5. Моделі повторних незалежних випробувань Бернуллі

1. Схема повторних незалежних випробувань Бернуллі.
2. Формула Бернуллі.

3. Найімовірніше число в схемі Бернуллі.
4. Локальна теорема Муавра-Лапласа. Ймовірнісна функція $\varphi(x)$, її властивості.
5. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Функція Лапласа $\Phi(x)$, її властивості.
6. Теорема Пуассона.
7. Ймовірність відхилення відносної частоти від сталої ймовірності події.

Методичні рекомендації

У процесі підготовки до практичного заняття студентам слід повторити поняття суми і добутку подій, формулу для обчислення кількості сполучень з n елементів по m елементів.

Слід звернути увагу на такі особливості схеми Бернуллі:

- розглядається послідовність незалежних випробувань;
- ймовірність появи події A у будь-якому окремому випробуванні є сталою величиною, відмінною від нуля та одиниці, $0 < p < 1$;
- окреме випробування може повторюватися будь-яку кількість раз.

При виборі формули для розв'язування певної задачі слід мати на увазі, що:

- формула Бернуллі застосовується для невеликої кількості випробувань у серії $n < 15$;
- для $n \geq 15$ використовуємо локальну теорему Муавра-Лапласа;
- для масових рідких подій ($n \rightarrow \infty$; $p \rightarrow 0$) обчислення проводимо за формулою Пуассона.

Студентам слід користуватися таблицями значень функцій $\varphi(x)$, $\Phi(x)$, спираючись на властивості кожної з цих функцій.

Література: 3, С. 69-92; 6, С. 55-63; 7, С. 25-37; 11, С. 37-51, С. 282-288; 16, С. 56-65; 17, С. 26-37; 18, С. 19-21, 33-37; 20, С. 37-42.

1.2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

Тема 6. Дискретні випадкові величини

1. Поняття випадкової величини. Типи випадкових величин: дискретні, неперервні.

2. Закон розподілу дискретної випадкової величини. Багатокутник розподілу.

3. Функція розподілу випадкової величини, її властивості, графік.
4. Математичне сподівання дискретної випадкової величини. Властивості $M(x)$.
5. Дисперсія дискретної випадкової величини. Властивості $D(x)$.
6. Середнє квадратичне відхилення дискретної випадкової величини.
7. Теоретичні моменти.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам слід чітко зрозуміти співвідношення випадкових подій, насамперед тих, що описують основні ймовірнісні схеми, та випадкових величин, які відповідають цим моделям.

Важливими характеристиками дискретних випадкових величин є такі:

- кількість значень дискретної випадкової величини може бути нескінченною;
- сума елементів другого рядка будь-якої таблиці розподілу дискретної випадкової величини (імовірностей) дорівнює одиниці;
- повний опис дискретної випадкової величини включає, крім закону розподілу, числові характеристики $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$, які слугують точковими оцінками випадкових величин.

Важливе значення має вставлення ймовірнісного смислу числових характеристик випадкових величин, а саме:

- $M(x)$ є наближеним середнім значенням (центром розподілу) випадкової величини;
- $D(x)$ - це середнє значення квадрату відхилення випадкової величини від $M(x)$;
- $\sigma(x)$ - величина, яка дозволяє оцінити розсіювання значень в одиницях вимірювання самої випадкової величини.

Студентам потрібно знати визначення теоретичних моментів k -ого порядку, зокрема, початкових і центральних; формули для обчислення $M(x)$ та $D(x)$ через моменти; співвідношення між початковими та центральними моментами.

Література: 3, С. 93-95, 100-102, 104-112; 6, С. 64-66, 75-83, 85-92, 94, 98-100; 7, С. 52-60, 63-82; 11, С. 37-38, 40, 47-55, С. 291-294, 296-306; 15, С. 399-405; 16, С. 66-79; 17, С. 38-41; 18, С. 21-23; 20, С. 43-52; 21, С. 34-40.

Тема 7. Закони розподілу дискретних випадкових величин

1. Біноміальний закон розподілу.
2. Закон розподілу Пуассона.
3. Потоки подій.
4. Геометричний розподіл.
5. Гіпергеометричний розподіл.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття необхідно повторити відомості про біном Ньютона, трикутник Паскаля та властивості біноміальних коефіцієнтів. Для успішного розв'язування задач має значення уміння студентів проводити розрахунки за формулою Бернуллі. Потрібно знати значення числових характеристик біноміального закону розподілу ймовірностей $M(x)=np$, $D(x)=npq$.

Слід повторити теорему Пуассона, смисл параметра розподілу λ , ознайомитись з таблицями значень $P_n(m)$ для пуассонівських випадкових величин, вивчити числові характеристики цього розподілу.

При вивченні найпростіших потоків подій слід спиратися на формулу Пуассона. Необхідно звернути увагу на такі властивості найпростіших потоків подій як стаціонарність, ординарність, відсутність ефекту післядії.

Для успішного розв'язування задач слід повторити відомості щодо геометричної прогресії, вивчити формулу геометричного розподілу ймовірностей випадкових величин.

Для успішного засвоєння гіпергеометричного закону розподілу має смисл повторити формулу сполучень з n по m елементів, класичне означення ймовірності події. Вивчіть формулу гіпергеометричного розподілу. Слід звернути увагу на три параметри цього розподілу: N , M , n .

Література: 3, С. 102-104, 113; 6, С. 66-75; 11, С. 55-58, С. 294-296; 15, С. 409-411; 17, С. 82-89; 20, С. 60-66; 21, С. 41-46.

Тема 8. Неперервні випадкові величини

1. Інтегральна функція розподілу ймовірностей випадкових величин, її властивості, графік.
2. Щільність розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин, її властивості, графік.
3. Зв'язок інтегральної функції розподілу з відомою щільністю розподілу неперервної випадкової величини.
4. Ймовірність попадання неперервної випадкової величини у заданий інтервал.
5. Числові характеристики неперервних випадкових величин.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття слід повторити теми “Визначений інтеграл” та “Невласні інтеграли”. Потрібно вивчити, насамперед, означення функції розподілу ймовірностей випадкової величини та її властивості. Необхідно знати формулу для обчислення ймовірності попадання випадкової величини у заданий інтервал за допомогою визначення та функції щільності розподілу. Потрібно звернути увагу на той факт, що ймовірність набутти будь-яке конкретне значення x_0 для неперервної випадкової величини дорівнює нулю. Має значення формула обчислення функції розподілу неперервної випадкової величини як невідного інтегралу щільності розподілу; рівність одиниці невідного інтегралу щільності розподілу по всій числовій прямій. Важливо вивчити формули для обчислення числових характеристик неперервних випадкових величин у інтегральному вигляді.

Література: 3, С. 96-100, 114-117; 6, С. 11-122, 124-127; 11, С. 60-71, С. 312-320; 15, С. 405-409; 16, С. 80-93; 17, С. 43-56; 21, С. 47-56.

Тема 9. Закони розподілу неперервних випадкових величин

1. Рівномірний розподіл.
2. Показниковий розподіл. Функція надійності.
3. Нормальний закон розподілу. Крива Гаусса.
4. Розподіл χ^2 .
5. Розподіл Стюдента.
6. Розподіл Фішера-Снедекора.

Методичні рекомендації

Тема “Закони розподілу неперервних випадкових величин” є однією з фундаментальних у курсі теорії ймовірностей, тому її вивченню слід приділити велику увагу.

Студентам необхідно запам'ятати, що для рівномірно розподіленої випадкової величини щільність розподілу є сталою величиною.

Потрібно знайти формули щільності та функції розподілу показникового розподілу. Особливістю цього закону розподілу є залежність від одного додатного параметра λ . Слід звернути увагу на показниковий закон надійності та його практичне застосування у сферах економіки та менеджменту.

При вивченні нормально розподілених випадкових величин слід звернути увагу, що цей закон визначається двома параметрами: α та σ .

Параметри нормального розподілу, або розподілу Гаусса, мають важливий імовірнісний смисл: α дорівнює математичному сподіванню, а σ - середньому квадратичному відхиленню випадкової величини. Параметр α є параметром розташування, σ - параметром масштабу. Серед нормально розподілених випадкових величин виділяють ті, що мають стандартний нормальний розподіл з параметрами $\alpha = 0$, $\sigma = 1$.

Важливим є вміння будувати нормальну криву в залежності від значень параметрів розподілу α та σ . Необхідним є знання формул імовірності попадання нормально розподіленої випадкової величини на заданий проміжок, ймовірності заданого відхилення; правила “трьох сигм”.

Студенти мають уявляти синтетичний характер розподілів χ^2 , Стюдента та Фішера-Снедекора. Зокрема, згідно закону χ^2 розподілена випадкова величина, що дорівнює сумі квадратів n стандартних нормально розподілених випадкових величин. Слід звернути увагу та з'ясувати характер поняття “кількість ступенів свободи” та його значення для вищезгаданих законів розподілу випадкових величин.

Література: 3, С. 117-125; 6, С. 122-124; 127-135, 145-147; 11, С. 71-76, С. 320-327; 15, С. 411-416; 17, С. 90-105; 20, С. 52-60, 87-92; 21, С. 56-57.

Тема 10. Закон великих чисел. Центральна гранична теорема

1. Нерівність Чебишева.
2. Теорема Чебишева.
3. Теорема Бернуллі.
4. Центральна гранична теорема.
5. Теорема Ляпунова.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття слід засвоїти мету та сфери застосування теорем та формул, що відомі як закон великих чисел та центральна гранична теорема. Закон великих чисел об'єднує групу теорем, які встановлюють співвідношення теоретичних та емпіричних характеристик випадкових величин. Центральна гранична теорема - це назва групи тверджень, які встановлюють граничні закони розподілу випадкових величин. Студентам слід вивчити аналітичні вирази, які відповідають кількісним співвідношенням кожної з теорем, та умови їх застосування.

Література: 3, С. 126-131; 6, С. 101-110, 135-137; 11, С. 80-92; 16, С. 94-101; 17, С. 106-113; 21, С. 58-63.

II. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Тема 11. Первинна обробка вибірки

1. Вибірка та генеральна сукупність. Репрезентативність вибірки.
2. Точкові та інтервальні варіаційні ряди.
3. Графіки варіаційних рядів: полігон, гістограма частот та відносних частот.
4. Емпірична функція розподілу, її властивості, графік.
5. Числові характеристики вибірки: вибіркове арифметичне, вибіркова дисперсія, стандартне відхилення, мода, медіана.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття студентам необхідно засвоїти базові поняття математичної статистики, насамперед “генеральна сукупність”, “вибірка” тощо. Слід чітко аналізувати співвідношення їх змісту та обсягу. Актуальними є розуміння сутності вибіркового методу - оцінювання генеральної сукупності за допомогою ймовірнісних властивостей вибірки. Будь-яка вибірка має задовольняти умову репрезентативності. У такому разі кожен її елемент отримують з генеральної сукупності випадково.

Важливо засвоїти поняття варіаційного ряду, варіанти, розмаху варіант, частоти, відносної частоти, накопиченої частоти, статистичного розподілу вибірки тощо.

Слід звернути увагу на побудову графіків вибірки, зокрема полігону і гістограми частот та відносних частот варіант, кумуляти тощо. Для точкового варіаційного ряду доцільно будувати полігон, а для інтервального - гістограму. Зазначимо, що площа гістограми частот дорівнює об'єму вибірки n ; площа гістограми відносних частот дорівнює одиниці.

Суттєву роль відіграє емпірична функція розподілу вибірки та її співвідношення з теоретичною функцією розподілу генеральної сукупності.

Студенти мають повторити формули з курсу теорії ймовірностей для обчислення математичного сподівання, дисперсії, середнього квадратичного відхилення випадкових величин. Важливою є аналогія вищезазначених формул з відповідними формулами для обчислення характеристик вибірки: вибірковим середнім, дисперсією, стандартним відхиленням.

З метою спрощення обчислень можна рекомендувати використання алгоритму переходу до штучних варіант.

Необхідно розуміти вибір підходу до обчислення моди і медіани в залежності від типу варіаційного ряду. Якщо ряд точковий, то обчислення проводяться за визначенням; для інтервальних рядів слід вивчити відповідні формули.

Для успішного засвоєння теми доцільно звернутися до комп'ютерних технологій, зокрема, засобів Excel. Це дозволить студентам будувати варіаційні ряди, розподіли частот, гістограми тощо.

Література: 3, С. 165-218, 222-234, 269-332; 6, С. 187-203; 7, С. 41-51; 11, С. 93-96, С. 327-343; 15, С. 416-422; 16, С. 102-121; 17, С. 114-132; 18, С. 41-53; 21, С. 64-67.

Тема 12. Теорія точкових оцінок

1. Поняття та види оцінок: точкові, зміщені та незміщені, ефективні, спроможні.
2. Оцінка параметрів генеральної сукупності: генеральна середня, генеральна дисперсія.
3. Точкова оцінка параметру p біноміального розподілу.
4. Метод максимальної правдоподібності.
5. Метод моментів.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід звернути увагу на суттєві ознаки будь-якої статистичної оцінки, а саме на її ефективність, незміщеність, спроможність.

Важливим є факт незміщеності вибіркової середньої відносно середньої генеральної сукупності. Вибіркова дисперсія є зміщеною оцінкою по відношенню до генеральної дисперсії. При розв'язуванні задач слід оцінювати генеральну дисперсію по виправленій вибірковій.

Студентам потрібно знати схему послідовних незалежних випробувань Бернуллі; біноміальний закон розподілу та його числові характеристики. Точковою оцінкою невідомої ймовірності p слугує відносна частота появи події.

Метою методу максимальної правдоподібності є обчислення точкової оцінки невідомого параметру певного розподілу. Для успішного засвоєння теми слід повторити матеріал курсу вищої математики “Дослідження функцій засобами диференціального числення”, зокрема, алгоритм знаходження екстремуму функції за допомогою похідної другого порядку. Студентам потрібно знати формули функції правдоподібності для дискретних та неперервних випадкових величин.

Для успішного розв'язування задач знаходження точкових оцінок за допомогою методу моментів студентам слід вміти користуватися формулами для обчислення початкових та центральних моментів випадкових величин та їх функцій, якими, зокрема, є математичне сподівання, дисперсія, асиметрія та ексцес.

Література: 3, С. 235; 6, С. 197-212; 7, С.157-174; 15, С. 420-422; 16, С. 122-126, 129-131; 17, С. 133-137; 21, С. 68-73.

Тема 13. Теорія інтервальних оцінок

1. Поняття про інтервальне оцінювання.
2. Поняття надійного проміжку.
3. Інтервальна оцінка ймовірності біноміального розподілу.
4. Надійні проміжки для математичного сподівання нормально розподіленої генеральної сукупності за умов відомої та невідомої генеральної дисперсії.
5. Надійні проміжки для оцінювання середнього квадратичного відхилення σ нормального розподілу.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Випадкові величини”. Студенти повинні знати переваги точкових оцінок для вибірок великого об'єму та інтервального оцінювання для вибірок малого об'єму: останні дають більш точні оцінки. Слід розуміти смисл числа δ як точності оцінки: меншому δ відповідає більш точна оцінка. Потрібно знати визначення та значення (0,95; 0,99; 0,999) довірчої ймовірності, надійного проміжку.

Оцінювання ймовірності біноміального розподілу проводиться в двох аспектах: точковому та інтервальному. В якості точкової оцінки невідомої ймовірності p виступає відносна частота появ події. Потрібно знати, що ця оцінка є незміщеною. При розв'язуванні задач зручно користуватися формулами для дисперсії та середнього квадратичного відхилення цієї оцінки. Студенти повинні чітко уявляти алгоритм побудови надійного проміжку для оцінки ймовірності за відносною частотою, знати формули, згідно яких обчислюються значення кінців надійного проміжку.

Потрібно вміти користуватися таблицями значень інтегральної функції Лапласа $\Phi(x)$ та t -розподілу Стьюдента. Необхідно вивчити формули, по-перше, для надійних проміжків оцінки математичного сподівання нормального розподілу при відомому та невідомому

середньому квадратичному відхиленні; по-друге, для оцінки середнього квадратичного відхилення цього ж розподілу.

Література: 3, С. 235-239; 6, С. 213-219, 220-223; 7, С.174-180; 15, С. 423-426; 16, С. 127-129; 17, С. 137-139; 18, С. 53-63; 20, С. 67-73; 21, С. 89-92.

Тема 14. Статистична перевірка гіпотез

1. Поняття перевірки гіпотези. Типи гіпотез: основна та альтернативна. Класифікація помилок: помилки I-го та II-го роду.
2. Критерії для перевірки гіпотез. Потужність критерію.
3. Перевірка гіпотези про розподіл за допомогою χ^2 -критерію Пірсона.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Закони розподілу випадкових величин” з курсу теорії ймовірностей. Студенти повинні розуміти смисл понять “статистична гіпотеза”, “основна гіпотеза”, “альтернативна гіпотеза”, “проста гіпотеза”, “складна гіпотеза” тощо.

Слід чітко уявляти механізм перевірки статистичних гіпотез, знати та вміти кваліфікувати помилки, що можуть виникати в процесі перевірки гіпотез, зокрема, мати уявлення про ризики виробника та споживача.

У процесі підготовки до заняття студенти мають вивчити визначення статистичного критерію перевірки основної (нульової) гіпотези, розглянути найбільш вживані критерії, зокрема, χ^2 -критерій Пірсона, Т-критерій Стюдента, F-критерій Фішера-Снедекора.

Важливим складником успішного розв’язування задач слугує чітке уявлення студентів про критичну область та визначення її виду - однобічна чи двобічна, лівобічна чи правобічна. Також студенти мають вміти знаходити критичні точки певного статистичного критерію.

Для перевірки статистичних гіпотез про розподіл генеральної сукупності слід застосовувати χ^2 -критерій Пірсона. Студентам доцільно вивчити алгоритм застосування цього критерію для перевірки гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

Література: 3, С. 249-266; 6, С.281-307, 329-332; 7, С. 206-218, 251-259; 16, С. 138-151; 17, С. 140-151; 18, С. 63-76; 20, С. 82-86, 111-113; 21, С. 93-104.

Тема 15. Елементи дисперсійного аналізу

1. Однофакторний дисперсійний аналіз.
2. Двофакторний дисперсійний аналіз.
3. Поняття про багатфакторний дисперсійний аналіз.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити теоретичні відомості про закон розподілу Фішера-Снедекора для неперервних випадкових величин, вміти користуватися таблицею відповідного розподілу.

Сферою застосування однофакторного дисперсійного аналізу є статистичні задачі визначення впливу деякого якісного фактора на величину X , що вивчається. При цьому порівнюють “факторну” та “залишкову” дисперсії, перша з яких визначається самим фактором, а друга - випадковими величинами. Якщо ці дисперсії відрізняються суттєво, то вплив фактора на X є суттєвим. Студентам слід вивчити формули для обчислення загальної, факторної та залишкової дисперсій. Зазначимо, що алгоритми розв’язування задач однофакторного аналізу відрізняється для випадків однакової кількості елементів на всіх рівнях та неоднакової кількості елементів на різних рівнях.

Засоби двофакторного дисперсійного аналізу дозволяють встановлювати вплив кожного із двох факторів та їх взаємодії на величину X .

Література: 3, С. 259-261; 6, С. 349-362; 7, С. 283-293; 18, С. 83-86; 21, С. 120-126.

Тема 16. Лінійна кореляція

1. Функціональна та статистична залежності. Види кореляційних залежностей.
2. Лінійна кореляція.
3. Знаходження параметрів рівняння лінійної регресії методом найменших квадратів.
4. Коефіцієнт кореляції.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми необхідно повторити матеріал “Функції декількох незалежних змінних” з курсу вищої математики, насамперед, алгоритм знаходження екстремумів функцій декількох змінних.

Студенти мають знати та розуміти відмінності між функціональними та статистичними, зокрема, кореляційними, залежностями. Доцільно розглянути класифікацію кореляційних залежностей, серед яких лінійна кореляція є найбільш простим випадком. Корисно провести порівняльний аналіз методів знаходження ліній лінійної регресії, зокрема, методу натягнутої нитки, найменших квадратів тощо. Важливими є впевнене оперування формулами вибіркового рівняння регресії, параметрів цього рівняння r_{xy} , S для не згрупованих та згрупованих даних, вибіркового коефіцієнта кореляції.

Студентам корисно ознайомитись із комп'ютерними засобами кореляційного аналізу в середовищі Excel, зокрема, для побудови ліній лінійної регресії та кореляційної матриці.

Література: 3, С. 239-242, 247; 6, С. 253-267; 11, С. 159-175; 15, С. 426-430; 7, С. 190-196; 16, С. 134-137; 18, С. 76-83, 87-99; 20, С. 74-81, 92-101; 21, С. 110-119.

Тема 17. Нелінійна кореляція

1. Нелінійна регресія.
2. Кореляційне відношення.
3. Кореляційна залежність кількох величин.

Методичні рекомендації

При підготовці до заняття слід повторити матеріал теми “Лінійна кореляція”.

Студенти мають знати види нелінійної регресії, зокрема, параболічну регресію другого та вищих порядків тощо.

Для визначення міри кореляційної залежності між ознаками у вибірці вводиться поняття кореляційного відношення. Воно є більш універсальним у порівнянні з коефіцієнтом кореляції, сфера визначення якого обмежена випадками лінійної кореляційної залежності.

Студенти мають розуміти, що кореляційний зв'язок може встановлюватися як між двома ознаками, так і між декількома ознаками. У таких випадках мова йде про множинну кореляцію. Студенти мають вивчити формули для визначення тісноти зв'язку між трьома ознаками, що зв'язані лінійною залежністю.

Література: 3, С. 242-244, 248; 6, С. 268-280; 11, С. 175-187; 7, С. 196-205.

МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ

Розділ 1. Лінійне програмування (ЛП)

Тема 1. Предмет, особливості та сфери застосування лінійного програмування в економіці. Класифікація задач

1. Економічна та математична постановка задачі ЛП.
2. Класифікація моделей ЛП.
3. Приклади економічних проблем, для розв'язання яких доцільно застосовувати методи ЛП.

Методичні рекомендації

Студентам необхідне розуміння, що лінійне програмування - це наука про методи дослідження та знаходження найбільших та найменших значень лінійної функції, на змінні якої накладені лінійні обмеження.

Важливим є знання наступних понять: загальна та стандартна задача ЛП та їх властивості. Необхідно сформулювати вміння побудови математичних моделей найпростіших економічних задач. При цьому доцільно повторити поняття n -вимірного простору, лінійної залежності векторів, базису n -мірного векторного простору, розв'язання системи лінійних рівнянь методом Жордано-Гаусса, розклад векторів за базисом, перехід від одного базису до іншого.

Література: 8, С.5-11; 15, С.7-33.

Тема 2. Загальна задача ЛП та деякі з методів її розв'язання

1. Графічний метод розв'язання задач ЛП.
2. Симплексний метод.
3. Метод штучного базису (М-метод).
4. Подвійний симплекс-метод.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам необхідно уявити типи задач ЛП, для розв'язання доцільно застосовувати той чи інший метод одержання оптимального розв'язку.

Важливим є знання обчислювальних алгоритмів відповідних методів розв'язання задач ЛП та вміння їх використання.

Література: 8, С. 29-50, 80-84; 15, С. 52-74, 93-97.

Тема 3. Теорія двоїстості та двоїсті оцінки в аналізі розв'язків лінійних оптимізаційних моделей

1. Пряма та подвійна задачі ЛП.
2. Двоїсті оцінки та дефіцитність ресурсів в околі оптимального плану задачі ЛП.
3. Основні теореми двоїстості, задачі та їх економічний зміст.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичних занять студентам необхідне розуміння, що кожній задачі ЛП можна певним чином співставити деяку іншу задачу ЛП, яка і називається подвійною задачею ЛП.

Слід звернути особливу увагу на правила побудови подвійної задачі ЛП, на зв'язок між розв'язком прямої та подвійної задач, що обумовлюються першою та другою теоремами двоїстості.

Важливим є формування навичок економічної інтерпретації подвійних задач.

Література: 8, С. 88-116; 15, С. 84-97.

Тема 4. Аналіз лінійних моделей економічних задач

1. Аналіз розв'язків лінійних економіко-математичних моделей.
2. Оцінка рентабельності продукції у виробничих проблемах.
3. Аналіз обмежень дефіцитних і недефіцитних ресурсів.

Методичні рекомендації

При розв'язанні задач ЛП важливим є як знання обчислювальних процедур знаходження оптимального рішення, так і відповідний аналіз економіко-математичних моделей. Необхідним у розв'язанні виробничих проблем є не тільки визначення плану виробництва

продукції, при якому забезпечується її максимальна вартість, а й оцінка кожного з виду ресурсів, що використовується у виробничому процесі.

При цьому слід пам'ятати, що позитивну подвійну оцінку мають лише ті види ресурсів, які повністю використовуються при оптимальному плані виробництва продукції. Тому двоїсті оцінки визначають дефіцитність ресурсів, що використовує підприємство.

Література: 8, С.98-104.

Тема 5. Транспортна задача. Постановка, методи розв'язування та аналізу

1. Економічна і математична постановка транспортної задачі.
2. Методи розв'язання транспортної задачі.
3. Транспортна задача за критерієм часу.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття студенти повинні звернути увагу на постановку транспортної задачі та її математичну модель. Важливим є знання алгоритмів розв'язання транспортних задач (закритої та відкритої моделей). Необхідним є формування навичок застосування транспортної задачі до розв'язання деяких економічних проблем.

Література: 8, С. 134-175; 15, С. 106-150.

Тема 6. Цілочисельні задачі ЛП. Деякі з основних методів їх розв'язування та аналізу

1. Математична постановка цілочисельних задач.
2. Метод Гоморі.
3. Метод гілок і границь.

Методичні рекомендації

У процесі підготовки до практичного заняття студентам необхідно розуміти, що в задачах цілочисельного програмування змінні можуть приймати тільки цілі додатні значення. Тому важливим є знання алгоритмів та формування їх реалізації (методу Гоморі, методу гілок і границь) для одержання цілочисельного рішення.

Література: 8, С. 175-192; 15, С. 97-106.

Тема 7. Задачі дробово-лінійного програмування. Деякі методи розв'язування та аналізу

1. Економічна і математична постановка задач дробово-лінійного програмування.
2. Методи розв'язування задач дробово-лінійного програмування.
3. Зведення задач дробово-лінійного програмування до моделей ЛП.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття студенти повинні звернути увагу на економічну та геометричну інтерпретацію дробово-лінійного програмування. Важливим є вироблення навичок зведення задач дробово-лінійного програмування до моделей ЛП та знаходження оптимального розв'язку.

Література: 8, С. 214-224.

РОЗДІЛ 2. НЕЛІНІЙНЕ ПРОГРАМУВАННЯ (НЛП)

Тема 8. Задачі нелінійного програмування. Деякі методи розв'язування та аналізу

1. Класичний метод оптимізації задач НЛП методом множників Лагранжа.
2. Необхідні та достатні умови існування сідлової точки.
3. Теорема Куна-Таккера.
4. Основні методи розв'язання задач НЛП.
5. Методи розв'язування задач квадратичного програмування.

Методичні рекомендації

Для успішного оволодіння цієї теми студентам необхідно повторити метод знаходження умовного екстремуму функції декількох змінних. Крім того, необхідно звернути увагу на одну із центральних теорем в теорії нелінійного програмування - теорему Куна-Таккера.

Важливим є ознайомлення з методами розв'язання задач квадратичного програмування: методом Біла, методом Баранкіна-Дорфмана та виробити навички їх застосування.

Література: 8, С. 251-282; 15, С. 163-172; С. 183-195.

Тема 9. Задачі динамічного програмування

1. Багатокроковий процес прийняття рішень.
2. Метод рекурентних співвідношень.
3. Принцип оптимальності Беллмана.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам слід чітко зрозуміти, що характерним для динамічного програмування є підхід до розв'язання задач за етапами, з кожним із яких асоціюється одна управляюча змінна.

Набір рекурентних обчислювальних процедур, що пов'язує різні етапи, забезпечує одержання допустимого оптимального рішення задачі в цілому при досягненні останнього етапу.

Література: 8, С. 292-312; 15, С. 231-252.

Тема 10. Методи та моделі стохастичного програмування

1. Найпростіші стохастичні задачі динамічного програмування.
2. Задача розподілу ресурсів в стохастичному варіанті.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття студентам необхідно уявити, що у практиці планування доволі часто зустрічаються задачі, в яких на стан системи та на значення критерію помітний вплив здійснюють випадкові фактори. Важливим є вміння застосовувати методи динамічного програмування для знаходження оптимального рішення багатоетапних екстремальних стохастичних задач з адитивним критерієм на прикладі найпростішої задачі розподілу ресурсів в деякій виробничій ситуації.

Література: 15, С. 271-274.

Тема 11. Елементи теорії ігор

1. Матричні ігри двох осіб.
2. Платіжна матриця.
3. Мінімаксні стратегії.
4. Сідлова точка.
5. Змішані стратегії.

6. Основна теорема теорії ігор.
7. Зведення задачі гри двох осіб до задач лінійного програмування.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам необхідно засвоїти термінологію матричних ігор та особливості їх реалізації. Важливим є формування навичок побудови моделі поведінки кожного із гравців та знаходження їх оптимальних стратегій методами лінійного програмування.

Література: 8, С. 239-251; 15, С. 278-290.

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Тема 2. Методи економіко-математичного моделювання

1. Загальна постановка задач у детермінованому та недетермінованому випадках.
2. Класифікація економіко-математичних моделей.
3. Економічні приклади моделей лінійного програмування.
4. Аналіз результатів розв'язків за лінійними економіко-математичними моделями.
5. Приклади практичного використання двоїстих оцінок у аналізі економічних задач.

Методичні рекомендації

Студент повинен чітко уявляти коло завдань, до розв'язання яких доцільно застосовувати методи економіко-математичного моделювання.

Необхідним є попередні знання щодо постановки та прикладів типових задач лінійного програмування, алгоритмів їх розв'язання.

Слід виробити навички аналізу результатів розв'язків за лінійними економіко-математичними моделями, звернувши увагу на шляхи виявлення альтернативних оптимальних планів, на визначення границь можливої варіації коефіцієнтів цільової функції, на знаходження інтервалів стійкості двоїстих оцінок по відношенню до можливих варіантів змін величини запасів ресурсів кожного виду, на співставлення оцінок витрат і прибутку за оптимальним планом на кожному виду продукції.

Література: 1, С. 94-105; 8, С. 17-24; С. 102-122; 11, С. 360-364; 370-375; 389-394; 15, С. 26-60; 109-119; 152-176.

Тема 3. Задачі та моделі оптимального розподілу ресурсів

1. Статистичні та динамічні моделі задач.
2. Задача про призначення: постановка, модель, метод розв'язування.
3. Методика складання та розв'язування цілочислової та транспортно-виробничої моделей оптимального розвитку підприємства.
4. Задача про розподіл інвестиційних ресурсів між об'єктами, її подання моделлю динамічного програмування.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми студентам необхідно згадати алгоритм розв'язання транспортних задач, метод Гоморі або метод гілок та границь цілочисленого програмування, основні обчислювальні процедури методів динамічного програмування.

Важливим є розуміння, що задача про призначення є частинним випадком транспортної моделі і може ефективно розв'язуватись її методами.

Крім того, алгоритм і методи розв'язання транспортної задачі можуть застосовуватись при розв'язуванні деяких виробничих проблем, що не мають нічого спільного із транспортуванням вантажу.

Слід звернути увагу, що деякі задачі лінійного програмування вимагають цілочисельного розв'язування.

Отже, необхідно вироблення навичок застосування методу Гоморі для розв'язання задач з виробництва та розподілу неподільної продукції (випуск верстатів, телевізорів, автомобілей тощо) та прогнозування ефективного використання виробничих потужностей та ін.

Крім того, студенту необхідні вміння застосовувати методи динамічного програмування до розв'язання деяких економічних задач.

Література: 8, С. 153-172; 245-265; 11, С. 449-455; 424-428; 487-502; 15, С. 219-228; .

Тема 4. Оптимізаційні задачі управління запасами

1. Загальна постановка задачі.
2. Основна модель управління запасами.
3. Модель виробничих запасів.
4. Модель запасів, що включає штрафні санкції.

Методичні рекомендації

Студент повинен знати загальну постановку задачі управління запасами та вміти реалізовувати моделі управління виробничими запасами при розв'язанні економічних задач.

При цьому доцільно звернути увагу на формули визначення оптимального обсягу поставки деякої продукції, оптимальну кількість поставок, максимальний та середній рівень запасів продукції тощо.

Література: 8, С. 371-391; 11, С. 583-595.

Тема 5. Задачі масового обслуговування (СМО)

1. Характеристика елементів СМО.
2. Класифікація систем масового обслуговування.
3. Розрахунок параметрів СМО.
4. Аналіз кількісних оцінок СМО з обмеженою та необмеженою чергою.

Методичні рекомендації

У процесі підготовки до практичних занять студентам слід звернути увагу на характеристики елементів СМО: вхідний потік вимог, черга вимог, канали обслуговування, вихідний потік вимог. При цьому необхідно навчитись класифікувати СМО: СМО з відмовленнями, СМО з очікуванням; опанувати методику аналізу кількісних оцінок СМО з обмеженою та необмеженою чергою.

Література: 8, С. 333-369; 11, С. 569-580.

Тема 6. Задачі упорядкування та координації. Сітьове планування

1. Сітьова модель та її основні елементи.
2. Методика побудови сітьових графіків.
3. Розрахунки основних параметрів сітьового графіка.
4. Аналіз та оптимізація сітьового графіка.
5. Управління комплексом робіт за допомогою сітьового графіка.

Методичні рекомендації

Студент повинен чітко уявляти призначення та сферу застосування моделей сітьового планування та управління.

Необхідним є знання основних понять сітьової моделі.

Слід зрозуміти порядок і правила побудови сітьових графіків та навчитись розраховувати основні параметри сітьових моделей, звернувши особливу увагу на методику аналізу та управління комплексом робіт за допомогою сітьового графіка.

Література: 8, С. 286-330; 11, С. 506-529.

Тема 7. Задачі та моделі заміни

1. Сутність та класифікація задач заміни.
2. Постановка задачі заміни обладнання при заміні його більш продуктивним.
3. Динамічна модель заміни обладнання.

Методичні рекомендації

При підготовці до практичного заняття необхідно повторити основні методи динамічного програмування (ДП), а саме метод рекурентних співвідношень, який ґрунтується на використанні принципу оптимальності Р. Беллмана.

Необхідним є розуміння, що однією із важливих економічних проблем є визначення оптимальної стратегії в заміні обладнання підприємства на нове. Доцільно звернути увагу на можливість розв'язання задач заміни з використанням розміченого графу (сітки), що дозволяє наочно інтерпретувати розрахункову схему і розв'язати задачу методом Д.П.

Література: 8, С. 265-273; 11, С. 487-492.

Тема 8. Задачі з умовами невизначеності та конфлікту

1. Характеристика задач теорії ігор.
2. Розв'язання ігор $(a_{ij})_{m \times n}$ за допомогою лінійного програмування.
3. Застосування матричних ігор в маркетингових дослідженнях.
4. Ігри з "природою".
5. Визначення виробничої програми підприємства в умовах ризику та невизначеності з використанням матричних ігор.
6. "Дерево" розв'язків.

Методичні рекомендації

Для успішного засвоєння теми та вироблення навичок прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності студентам необхідно згадати

загальні підходи до задач з теорії ігор та зведення матричної гри до моделі лінійного програмування. Необхідно особливу увагу звернути на гру з "природою", в процесі якої завжди присутній фактор невизначеності, обумовлений відсутністю інформації про умови реалізації конкретних дій (погода, споживацький попит тощо). Важливим є знання про критерії вибору оптимальної стратегії: критерій Вальде, критерій максимуму, критерій Гурвіца, критерій Севіджа та застосування їх до розв'язання конкретних ситуацій.

Література: 8, С. 173-200; 11, С. 536-569.

Тема 9. Багатокритеріальні задачі в менеджменті

1. Невизначеність цілей та компроміси Парето.
2. Структурна схема процесу побудови моделей багатокритеріальних задач.
3. Класи задач прийняття багатоцільових рішень за умов невизначеності та ризику.

Методичні рекомендації

Готуючись до практичного заняття, студентам необхідно розуміння сутності критерію Парето і вміння ілюструвати метод виділення паретових розв'язків на прикладі з двома критеріями та пояснювати сутність основних етапів структурної схеми процесу побудови моделей багатокритеріальних рішень.

Важливим є вироблення навичок класифікації проблеми прийняття багатоцільових рішень та віднесення її до певного класу задач на основі аналізу заданої інформаційної ситуації, вміння обґрунтувати свій вибір при розгляді конкретних ситуацій.

Література: 4, С. 194-214; 11, С. 459-486.

Список рекомендованой литературы

Основна

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - М.: Высшая школа, 1986. - 319 с.
2. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів: Вища математика: Навч. посібник. - К.: Національна академія управління, 1999. - 399 с.
3. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. - К.: ЦУЛ, 2002. - 448 с.
4. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. - К.: Борисфен-М, 1996. - 243 с.
5. Высшая математика для экономистов: Учеб. пособие / Под ред. Н.Ш.Кремера.. - М.: ЮНИТИ, 2000. - 471 с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1977. - 479 с.
7. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студентов вузов. Изд. 5-е, стер. - М.: Высшая школа, 1999. - 400 с.
8. Исследование операций в экономике: Учебное пособие / Под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Банки и биржи, Юнити, 1999. - 407 с.
9. Карасев А.И., Аксютин З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов: В 2-х ч. - Ч.1. Основы высшей математики: Учеб. пособие для студентов вузов. - М.: Высшая школа, 1982. - 272 с.
10. Карасев А.И., Аксютин З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов: В 2-х ч. - Ч.2. Теория вероятностей и математическая статистика. Линейное программирование: Учеб. пособие для студентов вузов. - М.: Высшая школа, 1982. - 320 с.
11. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. - М.: Дело, 2001. - 687 с.
12. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов: В 2-х т. - Т.1. - М.: Наука, 1985. - 432 с.
13. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов: В 2-х т. - Т.2. - М.: Наука, 1985. - 560 с.
14. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник. - К.: Видавничий центр «Академія», 2002. - 432 с.
15. Таха Х. Введение в исследование операций. - М.: Вильямс, 2001. - 340 с.

Додаткова

16. Булига К.Б., Барановська Л.В. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. - К.: Європ. ун-т, 2000. - 173 с.

17. Горбань С.Ф., Снижко Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика.: Учеб. пособие. - К.: МАУП, 1999. - 168 с.

18. Колде Я.К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Высш. шк., 1991. - 157 с.

19. Комплексні тестові завдання з курсу вищої математики для контролю самостійної роботи студентів денної форми навчання. - Полтава: РВВ ПУСКУ, 2002. - 62 с..

20. Лопатін О.К. Теорія імовірностей та математична статистика: Практикум для самостійної роботи студентів. - К.: Національна академія управління, 2001. - 156 с.

21. Черняк І.О., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: Збірник задач: Навч. посіб. - К.: Т-во "Знання", КОО, 2001. - 199 с.

22. Шурдук А.І. та ін. Вища математика. Диференціальне числення. - Ч.1. / Шурдук А.І., Куцевол О.С., Ярошенко О.Л. - Полтава: РВВ ПУСКУ, 2001. - 59 с.

23. Шурдук А.І. та ін. Вища математика. Інтегральне числення. / Шурдук А.І., Ванжа Н.В., Касай Б.Ф., Куцевол О.С. - Полтава: РВВ ПУСКУ, 2002. - 65 с.

ЗМІСТ

<i>Вступ</i>	3
ВИЩА МАТЕМАТИКА	4
I. Лінійна алгебра.....	4
II. Аналітична геометрія.....	7
III. Математичний аналіз.....	10
IV. Диференціальні рівняння.....	20
ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ	22
I. Випадкові події.....	22
II. Випадкові величини.....	25
МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА	29
МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ	36
I. Лінійне програмування.....	36
II. Нелінійне програмування.....	39
ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ	41
Список рекомендованої літератури.....	45

БЕЗ ПРАВА ПРОДАЖУ

Навчально-методичне видання

НІЧУГОВСЬКА Лілія Іванівна
«Математичне програмування», «Дослідження операцій»

ШЕНГЕРІЙ Людмила Миколаївна
Вступ, «Вища математика»

ШУРДУК Андрій Іванович
«Теорія ймовірностей і математична статистика»

Вища математика.
Теорія ймовірностей і математична статистика.
Математичне програмування.
Дослідження операцій

Головний редактор: **Філатов М.В.**
Редактор-коректор: **Шостак А.В.**
Технічний редактор: **Деркач Є.А.**
Художній редактор: **Шевченко М.Л.**
Комп'ютерна верстка: **Портніхіна О.В.**
Відповідальний секретар: **Чуйко Б.А.**
Технічне забезпечення: **Грицан Л.І.**
Безрідна О.В.
Бойко Т.В.
Крисько М.С.
Савіна Н.В.

Здано до редакції 3.06.2003 року. Підписано до друку 10 07 2003 року.
Формат 148×210. Папір 80 г/м². Друк.ар. 3,1 + 0,1 (обкл.).
Тираж 148 прим. Зам. №179/292-Р



Видано редакційно-видавничим відділом ПУСКУ
36014, м.Полтава, вул.Ковалев, 3, к. 127, ☎ 8 (05322) 2-07-04
e-mail: zio@issn.org.ua