

Міністерство освіти і науки України  
ДВНЗ “Український державний хіміко-  
технологічний університет”



# Комп'ютерне Моделювання та Оптимізація Складних Систем



Матеріали I Всеукраїнської науково-  
технічної конференції  
3-5 листопада 2015

Дніпропетровськ

**Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад  
«Український державний хіміко-технологічний університет»**

**МАТЕРІАЛИ**

**I Всеукраїнської науково-технічної конференції  
КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА  
ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ  
І ЧАСТИНА**

**МАТЕРИАЛЫ**

**I Всеукраинской научно-технической конференции  
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И  
ОПТИМИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ  
I ЧАСТЬ**

**MATERIALS**

**Ist all-Ukrainian scientific-technical conference  
COMPUTER MODELING AND OPTIMIZATION OF  
COMPLEX SYSTEMS  
I PART**

**3-5 листопада 2015 року**

**м. Дніпропетровськ**

УДК 004.94(082)

ББК 32.97я43

М34

Збірник друкується за рішенням

Вченої ради ДВНЗ УДХТУ протокол №7 від 24 вересня 2015 р.

Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2015): матеріали I Всеукраїнської науково-технічної конференції (м. Дніпропетровськ, 3-5 листопада 2015 року) / Міністерство освіти і науки України, Державний вищий навчальний заклад «Український державний хіміко-технологічний університет»: в 2-х ч. – Дніпропетровськ: ДВНЗ УДХТУ, 2015. – Ч. 1. – 270 с.

ISBN 978-966-494-033-4

У збірнику наведено тези доповідей першої всеукраїнської науково-технічної конференції «Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем». Матеріали збірника охоплюють питання перспективних напрямків математичного моделювання; моделей та методів оптимізації; інтелектуальних комп'ютерних систем; інформаційних технологій в автоматикаці, електроніці та вимірювальній техніці; інформаційних управлюючих систем в економіці.

Збірник розраховано на працівників, викладачів, аспірантів та студентів вищих навчальних закладів.

Збірник друкується за рішенням програмного комітету конференції Комп'ютерне моделювання та оптимізація складних систем (КМОСС-2015)  
тел. 0562 – 47-38-77

Web-сайт кафедри: <http://xt.dp.ua>

E-mail: kmocc\_kis@ukr.net

УДК 004.94(082)

ББК 32.97я43

М34

ISBN 978-966-494-033-4

© Кафедра Інформаційних систем  
ДВНЗ УДХТУ, 2015

# **ОРГКОМІТЕТ КОНФЕРЕНЦІЇ**

## **Голова:**

Півоваров О.А.

ректор ДВНЗ УДХТУ, д.т.н., професор

## **Заступник голови:**

Зеленцов Д.Г.

д.т.н., професор

Кисельова О.М.

член-кореспондент НАН України, д.ф.-м.н.,  
професор

## **Члени організаційного комітету:**

Голеус В.І.

д.т.н., професор

Харченко О.В.

д.х.н., професор

Коротка Л.І.

к.т.н., доцент

Науменко Н.Ю.

к.т.н., доцент

## **Програмний комітет:**

Алексєєв М.О.

д.т.н., професор (Дніпропетровськ)

Баєв С.В.

д.т.н., професор (Дніпропетровськ)

Гнатушенко В.В.

д.т.н., професор (Дніпропетровськ)

Голоднов О.І.

д.т.н., професор (Київ)

Гук Н.А.

д.ф.-м.н., професор (Дніпропетровськ)

Кошкін К.В.

д.т.н., професор (Миколаїв)

Михальов О.І.

д.т.н., професор (Дніпропетровськ)

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор (Кременчук)

Приставка П.О.

д.т.н., професор (Київ)

Скалозуб В.В

д.т.н., професор (Дніпропетровськ)

Федорович О.С.

д.т.н., професор (Харків)

## ЗМІСТ

### СЕКЦІЯ 1

#### ПЕРСПЕКТИВНІ НАПРЯМКИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

11

|  |    |
|--|----|
| <u>Krasilenko V.G., Nikolskyy A.I., Lazarev A.A., Nikitovich D.V.</u>  |    |
| SIMULATING OPTICAL PATTERN RECOGNITION ALGORITHMS FOR OBJECT TRACKING BASED ON NONLINEAR MODELS AND SUBTRACTION OF FRAMES                  | 12 |
| <u>Rusakova T., Biliaiev M.</u>  |    |
| MATHEMATICAL MODELING OF AIR POLLUTION ON THE STREETS OF CITY  | 17 |
| <u>Skalozub M.V.</u>   |    |
| THE METHOD OF TAKAGI-SUGENO FOR NONLINEAR MODEL COMPROMISE OF RULES  | 20 |
| <u>Алнатов Ф.М.</u>  |    |
| МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ СОЗДАНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ  | 22 |
| <u>Андринова М.В., Черваков О.В., Головенко В.А., Гуревина Н.Л.</u>  |    |
| ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОЧИСТКИ СИРОПОВ В КРАХМАЛОПАТОЧНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ     | 25 |
| <u>Бабенко Ю.В.</u>  |    |
| ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ АКУМУЛЮЮЧОГО БУНКЕРА СИСТЕМ ПІДЗЕМНОГО КОНВЕРСІЙНОГО ТРАНСПОРТУ  | 27 |
| <u>Бахрушин В.Є.</u>   |    |
| ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ОСВІТНІХ ВІМІРЮВАНЬ   | 28 |
| <u>Баюл К.В., Худиків А.Ю., Вашенко С.В.</u>   |    |
| ІССЛЕДОВАННЯ ЗАВІСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ УПЛОТНЕННЯ И УПРУГИМ ПОСЛЕДЕЙСТВІЕМ С УЧЕТОМ СВОЙСТВ БРИКЕТИРУЕМЫХ МАТЕРІАЛОВ                  | 31 |
| <u>Беляєв Н.Н., Кацю А.А.</u>  |    |
| МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗМОРАЖИВАНИЯ ГРУЗОВ В ЖЕЛЕЗНОДОРЖНЫХ ВАГОНАХ  | 37 |
| <u>Беляєв Н.Н., Беляєва В.В., Берлов А.В.</u>  |    |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ В СЛУЧАЕ АВАРИИ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ РАКЕТНОГО ТОПЛИВА                                   | 38 |
| <u>Беляєв Н.Н., Кириченко П.С., Якубовская З.Н.</u>  |    |
| ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА ПРИ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦІЯХ  | 39 |
| <u>Беляєв Н.Н., Мунтши Л.Я.</u>  |    |
| ЭКСПЕРЕСС ПРОГНОЗ УРОВНЯ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ПРИ АВАРИЯХ НА ТРАНСПОРТЕ И ЗАЩИТА АТМОСФЕРЫ ОТ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЙТРАЛИЗАТОРА | 40 |
| <u>Беляєв Н.Н., Нечитайлло Н.П.</u>  |    |
| МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАКУПОРИВАНИЯ ПОРЫ   |    |

|   |     |
|---|-----|
| <u>Приходько С.Б., Луценко А.А.</u>   |     |
| <b>РАЗРАБОТКА НЕЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ<br/>ИЗМЕНЕНИЯ КАЧЕСТВ НЕАТОМНЫХ ПОДВОДНЫХ ЛОДОК</b>           | 152 |
| <u>Савчук А.П., Фоков А.А., Хоронцов С.В.</u>   |     |
| <b>МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ БЕСКОНТАКТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА<br/>ОБЪЕКТ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА<br/>ПО КОНТУРУ ОБЪЕКТА</b>  | 155 |
| <u>Самохвалов С.Є.</u>  |     |
| <b>РІВНЯННЯ МАКРОСЕГРЕГАЦІЇ В НЕРІВНОВАЖНІЙ ТЕОРІЇ БАГАТОФАЗНОЇ<br/>ЗОНИ КРИСТАЛІЗАЦІЇ СТАЛІ</b>                      | 160 |
| <u>Семенюта Д.В.</u>  |     |
| <b>ТОПОЛОГІЧНО НЕЕКВІАЛЕНТНІ СИСТЕМИ З ПРАВОЮ РАЦІОНАЛЬНОЮ<br/>ЧАСТИНОЮ</b>   | 164 |
| <u>Сербулова І.В.</u>   |     |
| <b>МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ПИТОМОЇ ПОТУЖНОСТІ ОБ'ЄМНИХ ДЖЕРЕЛ<br/>ТЕПЛА ЗА ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ ТРУБ</b>                | 165 |
| <u>Сянов О.М., Косухіна О.С.</u>  |     |
| <b>ВИКОРИСТАННЯ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ<br/>ХАРАКТЕРИСТИК АНТЕН</b>                                     | 168 |
| <u>Торська Р.В., Русин Б.П., Керод Т.І., Андрушкевич У.Ю.</u>   |     |
| <b>МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗВИТКУ ПІТІНГІВ НА ПОВЕРХНІ СТАЛІ<br/>08Х18Н10Т ЗАСТОСУВАННЯМ КОМІРКОВИХ АВТОМАТИВ</b>       | 171 |
| <u>Черкасов А.А.</u>  |     |
| <b>КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОРРОЗИОННОГО<br/>ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКОНАПРЯЖЕННЫХ ПЛАСТИН</b>                | 174 |
| <u>Черняк Н.А., Марасанов В.В.</u>  |     |
| <b>МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХНАПРЯЖЕННЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СЕТЕЙ</b>  | 175 |
| <u>Шатохіна Ю.В., Іванова І.М., Клінцов Л.М.</u>  |     |
| <b>ВИКОРИСТАННЯ ПОКАЗНИКА ХСК СТІЧНИХ ВОД ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ<br/>ЕФЕКТИВНОСТІ РОБОТИ СТАНЦІЙ БІОЛОГІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ</b> | 180 |
| <u>Ющенко О.В., Юрко Д.С.</u>   |     |
| <b>МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЛАСТИЧНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ З УРАХУВАННЯМ<br/>САМООРГАНІЗАЦІЇ ТОЧКОВИХ ДЕФЕКТІВ</b>                  | 182 |
| <b>СЕКЦІЯ 2</b>   |     |
| <b>МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ</b>   | 185 |
| <u>Ахмадов Р.Х., Карпенко Б.В.</u>  |     |
| <b>ЭВРИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ВНУТРИЗАВОДСКИМИ<br/>ПЕРЕВОЗКАМИ</b>  | 186 |
| <u>Гаврилюк Ю.В.</u>  |     |
| <b>ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРКАЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ<br/>ПАРАМЕТРІВ МОРФОЛОГІЧНОЇ БУДОВИ</b>                        | 191 |
| <u>Головко В.А., Ящук Н.Н., Хазим Я.</u>  |     |
| <b>РАСЧЕТ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ БИНЕЧЕТКИХ ЧИСЕЛ</b>   | 192 |

|   |     |
|---|-----|
| <u>Елизєва А.В.</u><br>ЛОГІСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЗАКУПКАМИ РЕСУРСОВ НА ЭТАПАХ<br>ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ПРОДУКЦИИ  | 194 |
| <u>Горичая А.В.</u><br>ІССЛЕДОВАНИЕ СЦЕНАРИЕВ РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ КОМФИ НА<br>ОСНОВЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В РЕЖИМЕ ИМПУЛЬСНЫХ ПРОЦЕССОВ<br>КОГНИТИВНЫХ КАРТ                            | 195 |
| <u>Смєнь О.О., Барболіна Т.М.</u><br>КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ НА РОЗМІЩЕННЯХ ЗІ СТОХАСТИЧНОЮ<br>НЕВІДЗНАЧЕНОСТЮ: ВЛАСТИВОСТІ ЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ   | 197 |
| <u>Іванова А.П., Труфанова О.И., Феськова Л.В., Чумак А.Н.</u><br>АНАЛІЗ ПРОГРАММНИХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО<br>ПРОЕКТИРОВАННЯ СТРОІТЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ                         | 201 |
| <u>Коробко І.В., Коваденко В.А.</u><br>КОМП'ЮТЕРНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ТУРБИННИХ ВИМІрюВАЛЬНИХ<br>ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ВИТРАТИ ПРИРОДНОГО ГАЗУ   | 207 |
| <u>Косолап А.И.</u><br>ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ<br>СИСТЕМ   | 208 |
| <u>Косолап А.И., Перетятько А.С.</u><br>КВАДРАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦІИ РАСПОЛОЖЕНИЯ ДАТЧИКОВ В<br>СЕТИ  | 212 |
| <u>Косолап А.И., Романчук А.С.</u><br>МАКСИМАЗІЯ НОРМЫ ВЕКТОРА НА МНОГОГРАННИКЕ   | 217 |
| <u>Коструб Р.В.</u><br>ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРІТМІВ ЩОДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ<br>ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОРОДУЮЧИХ ШАРНІРНО-СТЕРЖНЕВИХ<br>СИСТЕМ                                 | 220 |
| <u>Красношлік Н.О.</u><br>ВДОСКОНАЛЕННЯ МЕТАЕВРИСТИЧНОГО АЛГОРІТМУ ГЛОБАЛЬНОЇ<br>МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКІЙ   | 224 |
| <u>Ляпощенко О.О., Павленко І.В., Нащенко О.В., Дем'яненко М.М., Старинський О.Є.</u><br>ОПТИМІЗАЦІЙНЕ ПРОЕКТУВАННЯ БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОГО<br>СЕПАРАЦІЙНОГО НАФТОГАЗОВОГО ОБЛАДНАННЯ | 226 |
| <u>Малиненко А.В.</u><br>ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ ДИСПЕТЧЕРСКОГО УПРАВЛЕНИЯ<br>ВЫПОЛНЕНИЕМ ПЛАНОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДОБЫЧИ УГЛЯ ШАХТЫ НА<br>ОСНОВЕ МЕТОДА КУМУЛЯТИВНЫХ СУММ         | 232 |
| <u>Михайлова Т.Ф.</u><br>МОДЕЛЮВАННЯ АВТОМАТИЧНОГО ПЛАНУВАННЯ ПОТОЧНОГО РЕМОНТУ<br>ПАСАЖИРСЬКИХ ВАГОНІВ   | 235 |
| <u>Михеенка Д.Ю.</u><br>ОПТИМИЗАЦІЯ КОНСТРУКЦІИ КРОНШТЕЙНА В CAD-СИСТЕМЕ SOLID<br>WORKS   | 236 |

**КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ НА РОЗМІЩЕННЯХ ЗІ СТОХАСТИЧНОЮ  
НЕВИЗНАЧЕНОСТЮ: ВЛАСТИВОСТІ ЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ**  
О.О. Ємець<sup>1</sup>, Т.М. Барболіна<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Полтавський університет економіки і торгівлі, Полтава

<sup>2</sup> Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка, Полтава

**Вступ.** Актуальним напрямком сучасної теорії оптимізації є дослідження задач комбінаторної природи. З іншого боку увагу дослідників привертають оптимізаційні задачі з урахуванням різних видів невизначеності. Об'єднання вказаних напрямків для задач з імовірнісною невизначеністю представлене в роботах [1]-[3] та інших. Постановки оптимізаційних задач у цих роботах здійснюються на основі введення відношення порядку на множині випадкових величин. Дано доповідь присвячена вивченням властивостей комбінаторних стохастичних задач з лінійною цільовою функцією.

**Постановки оптимізаційних задач з імовірнісною невизначеністю.** Визначимо для випадкової величини  $A$  характеристичний вектор як вектор  $H(A) = (h_1(A), \dots, h_s(A))$ , де  $h_i(A), i \in J_s = \{1, 2, \dots, s\}$  — деякі числові характеристики випадкової величини  $A$  (тут і далі  $J_n$  позначає множину  $n$  перших натуральних чисел). Вважатимемо, що характеристичний вектор задовільняє умову

$$h_i(aA + bB) = a^{\lambda_i} h_i(A) + b^{\lambda_i} h_i(B) \quad \forall i \in J_s, \quad (1)$$

де  $A, B$  — незалежні випадкові величини,  $a, b \in R^1$  — дійсні числа,  $\lambda_i \in Z$  — цілі додатні константи.

Нехай  $<_l$  позначає лексикографічне упорядкування в  $s$ -вимірному евклідовому просторі, тобто для будь-яких  $u, u' \in R^s$  за означенням  $u <_l u'$ , якщо перша ненульова компонента різниці  $u - u'$  є від'ємною. Записуватимемо  $u \leq_l u'$ , якщо  $u <_l u'$  або  $u = u'$ .

Дві випадкові величини  $A, B$  називатимемо упорядкованими у неспадному порядку  $\preceq$  (і позначати цей факт  $A \preceq B$ ) тоді і тільки тоді, коли  $H(A) \leq_l H(B)$ . Введене відношення є відношенням переваги. Мінімальний елемент на множині, на якій введено відношення переваги, розуміємо, як у [6].

Нехай  $E_\eta^k(\Gamma)$  — загальна множина  $k$ -розміщень з елементів мультимножини  $\Gamma = \{G_1, \dots, G_\eta\}$  (термінологію стосовно евклідової комбінаторної оптимізації використовуємо переважно з [7]). Вважатимемо, що елементи  $\Gamma = \{G_1, \dots, G_\eta\}$  є незалежними випадковими величинами, причому  $h_r(G_i) \geq 0 \quad \forall r \in J_s \quad \forall i \in J_\eta$ . Розглянемо задачу пошуку пари  $\langle L(X^*), X^* \rangle$  такої, що

$$L(X^*) = \min_{X \in E_\eta^k(\Gamma)} \sum_{j=1}^k c_j X_j, \quad X^* = \arg \min_{X \in E_\eta^k(\Gamma)} \sum_{j=1}^k c_j X_j, \quad (2)$$

де  $L(X) = \sum_{j=1}^k c_j X_j$ ,  $c_j \in R^1 \quad \forall j \in J_k$ .

**Зв'язок стохастичних і детермінованих задач.** Разом із характеристичним вектором  $H(A) = (h_1(A), \dots, h_s(A))$  розглядатимемо вектори  $H_r(A) = (h_1(A), \dots, h_r(A))$  для всіх  $r \in J_s$ ,  $H_0(A) = \emptyset$ . Нехай  $r \in J_s$  — таке, що елементи мультимножини  $\Gamma$  задовільняють умову

$$H_{r-1}(G_i) = H_{r-1}(G_j) \quad \forall i, j \in J_\eta \quad G_i, G_j \in \Gamma \quad (3)$$

(у випадку  $r=1$  умова (3) завжди виконується, оскільки  $H_0(G_i) = \emptyset \quad \forall i \in J_\eta$ ).

Для точки  $X \in E_\eta^k(\Gamma)$  позначимо  $\rho(X) = (h_r(X_1), \dots, h_r(X_k))$ . З умови (1) випливає

$$h_r(L(X)) = \bar{L}_r(\rho(X)) \quad \text{де} \quad \bar{L}_r(x) = \sum_{j=1}^k c_j^{\lambda_r} x_j \quad x = (x_1, \dots, x_k). \quad \text{Розглянемо детерміновану}$$

задачу мінімізації функції  $\bar{L}_r(x)$  на множині  $E_\eta^k(Q_r)$ , де  $Q_r = \{q_{r1}, \dots, q_{rn}\}$ ,  $q_{rj} = h_r(G_j)$

$\forall j \in J_\eta$ , тобто задачу пошуку пари  $\langle \bar{L}_r(x'), x' \rangle$  такої, що

$$\bar{L}_r(x') = \min_{x \in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^k c_j^{\lambda_r} x_j \quad x' = \arg \min_{x \in E_\eta^k(Q_r)} \sum_{j=1}^k c_j^{\lambda_r} x_j \quad (4)$$

Можна довести, що для мінімалі  $x'$  у задачі (4) та мінімалі  $X^*$  у задачі (2) повинні виконуватися співвідношення  $\bar{L}_r(x') \leq h_r(L(X^*))$  і  $h_r(L(X^*)) \leq \bar{L}_r(x')$ , звідки  $\bar{L}_r(x') = h_r(L(X^*))$ . Тоді на основі критерію розв'язку детермінованої лінійної безумовної задачі комбінаторної оптимізації на розміщеннях [8] одержуємо, що для деякої точки  $X'$ , яка задовільняє умови

$$h_r(X'_j) = x'_j \quad \forall j \in J_k, \quad (5)$$

мають місце співвідношення  $L(X') = L(X^*)$ , тобто  $X'$  — мінімаль у задачі (2). Отже, має місце така теорема.

**Теорема 1.** Нехай характеристичний вектор випадкової величини задовільняє умову (1), причому виконуються співвідношення (3). Тоді існує мінімаль  $X' \in E_\eta^k(\Gamma)$  у задачі (2) така, що мають місце умови (5), де  $\langle \bar{L}_r(x'), x' \rangle$  — розв'язок задачі (4).

**Наслідок 1.** Нехай характеристичний вектор випадкової величини задовільняє умову (1), причому виконуються співвідношення (3) і

$$h_r(G_1) \leq \dots \leq h_r(G_\eta). \quad (6)$$

Якщо також всі коефіцієнти цільової функції  $L(X)$  у задачі (2) додатні, то існує  $X' \in E_\eta^k(\Gamma)$  у задачі (2) така, що  $h_r(X'_j) = h_r(G_j) \quad \forall j \in J_k$ .

Доведення ґрунтуються на критерії розв'язку детермінованої лінійної безумовної задачі оптимізації на розміщеннях та виконанні умови  $c_1^{\lambda_r} \geq c_2^{\lambda_r} \geq \dots \geq c_k^{\lambda_r} > 0$ .

**Властивості задач зі stoхастичними коефіцієнтами.** Разом із задачею (2) розглянемо задачу пошуку пари  $\langle R(x^*), x^* \rangle$  такої, що

$$R(x^*) = \min_{X \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k C_j x_j \quad x^* = \arg \min_{X \in E_\eta^k(G)} \sum_{j=1}^k C_j x_j, \quad (7)$$

де, на відміну від задачі (2), коефіцієнти  $C_j \quad \forall j \in J_k$  цільової функції  $R(x) = \sum_{j=1}^k C_j x_j$  є

незалежними дискретними випадковими величинами (як і вище,  $x = (x_1, \dots, x_k)$ ), а елементи мультимножини  $G = \{g_1, \dots, g_\eta\}$  — детермінованими.

Покажемо, що за певних умов розв'язування задачі (7) можна звести до розв'язування задачі вигляду (2) з детермінованими коефіцієнтами цільової функції й елементами мультимножини, що є дискретними випадковими величинами. Вважатимемо, що

елементи мультимножини  $G$  додатні й упорядковані за неспаданням:

$$0 < g_1 \leq g_2 \leq \dots \leq g_\eta , \quad (8)$$

а коефіцієнти цільової функції задовольняють умову

$$h_1(C_1) \geq \dots \geq h_1(C_p) > 0 = h_1(C_{p+1}) = \dots = h_1(C_{q-1}) > h_1(C_q) \geq \dots \geq h_1(C_k) \quad (9)$$

Разом із задачею (7) розглянемо задачу пошуку пари  $\langle R_1(x^*), x^* \rangle$  такої, що

$$R_1(x^*) = \min_{x \in E_\eta^p(G)} \sum_{j=1}^p C_j x_j \quad , \quad x^* = \arg \min_{x \in E_\eta^p(G)} \sum_{j=1}^p C_j x_j \quad , \quad (10)$$

де  $R_1(x) = \sum_{j=1}^p C_j x_j$  (з урахуванням умови (9) маємо, що для всіх коефіцієнтів функції  $R_1(x)$

виконується умова  $h_1(C_j) > 0$ ). Розглянемо детерміновану задачу пошуку пари  $\langle \bar{R}_1(x^*), x^* \rangle$

такої, що

$$\bar{R}_1(x^*) = \min_{x \in E_\eta^p(G)} \sum_{j=1}^p \bar{C}_j x_j^{\lambda_j} \quad , \quad x^* = \arg \min_{x \in E_\eta^p(G)} \sum_{j=1}^p \bar{C}_j x_j^{\lambda_j} \quad , \quad (11)$$

де  $\bar{R}_1(x) = \sum_{j=1}^k \bar{C}_j x_j^{\lambda_j}$ ,  $\bar{C}_j = h_1(C_j)$   $\forall j \in J_k$ .

Задача (11) еквівалентна задачі мінімізації функції  $\tilde{R}_1(\tilde{x}) = \sum_{j=1}^p \bar{C}_j \tilde{x}_j$  на множині

$E_\eta^k(\tilde{G})$ , де елементи мультимножини  $\tilde{G} = \{\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_\eta\}$  задовольняють умову  $\tilde{g}_j = g_j^{\lambda_j}$   $\forall j \in J_\eta$ . З критерію розв'язку детермінованої лінійної безумовної задачі комбінаторної оптимізації на розміщеннях [8] випливає, що будь-яка мінімаль  $\tilde{x}^* = (\tilde{x}_1^*, \dots, \tilde{x}_k^*)$  функції  $\tilde{R}_1(\tilde{x})$  на множині  $E_\eta^k(\tilde{G})$  задовольняє умову  $(\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_p) \in E_p(\tilde{G}')$ , де  $\tilde{G}' = \{\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_p\}$ . Отже, будь-яка мінімаль  $x'$  у задачі (11) задовольняє умову

$$(x_1, \dots, x_p) \in E_p(G') \quad , \quad (12)$$

де  $G' = \{g_1, \dots, g_p\}$ .

Тоді для будь-якого розміщення  $x \in E_\eta^k(G)$ , яке не задовольняє умову (12), маємо:

$\bar{R}_1(x') < \bar{R}_1(x)$ . Враховуючи, що

$$\bar{R}_1(x) = \sum_{j=1}^p \bar{C}_j x_j^{\lambda_j} = \sum_{j=1}^p h_1(C_j) x_j^{\lambda_j} = h_1 \left( \sum_{j=1}^p C_j x_j^{\lambda_j} \right) = h_1(R_1(x)) \quad ,$$

отримуємо  $R_1(x') \leq R_1(x)$ , тобто  $x'$  — мінімаль у задачі (10). Отже, оптимум цільової функції

$$R_1^* = \sum_{j=1}^p C_j g_{i_j} \quad , \text{де } i_j \in J_p \quad \forall j \in J_p \quad i_j \neq i_t \quad \forall j, t \in J_p \quad . \quad (13)$$

Аналогічно можна показати, що мінімаллю функції  $R_2(x) = \sum_{t=q}^k C_t x_t$  на множині

$E_\eta^k(G)$  є точка  $(x_q, \dots, x_k) \in E_m(G'')$ , де  $m = k - q + 1$ ,  $G'' = \{g_{\eta-m+1}, \dots, g_\eta\}$ . Тоді мінімум

визначається так:  $R_2^* = \sum_{t=q}^k C_t g_{l_t}$ , де  $l_t \in J_\eta^{\eta-m+1} \quad \forall t \in J_k^q$ ,  $l_i \neq l_j \quad \forall j, t \in J_k^q$  (тут і далі  $J_a^\beta$

означає множину  $\{ \beta, \dots, \alpha \}$ ).

Нехай  $(g_{i_1}, \dots, g_{i_p}, x'_{p+1}, \dots, x'_k)$ , де  $g_{i_j} \in G'$   $\forall i_j \in J_p$ , є мінімаллю в задачі (10), а  $(x''_1, \dots, x''_{q-1}, g_{l_q}, \dots, g_{l_k})$ , де  $g_{l_i} \in G''$   $\forall i_j \in J_k^q$ , — мінімаллю функції  $R_2(x)$  на множині  $E_\eta^k(G)$ . Тоді для точки  $x^* = (g_{i_1}, \dots, g_{i_p}, x_{p+1}, \dots, x_{q-1}, g_{l_q}, \dots, g_{l_k})$  і довільної точки  $x = (x_1, \dots, x_k) \in E_\eta^k(G)$  справедливі співвідношення

$$R(x^*) = \sum_{j=1}^p C_j g_{i_j} + \sum_{t=q}^k C_t g_{l_t} \leq \sum_{j=1}^p C_j x_j + \sum_{t=q}^k C_t x_t = R(x)$$

Таким чином,  $x^*$  є мінімаллю в задачі (7).

Отже, розв'язок задачі (7) може бути одержаний на основі розв'язків задач (7) і

$$R_2(x^*) = \min_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{t=q}^k C_t x_t, \quad x^* = \arg \min_{x \in E_\eta^k(G)} \sum_{t=q}^k C_t x_t. \quad (14)$$

Оскільки мінімум функції  $R_1(x)$  на множині  $E_\eta^k(G)$  визначається згідно з (13), то задачу (7) можна розглядати як задачу пошуку пари  $\langle F_1(Y^*), Y^* \rangle$  такої, що

$$F_1(Y^*) = \min_{Y \in E_p(\Theta')} \sum_{j=1}^p g_j Y_j, \quad Y^* = \arg \min_{Y \in E_p(\Theta')} \sum_{j=1}^p g_j Y_j, \quad (15)$$

де  $Y(Y_1, \dots, Y_k)$ ,  $F_1(Y) = \sum_{j=1}^p g_j Y_j$ , мультимножина  $\Theta' = \{C_1, \dots, C_p\}$ .

Аналогічно задачу (14) можна розглядати як задачу пошуку пари  $\langle F_2(Y^*), Y^* \rangle$  такої, що

$$F_2(Y^*) = \min_{Y \in E_m(\Theta'')} \sum_{t=q}^k g_t Y_t, \quad Y^* = \arg \min_{Y \in E_m(\Theta'')} \sum_{t=q}^k g_t Y_t, \quad (16)$$

де  $F_2(Y) = \sum_{t=q}^k g_t Y_t$ ,  $\Theta'' = \{C_q, \dots, C_k\}$ .

Таким чином, розв'язок задачі (7), коефіцієнти цільової функції у якій є випадковими величинами, може бути одержаний з використанням розв'язків задач (15) і (16) з детермінованими коефіцієнтами цільових функцій.

**Висновки.** У доповіді викладаються властивості лінійної безумовної задачі комбінаторної оптимізації на розміщеннях зі стохастичною невизначеністю, де мінімум визначається на основі послідовного порівняння числових характеристик випадкових величин. Отримані результати можуть бути використані для побудови методів розв'язування таких задач.

### Список літературних джерел

- Емець О.А. Об оптимізаціонних задачах с вероятностной неопределенностью / О.А.Емець, Т.Н.Барболіна // Доповіді НАН України. – 2014. – № 11. – С. 40 – 45.
- Емець О.А. Комбінаторная оптимізаціонная модель упаковки прямокутників со стохастичними параметрами / О.А.Емець, Т.Н.Барболіна // Кибернетика и системний аналіз. – 2015. – № 4. – С. 99-111.
- Ємець О.О. Побудова і дослідження математичної моделі задачі директора зі стохастичними параметрами / О.О.Ємець, Т.М.Барболіна // Вісник Черкаського

університету. Серія Прикладна математика. Інформатика – 2014. – № 18 (311). – С.3-11.

4. Емец О.А. Оптимизационные задачи на множестве размещений / О.А.Емец, Т.Н.Барбolina // Дискретная математика, алгебра и их приложения: Тез. докл. Междунар. науч. конф. Минск, 14 – 18 сентября 2015 г. — Мн.: Институт математики НАН Беларусь, 2015. — С. 103-104.

5. Емец О.А. Линейные порядки на множестве дискретных случайных величин: использование в комбинаторной оптимизации / О. А. Емец, Т. Н. Барбolina // Дискретные модели в теории управляющих систем : IX Международная конференция / Отв. ред. В. Б. Алексеев, Д. С. Романов, Б. Р. Данилов. – М. : МАКС Пресс, 2015. – С. 76-79.

6. Новоселов А.А. Математическое моделирование финансовых рисков. Теория измерения / А.А.Новоселов – Новосибирск : Наука, 2001. — 102 с.

7. Стоян Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю.Г.Стоян, О.О.Ємець. – К. : Інститут системних досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/487>.

8. Барболіна Т.М. Властивості лінійних безумовних задач оптимізації на розміщеннях / Т.М. Барболіна // Збірник наукових праць викладачів, аспірантів, магістрантів і студентів фізико-математичного факультету. – Полтава : Астрага, 2015. – С.12-14.

## АНАЛИЗ ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСОВ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.П. Иванова, О.И. Труфанова, Л.В. Феськова, А.Н. Чумак

Национальный горный университет, Днепропетровск

**Введение.** Одним из базовых показателей технологичности конструкции или изделия является металлоемкость. Масса изделия в значительной степени определяет его стоимость, и сокращение расхода металла на 1 % ведет к снижению себестоимости изделия до 5 %. В комплекс работ по снижению металлоемкости изделия входит внедрение научно обоснованных методов его расчетов, включая вариантное проектирование и оптимизацию. Однако, как правило, оптимальные металлические конструкции в целом не могут быть получены на основе оптимальных частных решений их элементов, так как в составе металлических конструкций отдельные элементы могут утрачивать оптимальные значения своих параметров. Поэтому разработка методов расчета и проектирования металлических конструкций с целью совершенствования существующих и создания новых конструкций высокой технологичности и низкой материоемкости, является актуальной задачей, для промышленного и гражданского строительства.

В настоящей работе решается задача параметрической оптимизации стальной главной балки балочной клетки.

**Анализ исследований.** В настоящее время при проектировании всех видов конструкций большое значение имеет не только качество выполненного проекта, но и затраченное время на его разработку. Сегодня существует многопрограмм моделирования, но главным критерием для выбора программного комплекса является сочетание качества расчета и экономии времени без использования сложных программных комплексов.

Целью данной работы является анализ программных комплексов для оптимального проектирования строительных конструкций.

Идея работы -снижение материоемкости металлической сварной двутавровой балки вследствие минимизации размеров поперечного сечения с использованием программы MicrosoftExcelSolver («Поиск решений») и проверкой полученных результатов в программных комплексах APM CivilEngineering и RobotStructureAnalysis.

Теория оптимального проектирования является одним из актуальных разделов в механике деформируемого твердого тела, на которой базируются проектные расчеты строительных конструкций [2, 5, 6, 7, 9, 10]. В основе этой теории лежит одна из важнейших задач - снижение материоемкости конструкций и улучшение их механических характеристик [5].