

УДК 519.6

## РЕКОНСТРУКЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ СКІНЧЕННИХ СУМ ФУР'Є ТА ФЕЙЄРА

**О.М. Литвин**, д.ф.-м. н., професор

Українська інженерно-педагогічна академія

academ\_mail@ukr.net

**О.Г. Литвин**, к.ф.-м. н., професор

Харківський національний університет радіоелектроніки

litvinog@ukr.net

*У статті розглядається метод розв'язання задачі реконструкції зображень на основі використання скінчених сум Фур'є та Фейєра, запропонований автором Литвин О. М. Ефективність методу перевірялась на різних тестових задачах.*

*Litvin O.M., Litvin O.G. Reconstruction of image with using the sum Fourier and and Fejer. In article are discussed method restoring a function basing on the projections given. For the solution of the problem the sum Fourier and Fejer is used. The functioning of the method has been verified using test problem. Satisfactory results have been received.*

*Ключові слова:* РЕКОНСТРУКЦІЯ, ЗОБРАЖЕННЯ, СУМА ФУР'Є

*Keywords:* RECONSTRUCTION, IMAGE, SUM FOURIER

Задача реконструкції зображень полягає у відновленні функції  $f(x, y)$  за відомими проєкційними даними - значеннями інтегралів  $\gamma_k$  вздовж прямих  $L_k$ , які перетинають об'єкт дослідження :

$$\int_{L_k} f(x, y) dl = \gamma_k, \quad k = \overline{1, M}, \quad (1)$$

Надалі будемо вважати, що об'єкт дослідження належить квадрату  $D = [0, 1]^2$ . Цю задачу можна інтерпретувати як задачу дослідження щільності  $f(x, y)$  всередині деякого тіла

*Computer Science and System Science (CS&SS-2016)*

на площині  $Oxy$  методами рентгенівської комп'ютерної томографії. Проекційні дані поступають з комп'ютерного томографа.

Для розв'язання задачі використано метод, запропонований автором О. М. Литвином у роботі [1]. Згідно з цим методом розв'язок задачі відшукувався у вигляді суми Фур'є.

$$f(x, y) \approx S_{N,N}(x, y) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)}, \quad (2)$$

де коефіцієнти Фур'є обчислюються за формулою

$$F_{k,l} = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) e^{-i2\pi(kx+ly)} dx dy.$$

Особливістю і перевагою розробленого методу є те, що знайдено явні формули для наближеного обчислення коефіцієнтів Фур'є функції двох змінних через значення проєкцій, що надходять з комп'ютерного томографа на процесор. Це звело розв'язання задачі до обчислення інтегралів. Вибір системи прямих, вздовж яких задаються проєкційні дані, а отже, і вигляд інтегралів, і вигляд формул для їх обчислення, обумовлений значеннями індексів  $k$  та  $l$  у сумі Фур'є. Для обчислення коефіцієнтів Фур'є  $F_{k,l}$  за допомогою проєкцій розглядалися окремо випадки щодо знаків  $k$  та  $l$  та їх взаємного розташування.

Якщо  $f(x, y)$  має розриви, пропонується використовувати також скінченну суму Фейєра у вигляді

$$S(x, y, N) = \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \left(1 - \frac{|k|}{N+1}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N+1}\right) F_{k,l} e^{i2\pi(kx+ly)},$$

що обумовлено впливом явища Гіббса на результати дослідження. Як відомо, використання частинних сум Фур'є внаслідок явища Гіббса, не дозволяє отримати достатньо адекватні результати при візуалізації розривних функцій навіть тоді, коли коефіцієнти Фур'є обчислені точно.

Розглянуто тестові приклади для диференційовних, неперервних та розривних функцій з носіями у однозв'язних та багатозв'язних областях. Досліджувалась збіжність методу при різних значеннях  $N$  у сумі Фур'є (Фейєра) та кількості  $M$  проєкційних даних. Підраховувались похибки.

Приклад 1. Функція з носієм у двох областях (квадрат і круг) та у трьох областях (два еліпси та круг):

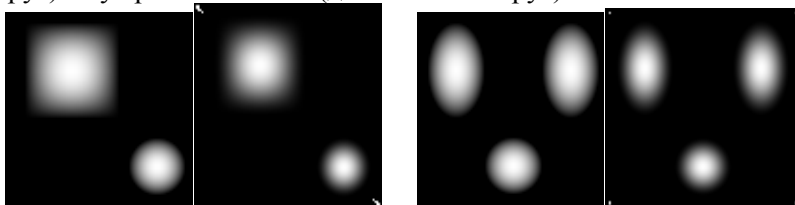


Рисунок 1– Півтонові зображення заданої двічі диференційованої функції та відновленої функції при  $N = 32$ .  
Приклад 2. Функція  $f(x, y) = p1(x, y) - p2(x, y)$  розривна.

$$p1(x, y) = \begin{cases} 1, & |x - 0.5| < 0.3 \wedge |y - 0.5| < 0.3 \\ 0, & |x - 0.5| \geq 0.3 \vee |y - 0.5| \geq 0.3 \end{cases}$$
$$p2(x, y) = \begin{cases} 0.5, & |x - 0.6| < 0.2 \wedge |y - 0.5| < 0.2 \\ 0, & |x - 0.6| \geq 0.2 \vee |y - 0.5| \geq 0.2 \end{cases}$$

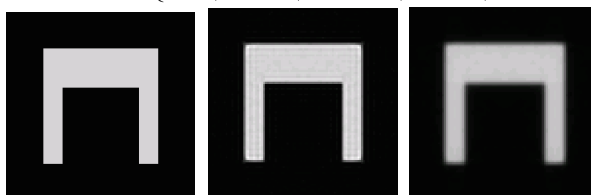


Рисунок 2– Півтонові зображення заданої функції та відновленої з використанням суми Фур'є та суми Фейера при  $N = 32$

### Література

1. Литвин О. М. Періодичні сплайни і новий метод розв'язання плоскої задачі рентгенівської комп'ютерної томографії / Системний аналіз, управління і інформаційні технології: Вісник Харківського держ. політех. ун-ту. Збірка наукових праць. Випуск 125.–Харків: ХДПУ, 2000.–С. 27– 35.

2. Литвин О.М., Кулик С.І. Математичне моделювання в комп'ютерній томографії з використанням вейвлетів/ Проблеми машинобудування.-2008.-т.11, №2.- С. 56-65.