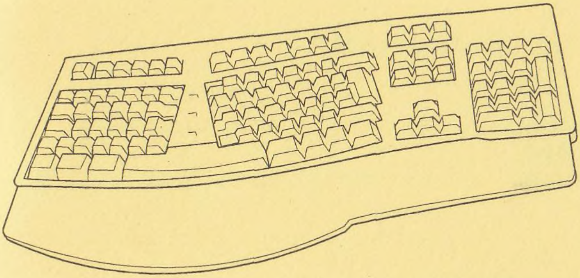
ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

Матеріали V Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю

(м. Полтава, 13–15 березня 2014 року)



Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

ПОЛТАВА
2014

Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

МАТЕРІАЛИ
V ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 13–15 березня 2014 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

Полтава
ПУЕТ
2014

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2014) : матеріали V Всеукр. наук.-практ. конф. (м. Полтава, 13–15 березня 2014 року) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2014. – 335 с.

ISBN 978-966-184-152-8

Матеріали конференції містять сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання й обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Матеріали конференції розраховано на фахівців із кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-152-8

УДК 519. 85

АЛГОРИТМ УТВОРЕННЯ СИСТЕМИ, ЩО ОПИСУЄ ВЕРШИНУ МНОГОГРАННИКА РОЗМІЩЕНЬ НА ОСНОВІ ЙОГО НЕЗВІДНОЇ СИСТЕМИ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор;*
Т. О. Парфьонова, *к. ф.-м. н., доцент*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@maii.ru, tapa@maii.ru

Многогранною множиною M називається переріз скінченої кількості напівпросторів

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}x_j \le b_i, \quad i \in J_m = \{1,2,...,m\}.$$

Якщо цей переріз обмежений, то його називають многогранником.

Умова з номером $i_0 \in J_m$ системи півпросторів, що описує M, називається жорстким обмеженням, якщо координата будь-якої точки $x \in M$ задовольняють цій умові як рівності.

Як відомо, вимірність $dimM$ многогранної множини $M \subset R^k$, (а, отже, і многогранник)

$$dimM = k - r,$$

де r – ранг системи жорстких обмежень, що задають M.

Гранню вимірності t (t-гранню) многогранної множини $M \subset R^k$, де $dimM = k$, називається довільна t-вимірна многогранна множина, для якої система, що її описує утворена шляхом заміни деяких знаків нерівностей в обмеженнях системи півпросторів, що описують M, знаками рівності. 0-грань називається вершиною, 1-грань – ребром; $(k-1)$-грань – гіпергранню. Кожна $(i-1)$-грань k-многогранника є перерізом двох його i-граней, $i \in J_{k-1}$.

Розглянемо загальний многогранник розміщень (ЗМР) $\Pi^k_{\eta n}(G)$, де мультимножина $G = \{g_1,...,g_\eta\}$, $k \le \eta$, має основу $S(G) = (e_1,...,e_n)$, $n \le \eta$, та первинну специфікацію $[G] = (\eta_1,...,\eta_n)$.

Не порушуючи загальності, вважаємо, що

$$g_1 \le \ldots \le g_\eta . \quad (1)$$

Як відомо [1, 2], $\Pi_{\eta n}^{k}(G)$ задається системою:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j\in\omega} x_j \le \sum\limits_{j=1}^{|\omega|} g_{\eta-j+1} \quad \forall\omega \subset J_k; \\ \sum\limits_{j\in\Omega} x_j \ge \sum\limits_{j=1}^{|\Omega|} g_j \quad \forall\Omega \subset J_k, \end{cases}$$

або системою

$$\sum_{j=1}^{|\omega|} g_j \le \sum_{j\in\omega} x_j \le \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{\eta-j+1} \quad \forall\omega \subset J_k.$$

Назвемо i-спілкою системи сукупність нерівностей системи ЗМР, що мають однакове значення $|\omega| = i$ або $|\Omega| = i$. Відома незвідна система для $\Pi_{\eta n}^{k}(G)$ [1].

Згідно другого критерію вершини загального многогранника розміщень [2, теорема 3.1, с. 36] маємо таке.

Точка $x = (x_1,\ldots,x_k) \in R^k$, яка за умови (1) задовольняє систему

$$\sum_{t=1}^{i} x_{j_t} = \sum_{t=1}^{i} g_t \quad \forall i \in J_s, \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{i} x_{l_t} = \sum_{t=1}^{i} g_{\eta-t+1} \quad \forall i \in J_r, \quad (3)$$

де

$$s, r \in J_k^0, s + r = k, \quad (4)$$

$$\{j_1,\ldots,j_i\} = \omega^i \subset J_k, |\omega^i| = i, \omega^1 \subset \omega^2 \subset \ldots \subset \omega^s \subset J_k, \quad (5)$$

$$\{l_1,\ldots,l_i\} = \Omega^i \subset J_k, |\Omega^i| = i, \Omega^1 \subset \Omega^2 \subset \ldots \subset \Omega^r \subset J_k,, \quad (6)$$

$$\omega^s \cup \Omega^r = J_k^0 = J_k \cup \{0\}; \;\; \omega^s \cap \Omega^r = \varnothing, \tag{7}$$

є вершиною ЗМР $\Pi_{\eta n}^k(G)$, і навпаки.

Приклад. Нехай $G = \{2,2,5,5,8,8,8\}$, $k = 5$. Маємо $\eta = 7$; $S(G) = (2,5,8)$, $n = 3$; $[G] = (2,2,3)$.

Згідно першого критерію вершини ЗМР [2,3] точка $A(5,8,2,8,2)$ є вершиною ЗМР, згідно другого критерію вершини ЗМР вона може представлятися системою (2), (3) за умов (4)–(7):

$$\begin{cases} x_3 = 2, \\ x_3 + x_5 = 2 + 2, \\ x_3 + x_5 + x_1 = 2 + 2 + 5, \\ x_2 = 8, \\ x_2 + x_4 = 8 + 8. \end{cases} \tag{8}$$

При цьому, користуючись незвідною системою для ЗМР, маємо:

$$\begin{cases} x_3 = 2, \\ x_5 = 2, \\ x_3 + x_5 + x_1 = 2 + 2 + 5, \\ x_2 = 8, \\ x_4 = 8. \end{cases} \tag{9}$$

При утворенні системи (9) за (8) використано такий алгоритм.

1. Записуємо вершину ЗМР згідно (2)–(7).

2. Для запису вершини ЗМР на основі його незвідної системи треба:

2.1. рівняння з (2) $|\omega^i|$-спілки, що відповідає в системі ЗМР надлишковій умові, замінити рівносильним рівняння з незвідної системи. Тут $\omega^i \in \{\omega^2, ..., \omega^{\eta_1}\}$, $\eta_1 > 1$.

2.2. рівняння з (3) $\left|\Omega^i\right|$-спілки, що відповідає в системі ЗМР надлишковій умові, замінити рівносильним рівняння з незвідної системи. Тут $\Omega^i \in \left\{\Omega^2,...,\Omega^{\eta_n}\right\}, \ \eta_n > 1$.

Заміна, що описана в п. 2.1, здійснюється так. Починаючи з рівняння другої спілки в (2) вводиться така заміна: рівняння $x_{j_1} + x_{j_2} = 2g_1$ замінюється з урахуванням $x_{j_1} = g_1$ на $x_{j_2} = g_1$, взяте з першої спілки незвідної системи. Рівняння $x_{j_1} + x_{j_2} + x_{j_3} = 3g_1$ замінюється на $x_{j_3} = g_1$ і т. д. до рівняння спілки η_1.

Аналогічно робиться заміна, описана в п.2.2. Починаючи з рівняння другої спілки в (3) вводяться заміни. Рівняння $x_{l_1} + x_{l_2} = 2g_\eta$ замінюється на $x_{l_2} = g_\eta$; $x_{l_1} + x_{l_2} + x_{l_3} = 3g_\eta$ – на $x_{l_3} = g_\eta$ і т. д. до рівняння спілки η_n.

Умови (2)–(7) при цьому приймуть вигляд:

$$x_{j_1} = g_1,...,x_{j_{\eta_1}} = g_1; \ j_1 < j_2 < ... < j_{\eta_1}, \tag{10}$$

$$\sum_{t=1}^{i} x_{j_t} = \sum_{t=1}^{i} g_t \quad \forall i \in J_s \setminus J_{\eta_1}, \tag{11}$$

$$\left\{j_1,...,j_i\right\} = \omega^i \subset J_k, \left|\omega^i\right| = i, \omega^{\eta_1+1} \subset ... \subset \omega^s \subset J_k, \tag{12}$$

$$x_{l_1} = g_\eta,...,x_{l_{\eta_n}} = g_\eta, \ l_1 < l_2 < ... < l_{\eta_n}, \tag{13}$$

$$\sum_{t=1}^{i} x_{l_t} = \sum_{t=1}^{i} g_{\eta-t+1} \quad \forall i \in J_r \setminus J_{\eta_n}, \tag{14}$$

$$\left\{l_1,...,l_i\right\} = \Omega^i \subset J_k, \left|\Omega^i\right| = i, \Omega^{\eta_n+1} \subset ... \subset \Omega^r \subset J_k, \tag{15}$$

$$s, r \in J_k^0, s + r = k, \tag{16}$$

$$\omega^s \cup \Omega^r = J_k; \ \ \omega^s \cap \Omega^r = \varnothing. \tag{17}$$

Таким чином, доведено критерій вершини ЗМР у представленні її на основі незвідної системи ЗМР.

Теорема 1. Точка $x=(x_1,...,x_k)\in R^k$, яка задовольняє систему умов (1), (10)–(17), є вершиною ЗМР $\Pi^k_{\eta n}(G)$, і навпаки.

Наслідок. Кожне рівняння з (10), (11), (13), (14) за умов теореми 1 описує гіпергрань ЗМР $\Pi^k_{\eta n}(G)$.

Твердження 2. Для будь-якої вершини ЗМР $\Pi^k_{\eta n}(G)$ кількість систем вигляду (2)–(7), що її визначають, дорівнює $\eta_1!\eta_n!$

Доведення. Справедливість твердження випливає з того факту, що будь-яке переставлення в системі (2) елементів $j_1,...,j_{\eta_1}$ в множинах $\omega^1,...,\omega^{\eta_1}$ дає одну і ту ж вершину. Це ж стосується і переставлень в системі (3) елементів $l_1,...,l_{\eta_n}$ в множинах $\Omega^1,...,\Omega^{\eta_n}$. Відповідних переставлень є $\eta_1!$ та $\eta_n!$ А згідно комбінаторного правила добутку загальних комбінаторних комбінацій цих ситуацій є $\eta_1!\cdot\eta_n!$ Що і треба було довести.

Твердження 3. Алгоритм утворення системи, що дає вершину ЗМР на основі його незвідної системи, дає єдину систему, що описується умовами (10)–(17) для будь-якої вершини, незалежно від початкової системи вигляду (2)–(7), що цю вершину описує.

Доведення. Очевидно, що справедливість твердження є наслідком застосування описаного алгоритму зведення однієї з $\eta_1!\cdot\eta_n!$ систем вигляду (2)–(7) для певної вершини ЗМР $\Pi^k_{\eta n}(G)$ до системи (10)–(17), що описує цю ж вершину.

Маючи вершину ЗМР $\Pi^k_{\eta n}(G)$ у формі (10)–(17) можна отримати опис t-грані ЗМР, $t\in J^0_{k-1}$, що є напрямком подальших досліджень.

Інформаційні джерела

1. Ємець О. О. Задачі оптимізації на полікомбінаторних множинах: властивості та розв'язування : монографія / О. О. Ємець, О. В. Роскладка. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2006. – 129 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/377.
2. Емец О. А. Оптимизация дробно-линейных функций на размещениях : монография / О. А. Емец, О. А. Черненко. – К. : Наукова думка, 2011. – 154 с.

3. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації : монографія / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системних досліджень освіти, 1993. – 188 с.

УДК 519.85

НЕЛІНІЙНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА: МЕТОД ГІЛОК ТА МЕЖ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор;*
Т. В. Чілікіна, *к. ф.-м. н.*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
tv.0502@maii.ru

В роботі розглядається нова модель задачі комівояжера як задача оптимізації на множинах переставленнях та запропоновано метод її розв'язання в рамках методу гілок та меж.

Для побудови математичної моделі зробимо деякі попередні міркування та введемо позначення. Нехай є n міст. Довжина шляху з міста j в місто i позначена дійсним числом $c_{ij}\ \forall i,j = J_n = \{1,2,...,n\}$ (J_n – це множина перших n натуральних чисел).

Введемо змінну x_{ij} такого змісту:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \textit{ якщо з міста i комівояжер переїзжає в місто j;} \\ 0, \textit{в іншому разі.} \end{cases} \tag{1}$$

Введемо в розгляд переставлення $i = (i_1,\ i_2,...,i_n)$, де i_1 – номер початкового міста,

$$i = (i_1,...,i_n) \in E_n(J_n), \tag{2}$$

де $E_n(J_n)$ позначення множини переставлень елементів множини J_n.

Допустимий маршрут визначається деяким переставленням $i \in E_n(J_n)$, де константа $i_1 = const$ є заданою, а пройдений шлях визначаються функціоналом $F : E_n(J_n) \to R^1$:

$$F(i) = \sum_{j=1}^{n-1} c_{i_j i_{j+1}} + c_{i_n i_1}\ . \tag{3}$$