

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.И. ВЕРНАДСКОГО  
НИИ ПРОБЛЕМ ГЕОДИНАМИКИ

ISSN 0203 - 3755

# ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

19



2005

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ТАВРИЧЕСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В. И. ВЕРНАДСКОГО  
НИИ ПРОБЛЕМ ГЕОДИНАМИКИ**

# **ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ**

**МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ СБОРНИК**

**Основан в 1982 г.**

**Выпуск**

**19**

**СИМФЕРОПОЛЬ**

**2005**

УДК 62-50: 539.3:519.8

Динамические системы (межведомственный научный сборник) Вып. 19. –  
Симферополь : ТНУ. – 2005. – 202 с.

ISSN 0203 – 3755

В сборнике представлены результаты исследований по общей теории устойчивости решений дифференциальных уравнений, вопросам управления и колебаний механических систем, решению задач динамики сплошных сред с анализом численных результатов, полученных новыми методами, некоторым проблемам математики и информатики.

Для преподавателей, научных и инженерно-технических работников, студентов.

У збірнику подано результати досліджень із загальної теорії стійкості рішень диференціальних рівнянь, питанням управління та коливань механічних систем, рішення задач динаміки суцільного середовища з аналізом чисельних результатів, які одержані новими методами, деяким проблемам математики і інформатики.

Для викладачів, наукових та інженерно-технічних працівників, студентів.

The collection deals with the results of studies on the general theory of stability of solution of the differential equations, questions of management and oscillations of mechanical systems, solution of the dynamic problems of continuous media with the analysis of numerical results, obtained by new methods, some problems mathematics and informatics.

For the teachers, scientists, engineers and technicians, students.

*Редакционная коллегия:* О.В. Анашкин, д-р физ.-мат. наук, (отв. ред.), А.Р. Сницер, канд. физ.-мат. наук, (отв. секр.), В.Н. Тищенко, канд. физ.-мат. наук, доц. (отв. секр.), А.Т. Барабанов, д-р техн. наук, проф., Ю.А. Костандов, канд. физ.-мат. наук, С.К. Персидский, д-р физ.-мат. наук, проф., Г.Я. Попов, д-р физ.-мат. наук, проф., И.Т. Селезов, д-р физ.-мат. наук, проф., В.А. Темченко, канд. физ.-мат. наук, доц., А.Ф. Улитко, чл.-кор. НАН Украины, проф., А.Ф. Хрусталев, д-р физ.-мат. наук, проф., Д.Я. Хусаинов, д-р физ.-мат. наук, проф., В.Н. Чехов д-р физ.-мат. наук, проф.

*Адрес редакционной коллегии:* 95007, Симферополь, пр. Вернадского, 4,  
Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, НИИ Проблем  
геодинамики, тел. 63-75-77, 23-02-82.

© Таврический национальный университет  
им. В.И. Вернадского,  
НИИ Проблем геодинамики, 2005

Іх можно просто скопіювати с комп'ютера, на якому VDE установлена.

**К.М.Довбня, О.А.Корохіна. Розробка інтерфейсу у середовищі Visual C++ для програмного комплексу, розрахункова частина якого створена у Visual Fortran.**

**РЕЗЮМЕ.** Стаття присвячена так званому „мішаному програмуванню”. Як приклад наводиться реально створений програмний комплекс, інтерфейс якого зібраний у середовищі Microsoft Visual C++, а розрахункова частина представлена fortran-функціями, зібраними як бібліотека .DLL у середовищі Compaq Visual Fortran. Стаття може бути використана як посібник для створення професійного Windows-інтерфейсу для математично точних розрахунків.

**E.N.Dovbnya, O.A.Korokhina. Designing in the Visual C++ Environment the interface for the program complex, calculation part of which is compiled in Visual Fortran.**

**SUMMARY.** Article is devoted to two-language programming. As example author describes real program complex with interface compiled in Microsoft Visual C++ and numerical calculations made by fortran-functions, compiled as DLL-library in Compaq Visual Fortran. This article may be used as a practical instruction for designing professional Windows-interface for exact numerical calculations.

#### **Список использованной литературы**

1. Концентрация напряжений / Под редакцией Гузя А.Н., Космодамианского А.С., Шевченко В.П. – К.: А.С.К., 1998. – 387с.
2. Бартеньев О.В. Visual Fortran: новые возможности // М.: Диалог-Мифи, 1999г.
3. Круглинский Д.Дж, Скотт У., Шеферд Дж. Программирование на Microsoft Visual C++ 6.0 для профессионалов/пер. с английского//Спб.: Питер, М.: Издательско-торговый дом «Русская Редакция», 2003г.

Поступила в редколлегию 26.08.2004

УДК № 519.85

О. А. ЕМЕЦ, доктор физ.-мат. наук, профессор, Полтав.ун-т потреб. кооп.Украины,  
О. А. ЧЕРНЕНКО, ассистент, Полтав.ун-т потреб. кооп.Украины

#### **НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ С ДРОБНО-ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИЕЙ ЦЕЛИ НА РАЗМЕЩЕНИЯХ**

В статье исследуется область допустимых решений задачи с линейной функцией цели, к которой сводится задача оптимизации на размещениях с дробно-линейной целевой функцией.

## *Некоторые свойства области допустимых решений задачи с дробно-линейной функцией цели на размещениях*

**Постановка проблемы в общем виде.** В рамках комбинаторной оптимизации исследуются задачи на евклидовых комбинаторных множествах и с дробно-линейной целевой функцией. Исследования направлены как на выявление свойств целевых функций на комбинаторных множествах, так и свойств множества допустимых решений. Причем свойства таких задач, как правило, неизвестны, необходимо их выявить и обосновать.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Разным аспектам решения этих проблем посвящены работы (см., например, [1-13]). В частности, в [5-13] изложены некоторые последние результаты исследования задач комбинаторного типа.

**Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы.** Существование оптимационных задач с дробно-линейными целевыми функциями на размещениях требует разработки эффективных методов и алгоритмов оптимизации. Это делает необходимым изучение свойств таких задач, в частности, свойств их области допустимых решений.

**Постановка задачи.** В работе исследуется область допустимых решений задачи с линейной функцией цели, к которой сводится задача оптимизации на размещениях с дробно-линейной целевой функцией.

**Изложение основного материала исследования с полным обоснованием полученных научных результатов.** Введем необходимую терминологию и изложим факты с [3], необходимые в статье. Мульти множеством  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_\eta\}$  называют совокупность элементов, среди которых могут быть и одинаковые. Мульти множество  $G$  задается основой  $S(G)$ , то есть кортежем всех его различных элементов, и их кратностью - числом повторений каждого элемента основы этого мульти множества. Множество  $k$  первых натуральных чисел обозначим  $J_k$ , а  $J_k^0 = J_k \cup \{0\}$ .

Пусть дано мульти множество  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_\eta\}$  с основой  $S(G) = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ , где  $e_i \in R^1 \quad \forall i \in J_n$  и кратностями элементов  $k(e_i) = \eta_i, i \in J_n$ . Будем считать, что

$$0 \leq g_1 \leq g_2 \leq \dots \leq g_\eta, \quad 0 \leq e_1 < e_2 < \dots < e_n. \quad (1)$$

Возьмем произвольное  $k \in J_\eta$ . Подмультимножество в мульти множестве  $G$ , которое содержит  $k$  элементов, называют  $k$ -выборкой. Множество упорядоченных  $k$ -выборок с  $G$ , то есть наборов  $(g_{i_1}, g_{i_2}, \dots, g_{i_k})$ , где  $g_{i_j} \in G \quad \forall i_j \in J_\eta, \quad \forall j \in J_k, \quad i_s \neq i_t$ , если  $s \neq t \quad \forall s \in J_k$ ,

$\forall t \in J_k$ , образовывает общее множество размещений  $E_{\eta n}^k(G) \subset R^k$ , где  $n$  – число различных элементов в  $G$ . Как известно [3], выпуклой оболочкой множества  $E_{\eta n}^k(G)$  есть общий многогранник размещений  $\Pi_{\eta n}^k(G)$ , который описывается системой неравенств

$$\sum_{j=1}^{|\omega|} g_j \leq \sum_{i \in \omega} x_i \quad \forall \omega \subset J_k, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \omega} x_i \leq \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{\eta-j+1} \quad \forall \omega \subset J_k \quad (3)$$

где  $|\omega|$  – количество элементов во множестве  $\omega$ . Совокупность неравенств системы (2), (3), которые имеют одинаковое значение  $|\omega|$ , называют  $|\omega|$ -союзом. [3]

Рассмотрим задачу: найти пару  $\langle F(x^*), x^* \rangle$ , такую что

$$F(x^*) = \operatorname{extr}_{x \in R^k} \frac{\sum_{i=1}^k c_i x_i + c_0}{\sum_{i=1}^k d_i x_i + d_0}, \quad x^* = \arg \operatorname{extr}_{x \in R^k} \frac{\sum_{i=1}^k c_i x_i + c_0}{\sum_{i=1}^k d_i x_i + d_0}, \quad (4)$$

при комбинаторном условии

$$x = (x_1, \dots, x_k) \in E_{\eta n}^k(G) \subset R^k \quad (5)$$

$c_i, d_i \in R^1 \quad \forall i \in J_k$ . Здесь и дальше считаем, что  $\sum_{i=1}^k d_i x_i + d_0 > 0$ .

От задачи (4), (5) перейдем к задаче с линейной функцией цели. Обозначим:

$$y_0 = \left( \sum_{i=1}^k d_i x_i + d_0 \right)^{-1}, \quad y_i = x_i y_0 \quad \forall i \in J_k, x \in R^k, \quad (6)$$

Соотношения (6), в частности, определяют некоторое отображение  $\psi(E_{\eta n}^k(G)) = E \subset R^{k+1}$ , причем  $y_0 > 0$ ,  $y_i \geq 0 \quad \forall i \in J_k$ ,  $\psi(x) = y = (y_0, y_1, \dots, y_k)$ .

Учитывая эти условия, задача (4)-(5) сводится к нахождению упорядоченной пары  $\langle F(y^*), y^* \rangle$ :

$$F(y^*) = F(x^*) = \operatorname{extr}_{y \in R^{k+1}} \sum_{i=0}^k c_i y_i, \quad y^* = \arg \operatorname{extr}_{y \in R^{k+1}} \sum_{i=0}^k c_i y_i \quad (7)$$

при условии

$$y = (y_0, y_1, \dots, y_k) \in E \subset R^{k+1}. \quad (8)$$

*Некоторые свойства области допустимых решений задачи с дробно-линейной функцией цели на размещениях*

Рассмотрим образ  $\Pi_{\eta m}^k(G)$  при отображении  $\psi$ . Подставим (6) в (2), (3):

$$\sum_{j=1}^{|\omega|} g_j y_0 \leq \sum_{i \in \omega} y_i \quad \forall \omega \subset J_k, \quad (9)$$

$$\sum_{i \in \omega} y_i \leq \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{\eta-j+i} y_0 \quad \forall \omega \subset J_k, \quad (10)$$

$$\sum_{i=0}^k d_i y_i = 1, \quad (11)$$

$$y_0 > 0, \quad y_i \geq 0 \quad \forall i \in J_k. \quad (12)$$

Множество, заданное системой (9)-(12), обозначим  $Q_{\eta m}^k(G) \in R^{k+1}$ .

Исследуем многогранник  $Q_{\eta m}^k(G)$ .

Система, которая состоит из ограничений (9), (10), определяет выпуклый многогранный конус с вершиной в точке  $O(0,0,\dots,0)$ , а (11) – гиперплоскость, которая перерезает конус, не проходя через его вершину. Тогда многогранник  $Q_{\eta m}^k(G)$  – основа пирамиды, образованная конусом и гиперплоскостью, что лежит в части  $R^{k+1}$ , в которой все координаты точек положительны [3].

**Теорема.** Отображение  $\psi : y_i = x_i \left( \sum_{j=1}^k d_j x_j + d_0 \right)^{-1} \quad \forall i \in J_k,$

$y_0 = \left( \sum_{j=1}^k d_j x_j + d_0 \right)^{-1}$ , задает взаимооднозначное соответствие между точками  $x = (x_1, \dots, x_k) \in \Pi_{\eta m}^k(G)$  и точками  $y = (y_0, y_1, \dots, y_k) \in Q_{\eta m}^k(G)$ .

#### **Доказательство.**

Доказательство состоит из двух частей. Проведем доказательство теоремы по такому плану.

- Покажем, что между множествами вершин многогранников  $\Pi_{\eta m}^k(G)$  и  $Q_{\eta m}^k(G)$  отображение (6) задает взаимооднозначное соответствие.
- Отображение (6) произвольную точку  $x \in \Pi_{\eta m}^k(G)$  переводит в точку  $y \in Q_{\eta m}^k(G)$ . И наоборот, каждая точка  $y \in Q_{\eta m}^k(G)$  есть образом хотя бы одной точки  $x \in \Pi_{\eta m}^k(G)$ .

1. Рассмотрим две разные точки - вершины  $\Pi_{\eta m}^k(G)$  [3]:

$$x^* = (g_{\alpha_1}, g_{\alpha_2}, \dots, g_{\alpha_s}, g_{\beta_1}, \dots, g_{\beta_r}), \quad x^{**} = (g_{\gamma_1}, g_{\gamma_2}, \dots, g_{\gamma_s}, g_{\delta_1}, \dots, g_{\delta_r}),$$

где  $s+r=k$ ;  $\sigma+\rho=k$ ;  $s, r, \sigma, \rho \in J_k^0$ ,  
 $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s\} \cup \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_r\} = J_k$ ,  $\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_\sigma\} \cup \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_\rho\} = J_k$ , координаты первой вершины есть перестановкой чисел  $g_1, g_2, \dots, g_s, g_{\eta-r+1}, g_{\eta-r+2}, \dots, g_\eta$ , второй –  $g_1, g_2, \dots, g_\delta, g_{\eta-\rho+1}, g_{\eta-\rho+2}, \dots, g_\eta$ . Преобразование  $\psi$  переводит точки  $x^*, x^{**}$  соответственно в точки  $y^*, y^{**}$  вида:

$$y^* = \left( \frac{1}{D_{\alpha\beta}}, \frac{g_{\alpha_1}}{D_{\alpha\beta}}, \dots, \frac{g_{\alpha_s}}{D_{\alpha\beta}}, \frac{g_{\beta_1}}{D_{\alpha\beta}}, \dots, \frac{g_{\beta_r}}{D_{\alpha\beta}} \right),$$

$$y^{**} = \left( \frac{1}{D_{\gamma\delta}}, \frac{g_{\gamma_1}}{D_{\gamma\delta}}, \dots, \frac{g_{\gamma_\sigma}}{D_{\gamma\delta}}, \frac{g_{\delta_1}}{D_{\gamma\delta}}, \dots, \frac{g_{\delta_\rho}}{D_{\gamma\delta}} \right),$$

где  $D_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^s d_i g_{\alpha_i} + \sum_{i=1}^r d_{i+s} g_{\beta_i} + d_0$ ,  $D_{\gamma\delta} = \sum_{i=1}^\sigma d_i g_{\gamma_i} + \sum_{i=1}^\rho d_{i+\sigma} g_{\delta_i} + d_0$ .

Очевидно, что  $y^*, y^{**}$  – разные точки. Они принадлежат многограннику  $Q_{\eta\mu}^k(G)$ , поскольку их координаты удовлетворяют систему (9)-(12), которая определяет многогранник  $Q_{\eta\mu}^k(G)$ .

Покажем, что  $y^*, y^{**}$  – вершины  $Q_{\eta\mu}^k(G)$ , то есть  $y^*, y^{**} \in \text{vert } Q_{\eta\mu}^k(G)$ . При отображении  $\psi$  система, описывающая вершину многогранника  $\Pi_{\eta\mu}^k(G)$  [12], перейдет в систему:

$$\sum_{i=1}^s y_{\alpha_i^i} = \sum_{i=1}^s g_i y_0 \quad \forall i \in J_s, \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^r y_{\beta_i^i} = \sum_{i=1}^r g_{\eta-i+1} y_0 \quad \forall i \in J_r, \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^k d_i y_i + d_0 y_0 = 1 \quad \forall i \in J_k, \quad s+r=k. \quad (15)$$

Выполняя элементарные преобразования над строчками системы (13)-(15), получим, что все  $(k+1)$  равенства (13)-(15) линейно-независимы. Координаты точек  $y^*, y^{**}$  удовлетворяют систему (13)-(15), как подсистему системы неравенств (9)-(12). Согласно определению вершины многогранника (см., например, [4], с. 33), точка  $y \in R^{k+1}$  является вершиной многогранника тогда и только тогда, если среди неравенств, которые определяют многогранник, найдется  $(k+1)$  линейно-независимых ограничений, каждое из которых  $y$  превращает в равенство. Следовательно,  $y^*, y^{**}$  – вершины многогранника

*Некоторые свойства области допустимых решений задачи с дробно-линейной функцией цели на размещениях*

$Q_m^k(G)$ .

Из вышесказанного следует, что  $\psi(\text{vert}\Pi_m^k(G)) = \text{vert}Q_m^k(G)$  – инъекция. Аналогично можно показать, что каждая вершина  $Q_m^k(G)$  является образом хотя бы одной вершины  $\Pi_m^k(G)$ .

2. Как известно [4], многогранник совпадает с выпуклой оболочкой своих вершин, то есть для произвольной точки  $x \in \Pi_m^k(G)$   $\exists \lambda_i \in R^1, \lambda_i \geq 0$  ( $i$  – номер вершины многогранника  $\Pi_m^k(G)$ , общее количество которых  $N$ ) и  $\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$ , такие что

$$x = \sum_{i=1}^N \lambda_i x^i, \quad (16)$$

где  $x^i$  – вершины  $\Pi_m^k(G), i \in J_N$ . Применим преобразование  $\psi$  к точке  $x \in \Pi_m^k(G)$ , записанную в виде (16), получим:  $y = \sum_{i=1}^N \lambda_i y^i$ . Очевидно, что последнее равенство – это выпуклая комбинация вершин многогранника  $Q_m^k(G)$ , поэтому  $y \in Q_m^k(G)$ .

Применяя преобразование (6), можно показать, что каждая  $y \in Q_m^k(G)$  есть образом хотя бы одной точки  $x \in E_m^k(G)$ .

Теорема доказана.

**Следствие.** (Критерий вершины многогранника  $Q_m^k(G)$ ). Точки  $y = (y_0, y_1, \dots, y_k) \in R^{k+1}$ , удовлетворяющие систему (13)-(15), являются вершинами многогранника  $Q_m^k(G)$  и только они.

Опишем теперь гиперграницы многогранника  $Q_m^k(G)$  и определим их количество.

Неприводимая система ограничений многогранника  $Q_m^k(G)$  имеет вид [13]:

$$\sum_{j=1}^{|\omega|} g_j y_0 \leq \sum_{i \in \omega} y_i \quad \forall \omega \subset J_k, \forall |\omega| \in J_k \setminus \{J_{\eta_1} \setminus \{1\}\} \cup \{J_{k-1} \setminus J_{\eta_k - \eta_{k-1}}\}, \quad (17)$$

$$\sum_{i \in \omega} y_i \leq \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{\eta_j - j + 1} y_0 \quad \forall \omega \subset J_k, \forall |\omega| \in J_k \setminus \{J_{\eta_k} \setminus \{1\}\} \cup \{J_{k-1} \setminus J_{\eta_k - \eta_{k-1}}\}, \quad (18)$$

$$\sum_{i=0}^k d_i y_i = 1, \quad (19)$$

$$y_0 > 0, \quad y_i \geq 0 \quad \forall i \in J_k. \quad (20)$$

Каждое с ограничений системы (17), (18) не является линейной комбинацией других ограничений системы. Поэтому произвольное неравенство системы, если его записать в виде равенства, описывает гипергрань многогранника  $Q_m^k(G)$ . Для определения их количества достаточно посчитать количество ограничений системы (17)-(18).

Неравенства союза  $|\omega|=1$  не являются избыточными [13], каждая из

систем (17), (18) при  $|\omega|=1$  содержит  $C_k^{|\omega|} = C_k^1 = \frac{k!}{1!(k-1)!} = k$

неравенств, итого всего  $2k$  неравенств. Если  $\eta_1 > 1$  и  $\eta_n > 1$  при условиях, что  $k \leq \eta - \eta_n$  и  $k \leq \eta - \eta_1$ , то неизбыточными являются неравенства  $|\omega|$ -союзов, где  $\eta_1 + 1 \leq |\omega| \leq k$  для системы (17) и  $\eta_n + 1 \leq |\omega| \leq k$  для системы (18). Таким образом, при названных условиях количество гиперграней многогранника  $Q_m^k(G)$  равно

$$K = 2k + \sum_{|\omega|=\eta_1+1}^k C_k^{|\omega|} + \sum_{|\omega|=\eta_n+1}^k C_k^{|\omega|}.$$

**Выводы из данного исследования.** Таким образом, доказана теорема о взаимооднозначном соответствии между точками многогранников  $\Pi_m^k(G)$  и  $Q_m^k(G)$ , сформулирован критерий вершины многогранника  $Q_m^k(G)$ , описаны гиперграницы этого многогранника.

**Перспективы дальнейших исследований в данном направлении.** Полученные в работе свойства многогранника  $Q_m^k(G)$  дают возможность применить к решению задачи (7), (8) метод построения лексикографической эквивалентности [10].

О. О. Ємець, О. О. Черненко *Деякі властивості області допустимих розв'язків задачі з дробово-лінійною функцією цілі на розміщеннях*

**РЕЗЮМЕ.** В статті досліджується область допустимих розв'язків задачі з лінійною функцією цілі, до якої зводиться задача оптимізації на розміщеннях з дробово-лінійною цільовою функцією

O. A. Yemets, O. A. Chernenko *Some properties of the set of permissible solutions of the linear-fractional optimization problem on arrangements*

**SUMMARY.** In this article we investigated the field of permissible solutions of linear optimization problem to which the linear-fractional optimization problem on arrangements is reduced.

#### Список использованной литературы

1. Сергиенко И. В., Каспшицкая М. Ф. Модели и методы решения на ЭВМ

## *Обобщенная краевая задача Карлемана*

- комбинаторных задач оптимизации. Наук. думка, Киев, 1981.
2. Шор Н. З., Соломон Д. И. Декомпозиционные методы в дробно-линейном программировании. – Кишинев: Штиинца, 1989. – 204 с.
  3. Стоян Ю. Г., Ємець О. О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – Київ: Інститут систем. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
  4. Емеличев В. А., Ковалев М. М., Кравцов М. К. Многогранники, графы, оптимизация. – М.: Наука, 1981. – 344 с.
  5. Стоян Ю. Г., Ємець О. О., Ємець Є. М. Множини полірозділень в комбінаторній оптимізації // Доповіді НАН України – 1999. – №8. – С. 37-41.
  6. Ємець О. О., Колечкіна Л. М. Задача оптимізації на переставленнях з дробово-лінійною цільовою функцією: властивості множини допустимих розв'язків // Укр. мат. журн. – 2000. – Т. 52. – №12. – С. 1630 - 1640.
  7. Емец О. А., Недобачий С. И., Колечкина Л. Н. Неприводимая система ограничений комбинаторного многогранника в дробно-линейной задаче оптимизации на перестановках // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13. – Вып. 1. – С. 110-118.
  8. Ємець О., Романова Н., Роскладка О. Про властивості деяких задач евклідової комбінаторної оптимізації на переставленнях та методи їх розв'язування // Вісник Львів. ун-ту. Сер. приклад. математика та інформатика. – 2002. – Вип. № 5. – С. 89 - 94.
  9. Ємець О. О., Роскладка О. В., Недобачій С. І. Незвідна система обмежень для загального многогранника розміщень // Укр. мат. журн. – 2003. – Т. 55, №1. – С. 3-11.
  10. Емец О.А., Барболина Т.Н. Решение задач евклидовой комбинаторной оптимизации методом построения лексикографической эквивалентности // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – №5. – С. 115-125.
  11. Панишев А. В., Данильченко О. М., Скачков В. О. Вступ до теорії складності дискретних задач. – Житомир: Житомир. держ. технол. ун-т, 2004. – 236 с.
  12. Черненко О.О. Властивості множини допустимих розв'язків дробово-лінійної задачі на розміщеннях // В кн. VII всеукр. наук. конф. „Молодь, освіта, наука, культура і національна самосвідомість”: Матеріали конференції. – К., 2004. – С. 21-25.
  13. О.А. Емец, О.А. Черненко Неприводимая система ограничений комбинаторного многогранника в дробно-линейной задаче оптимизации на размещениях // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – №2, С. 107-116.

Поступила в редакцию 07.09.2005

УДК 517.94

В.А. ЛУКЬЯНЕНКО, канд. физ.-мат. наук,  
Таврический национальный университет, e-mail: art-inf@mail.ru

## **ОБОБЩЕННАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА КАРЛЕМАНА**

Многоэлементная задача Карлемана для полосы со сдвигом в область аналитичности сводится к эквивалентным сингулярным интегральным уравнениям с точечными особенностями. Приводятся случаи точного решения.

## *Содержание*

### **СОДЕРЖАНИЕ**

#### **Колебания, устойчивость и управление в динамических системах**

<i>А.И. Бохонский, Н.И. Варминская</i> Оптимальное переносное движение упругих объектов . . . . .	3
<i>П.И. Иванов</i> Математическая модель маневра управляемой планирующей парашютной системы . . . . .	11
<i>В.Г.Козырев</i> О терминальной ошибке управления скоростью динамического объекта . . . . .	20
<i>В.А. Крамарь</i> Алгебраическая форма построения областей устойчивости систем управления с неопределенностью в модели объекта . . . . .	27

#### **Механика сплошной среды**

<i>Л.Е. Авраменко</i> Термоупругость тонких изотропных оболочек под действием движущегося локального источника тепла . . . . .	31
<i>Н.Н. Кизилова</i> Фильтрация жидкости в тканях листа растения: модель с сосредоточенными параметрами . . . . .	37
<i>Ю.А. Костандов, И.Е. Шиповский, Л.Я. Локшина</i> Проявление мод разрушения при инструментальном воздействии . . . . .	44
<i>А.М. Назаренко</i> Дифракция гармонических волн на цилиндрическом упругом включении в условиях плоской деформации . . . . .	54
<i>В.Н. Олийник</i> Изменение передаточной функции «тканевого» канала распространения звука в грудной клетке человека в процессе дыхания . . . . .	60
<i>И.Т. Селезов, В.М. Московкин, Ю.Д. Мендыгулов</i> О стационарных решениях уравнения баланса пляжеобразующего материала диффузионного типа . . . . .	69
<i>А.Р. Сницер</i> Волны кручения в упругом полупространстве при торсионном гармоническом воздействии на поверхность скважины . . . . .	73
<i>В.Н. Тищенко</i> Характеристики волны Релея от глубинных источников . . . . .	89

#### **Математика, информатика, математическая физика**

<i>Е.В. Божонок</i> Достаточные условия экстремума интегральных функционалов в произведениях ядерных пространств . . . . .	100
<i>Е.Н.Довбня, О.А.Корохина</i> Создание интерфейса в среде visual c++ для программного комплекса, расчётная часть которого создана в visual fortran .	118
<i>О.А. Емец, О.А. Черненко</i> Некоторые свойства области допустимых решений задачи с дробно-линейной функцией цели на размещениях . . . . .	122
<i>В.А. Лукьяненко</i> Обобщенная краевая задача Карлсмана . . . . .	129