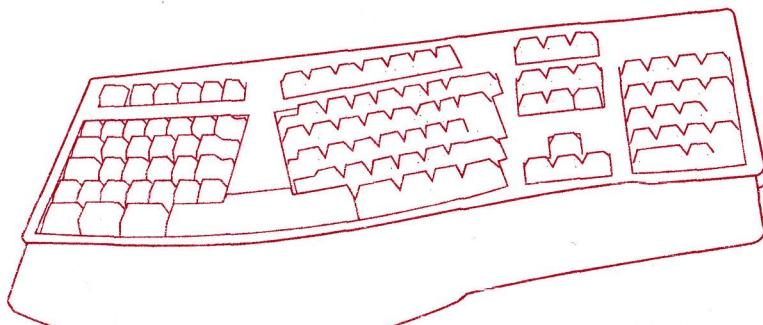


**Вищий навчальний заклад Укоопспілки  
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»  
(ПУЕТ)**

# **ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ICH-2013)**

**Матеріали  
IV Всеукраїнської  
науково-практичної конференції**

**(м. Полтава, 21–23 березня 2013 року)**



**ПОЛТАВА  
ПУЕТ  
2013**

**Національна академія наук України  
Центральна спілка споживчих товариств України  
Українська Федерація Інформатики**

## **ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ICH-2013)**

**Матеріали IV Всеукраїнської  
науково-практичної конференції  
(м. Полтава, 21-23 березня 2013 року)**

*За редакцією професора Ємця О. О.*

**Полтава  
ПУЕТ  
2013**

УДК 004+519.7  
ББК 32.973я431  
I-74

*Розповсюдження та тиражування без офіційного дозволу ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» заборонено*

## Програмний комітет

### Співголови:

*I. В. Сергієнко*, д.ф.-м.н., професор, академік НАН України, генеральний директор Кібернетичного центру НАН України, директор Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

*O. O. Нестула*, д.і.н., професор, ректор ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі».

### Члени програмного комітету:

*B. K. Задірака*, д.ф.-м.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу оптимізації чисельних методів Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

*G. П. Донець*, д.ф.-м.н., с.н.с., завідувач відділу економічної кібернетики Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

*O. O. Смєць*, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»;

*B. A. Заславський*, д.т.н., професор, професор кафедри математичної інформатики Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

*O. C. Кученко*, д.т.н., професор, завідувач кафедри системного аналізу і управління Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»;

*O. M. Литвин*, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри вищої та прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії;

*O. C. Мельниченко*, к.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного аналізу та інформатики Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка;

*A. D. Тевяшев*, д.т.н., професор, академік Української нафтогазової академії, завідувач кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки;

*T. M. Барболіна*, к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри математичного аналізу та інформатики Полтавського національного педагогічного університету імені В. Г. Короленка.

I-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : матеріали IV Всеукр. наук.-практ. конф., (м. Полтава, 21–23 берез. 2013 р.) / за ред. Ємця О. О. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 323 с.

ISBN 978-966-184-211-2

Збірник тез конференції містить сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики і кібернетики, математичне моделювання і обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп’ютерних інформаційних технологій.

Збірка розрахована на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7  
ББК 32.973я431

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.  
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

ISBN 978-966-184-211-2

© Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі», 2013

<i>Емець О. А., Емець А. О.</i> Представление нечетких систем линейных уравнений через интервальные системы линейных уравнений .....	84
<i>Емець О. А., Емець Е. М., Штомпель П. С.</i> О генетическом алгоритме при оптимизации на перестановках .....	93
<i>Євтушенко С. О.</i> Програмна реалізація евристичного методу розв'язування задачі упакування прямокутників в нечіткій постановці.....	97
<i>Ємець О. О., Ємець Є. М., Олексійчук Ю. Ф.</i> Метод імітації відпалу для комбінаторної задачі знаходження максимального потоку .....	100
<i>Ємець О. О., Ольховська О. В.</i> Векторна система в доведенні збіжності модифікованого ітераційного методу для задачі оптимізації ігрового типу на переставленнях .....	103
<i>Ємець О. О., Парфьонова Т. О.</i> Оцінювання в методі гілок та меж при оптимізації на евклідовій множині сполучень.....	106
<i>Ємець О. О., Тур О. В.</i> Одна відповідність між елементами загальної множини розміщень та розміщеннями без повторень .....	111
<i>Ємець О. О., Чілікіна Т. В.</i> Про кількість елементів в загальних множинах розміщень та полірозміщень .....	117
<i>Желдак Т. А.</i> Планування виконання замовлень металургійними підприємствами на основі розв'язків комбінаторних задач .....	125
<i>Іванова Т. А.</i> Точное определение средних значений внутри интервалов в информатике .....	129
<i>Іванов С. М., Карасюк В. В.</i> Модель системи знань для спрямованого навчання.....	133
<i>Івахова Ю. С.</i> Програмне забезпечення для тренажера з теми: «Матриця суміжності та інцидентності» дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».....	136
<i>Касьянюк В. С.</i> Об одной оценке вектора параметров по данным нелинейной модели измерений.....	139

14. Емец О. А. Транспортные задачи на перестановках: свойства оценок в методе ветвей и границ / О. А. Емец, Т. А. Парфенова // Кибернетика и сист. анализ. – 2010. – № 6. – С. 106-112. – Англ. перевод: Iemets O. O., Parfionova T. O. Transportation problems on permutations: properties of estimates in the branch and bound method // Cybernetics and Systems Analysis – 2010 – V. 46, № 6. – P. 953–959.
15. Ємець О. О. Оцінювання допустимих множин розв'язків комбінаторної транспортної задачі на переставленнях, що розв'язується методом гілок та меж / О. О. Ємець, Т. О. Парфіонова // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2010. – № 1. – С. 21–28.

**УДК 519.8**

## ОДНА ВІДПОВІДНІСТЬ МІЖ ЕЛЕМЕНТАМИ ЗАГАЛЬНОЇ МНОЖИНИ РОЗМІЩЕНЬ ТА РОЗМІЩЕНЯМИ БЕЗ ПОВТОРЕНЬ

**О. О. Ємець**, професор, д. ф.-м. н.; **О. В. Тур**, асистент  
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Фрактальні та предфрактальні комбінаторні конфігурації – це поняття необхідні при моделюванні складних оптимізаційних систем комбінаторного характеру. Відома велика кількість праць з комбінаторної оптимізації (див., наприклад, [1–4]) та з математичних аспектів фрактальних комбінаторних конструкцій [5–6], практично відсутні роботи [7–9] по дослідженю комбінаторних конфігурацій, що мають фрактальні властивості. В довіді розглянуто необхідні поняття для дослідження комбінаторно-фрактальних властивостей розміщень з повто-реннями.

Розглянемо відповідність між елементами загальної множини розміщень та розміщеннями без повторень, яка використовується для побудови предфрактальних комбінаторних об'єктів.

Нехай  $g_i$  – цілі, позначимо  $G=J$ ,  $J=\{1^{\eta_1}, 2^{\eta_2}, \dots, n^{\eta_n}\}$ ,  
 $S(J)=\{(1, \dots, n)\}, [J]=(\eta_1, \dots, \eta_n), \eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n = \eta$ .

**Приклад 1.** Нехай  $J = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^1\} = \{1, 1, 2, 2, 3, 3, 4\}$ ,  $k = 4$ .

Тоді  $k$ -розміщення з  $J$  може бути таке:  $r^1 = (1, 2, 4, 3)$ , або  $r^2 = (2, 2, 3, 1)$ ,  $r^3 = (3, 2, 3, 2)$  тощо.

Множину  $E_{\eta n}^k(J)$  називають [2] загальною множиною розміщень з мультимножини  $J$ . Для побудови графа, що відповідає  $r \in E_{\eta n}^k(J)$  утворимо псевдо-підстановку  $\pi(r)$ .

Ставимо у відповідність  $R$  розміщенню з повторенням  $r \in E_{\eta n}^k(J)$  розміщення без повторень  $\rho \in E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$ , де  $\lambda = \eta + n - 1$  та  $J_\lambda = \{1, 2, \dots, \lambda\}$ , тобто  $R : E_{\eta n}^k(J) \rightarrow E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$ , або  $R(r) = \rho$ . Вважатимемо  $J_n$  розбитим на  $n$  підмножин:  $N_i^0$ ,  $i = J_n$ , де  $N_i^0 = \{\eta^{(i-1)} + 1, \eta^{(i-1)} + 2, \dots, \eta^{(i-1)} + \eta_i\}$ , де

$$\eta^{(0)} = 0; \quad \eta^{(i-1)} = \sum_{j=1}^{i-1} \eta_j; \quad \eta^{(i-1)} + \eta_i = \eta^{(i)}, \quad (1)$$

зауважимо, що  $\eta^{(n)} = \eta$ , де  $(n)$  – означає номер  $n$ .

Елементи з  $J_\lambda$  – це елементи, з яких вибираються розміщення  $\rho$  без повторень з множини  $E_\lambda^k(J_\lambda)$ .

Упорядкуємо по зростанню та пронумеруємо елементи мультимножини  $J$  та нулі згідно табл. 1.

**Таблиця 1**

Елементи $J$	1	1	$\dots$	1	0	2	2	$\dots$	2	0	$\dots$
Його номер $\eta_j^0$	1	2	$\dots$	$\eta_1$	$\eta_1 + 1$	$\eta_1 + 2$	$\eta_1 + 3$	$\dots$	$\eta_1 + \eta_2 + 1$	$\eta_1 + \eta_2 + 2$	$\dots$

*Продовж. табл. 1*

Елементи $J$	$\dots$	$i$	$i$	$\dots$	$i$	0	$\dots$
Його номер $\eta_j^0$	$\dots$	$\eta^{(i-1)} + i$	$\eta^{(i-1)} + i + 1$	$\dots$	$\eta^{(i)} + i - 1$	$\eta^{(i)} + i$	$\dots$

Продовж. табл. 1

Елементи $J$	$\dots$	$n$	$n$	$\dots$	$n$
Його номер $\eta_j^0$	$\dots$	$\eta^{(n-1)} + n$	$\eta^{(n-1)} + n + 1$	$\dots$	$\eta^{(n)} + n - 1$

Тобто елементи 1 з  $J$  в кількості  $\eta_1$  мають номери з множини  $N_1^0 = \{1, 2, \dots, \eta_1\}$ ; елементи 2 з  $J$  в кількості  $\eta_2$  мають номери з множини  $N_2^0 = \{\eta_1 + 2, \dots, \eta_1 + \eta_2 + 1\}$  і т. д. аж до елементів  $n$  з  $J$ , що є в кількості  $\eta_n$ , які мають номери з множини  $N_n^0 = \{\eta^{(n-1)} + n, \eta^{(n-1)} + n + 1, \dots, \eta^{(n-1)} + \eta_n + n - 1\}$ .

Для запису  $\rho$  запишемо квазіпідстановку  $\pi(r) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & \lambda \\ 0 & \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_\lambda \end{pmatrix}$ , де  $\lambda = \eta + n - 1$ ,  $\pi_j = \begin{cases} 0 & \text{де } r_i = \\ r_i & \end{cases}$  елементи розміщення  $r = (r_1, \dots, r_k)$ ,  $i \in J_k$ ,  $j \in J_\lambda$  та  $\pi_0 = 0$ .

Опишемо визначення індексу  $j$  у  $\pi_j$ . Для цього вибираємо елемент  $r_1, r_2, \dots, r_k$  по черзі, визначаємо відповідний (рівний) йому елемент в таблиці 1 в першому рядку. При цьому беремо їх в таблиці 1 зліва на право, якщо він ще не використаний. Кожен такий елемент має номер  $\eta_j^0$  розташований у табл. 1 під ним в другому рядку. Це і є шуканий індекс  $j$  у  $\pi_j$ . Тобто в стовпці квазіпідстановки  $j$  ставимо  $\pi_j = r_i$ , для якого визначили  $\eta_j^0$ .

За  $\pi(r)$  та  $r$  будуємо  $\rho \in E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$ . Беремо  $r_1$  шукаємо з ліва на право в другому рядку  $\pi(r)$ ,  $r_1 = \pi_{j_1}$  вибираємо  $j_1$  в якості  $\rho_1$ ,  $\rho_1 = j_1$ . Мітмо  $\pi_{j_1}$  як вибране. Вибираємо  $r_2$  аналогічно, шукаємо  $j_2$  (як шукали  $j_1$ , але серед непомічених  $\pi_j$ ), і т. д. але до  $r_k$ . Одержано  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k) = (j_1, j_2, \dots, j_k)$ ,  $j_t \in J_\lambda \forall t \in J_k$ .

Розглянемо приклад утворення  $\rho$ .

**Приклад 2.** Пояснимо утворення  $\pi(r)$  на прикладі  $r = (2, 2, 3, 1) \subset E_{7,4}^4(J)$ ,  $J = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^1\}$ . Знайдемо номери  $\eta_j^0$  елементів мультимножини  $J$  та нулі за схемою табл. 1 для елементів з розміщення  $r$  та заданої мультимножини  $J$  (табл. 2), вважаючи використаними в  $r$  перших з наявних екземплярів елементів в  $J$ . Тобто для першого елементу 2 в  $r$  використовуємо номер 4, для другої двійки – 5; для тройки – 7; для одиниці – 1.

**Таблиця 2**

$J$	1	1	0	2	2	0	3	3	0	4
$\eta_j^0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Тоді в  $\pi(r)$   $r_1 = \pi_4 = 2$ , отже  $j_1 = 4$ ;  $r_2 = \pi_5 = 2$ , тобто  $j_2 = 5$ ;  $r_3 = \pi_7 = 3$ ,  $j_3 = 7$ ;  $r_4 = \pi_1 = 1$ ,  $j_4 = 1$ . Всі інші  $\pi_j = 0$ , тобто  $\pi(r)$  має вигляд:

$$\pi(r) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Тоді індекси  $j$  у  $\pi_j$  дають  $\rho$ :  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_2)$  має вигляд  $\rho = (4, 5, 7, 1)$ , де  $\rho_i$  – це номер  $r_i$  в таблиці 2,  $i \in J_k$ .

Далі граф для  $\rho$  (а отже для  $r$ ) будеться за схемою побудови графа для розміщення без повторення.

Для того, щоб розміщення без повторення  $\rho \in E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$ ,  $\lambda = \eta + n - 1$  мало прообраз в множині  $E_{\eta n}^k(J)$ , де  $J = \{1^{\eta_1}, 2^{\eta_2}, \dots, n^{\eta_n}\}$ ,  $\eta = \sum_{i=1}^n \eta_i$  в ньому мають використовуватися тільки такі елементи з  $n_1$  номерів елементів 1,  $n_2$  номерів елементів 2, ...,  $n_i$  номерів елементів  $i$ , ...,  $n_n$  номерів елементів  $n$ , тобто їх номери з табл. 1 такі:

$$(1, 2, \dots, n_1), (\eta_1 + 2, \eta_1 + 3, \dots, \eta_1 + 1, n_2), \dots,$$

$$\dots, (\eta^{(i)} + i, \eta^{(i)} + i + 1, \dots, \eta^{(i)} + i - 1, n_i), \dots,$$

$$\dots, (\eta^{(n-1)} + n, \eta^{(n-1)} + n + 1, \dots, \eta^{(n-1)} + n - 1, n_n),$$

де  $0 \leq n_i \leq \eta_i$ , а  $\eta^{(i)}$  обчислюється за (1). Якщо  $n_i = 0$ , то множина  $\{\eta^{(i)} + 1, \eta^{(i)} + 2, \dots, n_i\} = \emptyset$ , причому  $n_1 + n_2 + \dots + n_n = k$ .

**Приклад 3.** Для  $\rho = (10, 4, 5, 1)$ , ( $k = 4$ ) та  $J = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^1\}$  з таблиці 2 маємо:  $n_1 = 1$  оскільки одиниць одна;  $n_2 = 2$  оскільки є номери двійок 4, 5;  $n_3 = 0$  оскільки немає трійок;  $n_4 = 1$  оскільки номер 10 для четвірки;

Тільки такі розміщення, побудова яких по табл. 2 описана вище, будемо розглядати, і їх сукупність будемо позначати  $E$ , зрозуміло, що  $E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$ .

Зауважимо, що розміщеню без повторень з  $E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$  відповідає розміщення з повтореннями з  $E_{\eta n}^k(J)$ , коли відома мультиплікаторна  $J$  та  $|J| = \eta$  і  $\lambda = \eta + n - 1$ .

**Приклад 4.**  $J = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^1\}$ ,  $\rho = (10, 4, 5, 1) \in E \subset E_{10}^4(J_{10})$ . Отже  $\lambda = 10, \eta = 7, n = 4$ , тоді використовуючи табл. 2 маємо:  $r = (4, 2, 2, 1)$ .

**Твердження 1.** Описана відповідність між  $E_{\eta n}^k(J)$  та  $E \subset E_\lambda^k(J_\lambda)$  є взаємно однозначною.

**Доведення.** Будь-якому  $r \in E_{\eta n}^k(J)$  ставиться однозначно у відповідність номери з  $J_\lambda$  в кількості  $k$ . Ці номери місць  $\eta_j^0$  елементів  $r_i \in J$  упорядковані згідно правила утворення  $\rho$  розташуванням в  $r$  і утворюють розміщення  $\rho \in E$ . Тобто кожному  $r \in E_{\eta n}^k(J)$  відповідає деяке  $\rho \in E : \rho = R(r)$ .

Нехай маємо деяке  $\rho \in E$ . Покажемо, що йому відповідає те  $r$ , для якого  $\rho = R(r)$  і побудовано і тільки воно.

Оскільки  $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_k) \in E$ , то має місце така властивість:  $k = n_1 + \dots + n_i + \dots + n_n$ , де  $0 \leq n_i \leq \eta_i$ , причому в  $\rho$  міститься такі числа  $\eta_j^0$  з табл. 1:  $n_1$  номерів елементів 1,  $n_2$  номерів елементів 2, ...,  $n_i$  номерів елементів  $i$ , ...,  $n_n$  номерів елементів  $n$ .

Згідно табл. 1 між номером  $\eta_j^0 (j \in J_\lambda)$  та елементом з  $J$  встановлена відповідність така ж, як і при запису  $\rho$  по  $r$ . Тобто кожному  $\rho$  відповідає елемент  $r$  з  $E_{\eta n}^k(J)$ , причому тільки один і такий, що  $\rho = R(r)$ . Цю відповідність можна позначити  $r = R^{-1}(\rho)$ .

Таким чином, друга частина твердження обґрунтована.

Ця відповідність необхідна для введення предфрактальних комбінаторних конфігурацій для розміщень з повтореннями.

### Література

1. Сергиенко И. В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, М. Ф. Каспшицкая. – К. : Наук. думка, 1981. – 288 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с. – Режим доступу : <http://dspace.uccsu.org.ua/handle/123456789/487>.
3. Емець О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емець, Т. Н. Барболина. – К. : Наук. думка, 2008. – 159 с. – Режим доступу : <http://dspace.uccsu.org.ua/handle/123456789/473>.
4. Ємець О. О. Моделі евклідової комбінаторної оптимізації: монографія / О. О. Ємець, О. О. Черненко. – Полтава : ПУЕТ, 2011. – 204 с. – Режим доступу : <http://dspace.uccsu.org.ua/handle/123456789/467>.
5. Перепелиця В. А. К проблеме распознавания фрактальных графов / В. А. Перепелиця, Н. В. Сергиенко, А. М. Кочкаров // Кибернетика и системный анализ. – 1999. – № 4. – С. 72–89.

6. Сергеева Л. Н. Нелинейная экономика: модели и методы / Л. Н. Сергеева. – Запорожье : «Полиграф», 2003. – 218 с.
7. Ємець О. О. Ізоморфізм Бовмана між графами і переставленнями та його використання для побудови предфрактальних переставних конфігурацій / О. О. Ємець, О. В Тур // Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ-2011): Матеріали Всеукраїнського наукового семінару 26–27 серпня 2011 р. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – С. 54–57. – Режим доступу : <http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/1023>.
8. Ємець О. О. Деякі предфрактальні переставні комбінаторні конфігурації / О. О. Ємець, О. В. Тур // Інформатики та системні науки (ІСН-2012): матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 1–3 березня 2012 р.). – Полтава: ПУЕТ, 2012. – С. 98–104. – Режим доступу : <http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/1036>.
9. Ємець О. О. Деякі предфрактальні переставні комбінаторні конфігурації для переставень з повтореннями / О. О. Ємець, О. В. Ольховська // 13 Міжвузівський науково-практичний семінар «Комбінаторні конфігурації та їх застосування», 13–14.04.2012. – Кіровоград, 2012. – С. 55–58. – Режим доступу: <http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/1202>.

**УДК 519.85**

## ПРО КІЛЬКІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ В ЗАГАЛЬНИХ МНОЖИНАХ РОЗМІЩЕНЬ ТА ПОЛІРОЗМІЩЕНЬ

**О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор; Т. В. Чілікіна, доцент**  
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
*tv.0502@mail.ru*

Не зважаючи на поширеність використання таких комбінаторних множин, як загальна множина розміщень, загальна множина полірозміщенъ, полікомбінаторні множини [1–14], авторам не відомі публікації, де б були пораховані кількості елементів в цих множинах.

Нехай маємо мультимножину  $G = \{g_1, \dots, g_n\}$  з основою  $S(G) = (e_1, e_2, \dots, e_v)$  та первинною специфікацією