

ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ

Навчально-науковий інститут денної освіти
Форма навчання денна
Кафедра комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Допускається до захисту
Завідувач кафедри
_____ Олена ОЛЬХОВСЬКА
(підпис)

«___» _____ 202_ р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на тему

**РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА АЛГОРИТМІЗАЦІЯ
З ТЕМИ «СТЕПЕНЕВІ РЯДИ» ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАЛЬНОГО
КУРСУ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»**

зі спеціальності 122 Комп'ютерні науки освітня
програма «Комп'ютерні науки» ступеня магістра

Виконавець роботи Чирва Олександр Олександрович
_____ «___» _____ 202_ р.
(підпис)

Науковий керівник к. ф.-м. н., доцент, Чілікіна Тетяна Василівна
_____ «___» _____ 202_ р.
(підпис)

Рецензент

ПОЛТАВА 2024

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ	3
ВСТУП	4
1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ РОЗРОБКИ	6
2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД.....	7
2.1. Огляд продуктів для дистанційного навчання	7
2.2. Огляд засобів для створення тренажерів.....	9
2.3. Знакозмінні ряди	12
3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА	14
3.1. Степеневі ряди.....	14
3.3. Алгоритм роботи тренажеру з теми «Степеневі ряди» дистанційного курсу «Математичний аналіз»	22
3.4. Блок-схема тренажеру	26
3.5. Обґрунтування вибору програмних засобів	27
4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА	29
4.1. Опис програмної реалізації.....	29
4.2. Інструкція по використанню навчального тренажеру	34
ВИСНОВКИ.....	42
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	43
ДОДАТОК А. КОД ПРОГРАМИ	45

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ

Умовні позначення, символи, скорочення, терміни	Пояснення умовних позначень, скорочень, символів
Visual Basic	Це інструмент для швидкого створення програм для Windows, який має простий синтаксис і дозволяє компілювати код у машинний код або виконувати інтерпретацію під час налагодження. Він також має графічний інтерфейс.
Visual Studio	Середовище розробки програмного забезпечення, що об'єднує різні інструменти.
Windows Forms	API, яке відповідає за взаємодію з графічним інтерфейсом користувача і є складовою Microsoft .NET Framework.
If..else..then	Конструкція, яка виконує дії не лише при вірній вихідній умові, але і в разі її невірності.

ВСТУП

Воєнний стан завжди висуває перед суспільством надзвичайні завдання і виклики, вимагаючи максимальної підготовки та ефективності в умовах стресу і небезпеки. Один із найефективніших інструментів для безпечного навчання студентів під час воєнного стану – це розробка програм тренажерів. Важливість створення і впровадження таких програм тренажерів надзвичайно висока, оскільки вони дозволяють студентам опрацьовувати лекції та практичний матеріал, вдосконалювати свої навички в безпечних умовах, маючи комп'ютер та тренажер встановлений на ньому.

У таких надзвичайних обставинах, дистанційне навчання та розробка програм тренажерів стає не тільки важливим інструментом для забезпечення доступу до освіти, але і життєво важливою складовою збереження і розвитку інтелектуального потенціалу суспільства. В таких програм для навчання є безліч переваг, а саме: доступність, ефективна взаємодія, безпека, збереження часу, проходження тренінгу на основі лекційного матеріалу.[2]

Мета кваліфікаційної роботи – розробка програмного забезпечення та алгоритмізація тренажера з теми «Степеневі ряди» дистанційного навчального курсу «Математичний аналіз».

Об'єкт розробки – алгоритм та програмна реалізація програмного забезпечення тренажеру з теми «Степеневі ряди» дистанційного навчального курсу «Математичний аналіз».

Предмет розробки – програмна реалізація тренажера з теми «Степеневі ряди» дистанційного навчального курсу «Математичний аналіз».

Актуальність роботи – впровадження навчальних тренажерів у навчальний процес має велику актуальність у сучасному освітньому середовищі. Навчальні тренажери дозволяють студентам активно взаємодіяти з навчальним матеріалом. Замість пасивного слухання лекцій, студенти можуть вчитися шляхом практичних завдань, імітацій та симуляцій, що поліпшує їх засвоєння матеріалу.

Кваліфікаційна робота складається з чотирьох розділів. У першому розділі описано постановку задачі для реалізації навчального тренажеру. У другому розділі описано про метод степеневих рядів. У третьому розділі розглянуто теоретичний матеріал з теми тренажеру, детально описаний алгоритм роботи та блок-схема роботи тренажеру. У четвертому розділі описано процес програмної реалізації тренажеру та інструкція користувача. Обсяг пояснювальної записки: 45 стор., в т.ч. основна частина – 36 стор., джерела – 20 назв.

В процесі розробки, самостійно розроблено наступні елементи:

- Виведення спливаючих вікон в додатку.
- Теоретичні і практичні завдання з теоретичним матеріалом.
- Можливість введення відповідей з клавіатури у відповідні поля під час проходження тренінгу практичних завдань.
- Можливість повторного проходження тренінгу.
- В загальному, створено якісний додаток для навчання студентів на тему "Степеневі ряди" в рамках дистанційного курсу "Математичний аналіз".

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ РОЗРОБКИ

Важливим завданням кваліфікаційної роботи є програмна реалізація програмного забезпечення тренажеру з теми «Степеневі ряди» у рамках дистанційного навчального курсу «Математичний аналіз».

Мета кваліфікаційної роботи включає наступні завдання:

- Провести аналіз теоретичного матеріалу, з теми «Степеневі ряди».
- Розробити алгоритм функціонування тренажеру.
- Створити блок-схему, яка ілюструє роботу тренажеру.
- Реалізувати програмний код для тренажеру.
- Підготувати звіт, в якому будуть описані результати реалізації програмного тренажеру.

Під час розробки програми та створення алгоритму для тренажеру, необхідно передбачити наступні вікна:

- Перше початкове вікно тренажеру повинно містити інформацію про тематику тренажеру, кнопку «Почати тренінг», а також інформацію про студента та наукового керівника бакалаврської роботи.

- Під час наступних етапів тренажеру, користувачам будуть представлені питання з теми тренажеру у формі тестів, де студент повинен вибрати правильну або неправильну відповідь.

- У заключному вікні тренажеру, яке відкривається після завершення тренінгу, користувач отримує повідомлення про успішне завершення тренажеру: «Вітаємо! Ви успішно завершили тренажер з теми «Степеневі ряди» дистанційного курсу «Математичний аналіз»».

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД

2.1. Огляд продуктів для дистанційного навчання

Сучасне освітнє середовище стикається з численними викликами та можливостями, які ставлять під сумнів традиційні методи навчання. З появою новітніх технологій виникає необхідність адаптації системи освіти до вимог сучасного суспільства. Однією з інноваційних стратегій, що здобуває популярність, є впровадження навчальних тренажерів у різноманітні дисципліни.

Традиційні лекції та підручники можуть бути недостатньо ефективними для засвоєння складних матеріалів. Використання навчальних тренажерів надає можливість студентам активно взаємодіяти з матеріалом через практичні завдання та симуляції. Наприклад, тренажери медичних випадків чи інженерних проектів можуть надати реальний практичний досвід без ризику для життя чи витрат на ресурси.

З розвитком віртуальної та розширеної реальності, навчальні тренажери стають більш доступними та інтерактивними. Вони відкривають нові можливості для імітації реальних ситуацій та створення ефективних симуляцій, що поліпшують якість навчання.

Навчальні тренажери можуть бути розроблені з елементами гри, конкуренції та нагород, що стимулює мотивацію студентів. Ця інтерактивність допомагає залучити увагу студентів та збільшує їхню зацікавленість у вивченні предмету.

Кожен студент має свій власний темп навчання. Впровадження навчальних тренажерів дозволяє студентам вивчати матеріал у власному темпі, повторюючи складні теми та просуваючись далі після їх вивчення. Це сприяє індивідуалізації навчання та забезпечує оптимальне розуміння матеріалу.

Деякі спеціалізовані дисципліни, такі як медицина, авіація чи інженерія, вимагають великої практичної підготовки. Навчальні тренажери

дозволяють створювати реалістичні сценарії, в яких студенти можуть вправлятися, не піддаючись ризикам та витратам, пов'язаним із реальними експериментами.

Багато тренажерів надають можливість вчителям ефективно відстежувати прогрес студентів. Це дозволяє ретельно аналізувати їхні успіхи, визначати слабкі місця та надавати індивідуальну підтримку, підкреслюючи індивідуальні потреби.

Впровадження навчальних тренажерів може допомогти економити кошти, що пов'язані з проведенням реальних практичних занять та оснащенням лабораторій. Крім того, це збільшує ефективність навчання, оскільки студенти можуть отримати більше практичного досвіду за короткий період.

Навчальні тренажери, як якісний продукт для навчання, виконують ключову роль у покращенні процесу навчання та розвитку студентів. Їхні переваги і характеристики допомагають створити ефективне та інноваційне навчальне середовище.

Впровадження навчальних тренажерів у дисципліни – це крок до революції в освіті. Забезпечуючи студентам практичний досвід, інтерактивність та індивідуалізацію навчання, ці тренажери допомагають визначати нові стандарти ефективного вивчення матеріалу. З огляду на швидкі технологічні зміни, впровадження навчальних тренажерів стає необхідністю для підготовки студентів до викликів сучасного світу.

2.2. Огляд засобів для створення тренажерів

Створення навчальних тренажерів вимагає не тільки педагогічних, але й технічних знань у сфері програмування. У цьому огляді ми розглянемо декілька мов програмування, які використовуються для розробки навчальних тренажерів. Кожна з цих мов має свої переваги та можливості в контексті навчального процесу.

1. Python

Python - мова програмування, яка визначається своєю простотою та легкістю вивчення. Вона має велику кількість бібліотек для роботи з графікою, що робить її чудовим вибором для створення навчальних тренажерів.

Переваги:

- Простота вивчення та використання.
- Велика спільнота розробників і великий вибір бібліотек.

Недоліки:

- Не така висока продуктивність, як у деяких інших мовах.

2. JavaScript (Three.js, Babylon.js)

JavaScript в поєднанні з бібліотеками Three.js чи Babylon.js дозволяє створювати тривимірні візуальні ефекти та інтерактивність у веб-додатках. Це відкриває можливості для створення вражаючих тренажерів, доступних в онлайн-середовищі.

Переваги:

- Інтеграція з веб-додатками.
- Велика кількість ресурсів та підтримка спільноти.

Недоліки:

- Обмежені можливості доступу до ресурсів операційної системи.

3. C# (Unity3D)

C# є мовою програмування, яку використовують для розробки ігор та тренажерів у середовищі Unity3D. Unity3D надає інструменти для створення тренажерів, які охоплюють різноманітні галузі, від медицини до інженерії.

Переваги:

- Велика кількість готових компонентів та ресурсів.
- Підтримка різних платформ.

Недоліки:

- Замкненість на власному середовищі Unity3D.

4. Java (JavaFX, LibGDX)

Java використовується для розробки десктопних та веб-додатків. JavaFX та LibGDX дозволяють створювати графічно насичені та інтерактивні тренажери для навчання.

Переваги:

- Кросплатформенність.
- Велика кількість додаткових бібліотек.

Недоліки:

- Невелика спільнота в порівнянні з іншими мовами.

5. C++ (UE4, OpenGL)

C++ використовується для розробки високопродуктивних додатків, таких як тренажери на базі Unreal Engine 4 або власних реалізацій з використанням OpenGL.

Переваги:

- Висока продуктивність.
- Повний контроль над ресурсами.

Недоліки:

- Складніше для вивчення, особливо для новачків.

Вибір мови програмування для створення навчальних тренажерів залежить від конкретних потреб та завдань проекту. Python і JavaScript відмінно підходять для швидкого прототипування та легкої інтеграції в веб-додатки, тоді як C# у поєднанні з Unity3D дозволяє створювати багатофункціональні тренажери для різних галузей. C++ може бути вибором для проектів, де необхідна висока продуктивність та повний контроль над ресурсами. Розглядаючи всі ці аспекти, можна визначити оптимальний інструмент для конкретного освітнього завдання та забезпечити студентам ефективний та цікавий процес навчання.

2.3. Знакозмінні ряди

Означення. Ряд називається знакозмінним, якщо серед його членів є як додатні, так і від'ємні.

Означення. Знакозмінний ряд називається знакочергуючим, якщо додатні та від'ємні члени ряду чергуються, тобто ряд має вигляд

$$a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n-1} a_n + \dots \quad (5.2)$$

де $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ - додатні.

Оскільки серед членів такого ряду є як додатні, так і від'ємні, то для дослідження збіжності не можуть бути використані достатні ознаки, розглянуті у попередньому параграфі. Для таких рядів вводиться поняття абсолютної та умовної збіжності.

Означення. Знакозмінний ряд $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ називається абсолютно збіжним, якщо збігається ряд, утворений з абсолютних величин його членів $|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| + \dots$. Має місце наступна

Теорема. Якщо знакозмінний ряд

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots \quad (5.3)$$

такий, що ряд, утворений з абсолютних величин його членів

$$|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| + \dots \quad (5.4)$$

збігається, то і вихідний знакозмінний ряд (5.3) також збігається.

Якщо ж знакозмінний ряд збігається, а ряд, утворений з абсолютних величин його членів, розбігається, то такий знакозмінний ряд називається умовно або неабсолютно збіжним.

Для дослідження знакозмінного ряду на абсолютну збіжність використовуються ознаки збіжності, розглянуті для додатних рядів, а для дослідження на умовну збіжність знакочергуючих рядів використовується теорема Лейбніца.

Теорема Лейбніца (про збіжність знакочергуючого ряду). Якщо члени знакочергуючого ряду $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n-1} a_n + \dots$ монотонно спадають за абсолютною величиною, тобто $|a_n| > |a_{n+1}|$, а загальний член

прямує до нуля, тобто $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, то ряд збігається, його сума має знак першого члена і не перевищує його за абсолютною величиною.

Приклад. Дослідити на збіжність знакочергуючий ряд
 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{n} + \dots$

Розв'язання.

Члени ряду монотонно спадають за абсолютною величиною:

$$|1| > \left| \frac{1}{2} \right| > \left| \frac{1}{3} \right| > \dots > \left| \frac{1}{n} \right|; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$$

Ряд збігається умовно, оскільки ряд, складений з абсолютних величин, буде розбіжним (як гармонійний).

3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

3.1. Степеневі ряди

Серед функціональних рядів степеневі ряди використовуються найбільш широко.

Означення. Степеневим рядом називається функціональний ряд виду

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots \quad (5.5)$$

або, в загальному випадку

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + \dots + a_n (x - x_0)^n + \dots$$

Числа a_n називають коефіцієнтами степеневого ряду.

Теорема 1 (перша теорема Абеля). Якщо степеневий ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ збігається для значення $x = x_0$, відмінного від нуля, то він абсолютно збігається для будь-якого значення x , що задовільняє нерівності $|x| < |x_0|$.

Якщо ж ряд розбігається при деякому значенні $x = x^*$, то він розбігається при будь-якому x , такому, що $|x| > |x^*|$.

Теорема 2 (друга теорема Абеля – про будову області збіжності степеневому ряду). Для кожного степеневому ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ існує таке додатне число R (це може бути і $+\infty$), що

1) ряд збігається абсолютно для $\forall x, |x| < R$.

2) ряд розбігається для $\forall x, |x| > R$

Число R називається радіусом збіжності степеневому ряду.

Означення. Інтервалом збіжності степеневому ряду називається такий інтервал $(-R, R)$, що для будь-якого x , що належить цьому інтервалові, ряд

збігається, і притому абсолютно, а для всіх x , що лежать зовні інтервала, ряд розбігається; значення $x = R$, $x = -R$ вимагають додаткової перевірки.

Теорема (про рівномірну збіжність степеневому ряду). Яке б додатне число $r < R$ не взяти, степеневий ряд буде збігатися рівномірно відносно x на відрізки $[-r, r]$.

Отже, в середині інтервалу збіжності степеневий ряд володіє всіма властивостями рівномірно збіжного функціонального ряду: його сума є неперервною функцією аргумента x , його можна почленно інтегрувати та диференціювати.

Знаходження радіуса збіжності степеневому ряду

Для знаходження радіуса збіжності степеневому ряду поряд із рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \text{ розглянемо ряд, утворений із абсолютних величин його членів: } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| |x|^n.$$

Для дослідження збіжності цього ряду (з додатними членами) скористуємось ознакою Даламбера

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{u_{n+1}}{u_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1} x^{n+1}}{a_n x^n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| |x| = L|x|, \quad L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|.$$

Для збіжності ряду цей вираз повинен бути менше 1: $L|x| < 1$, звідки $|x| < \frac{1}{L}$; отже, інтервал $\left(-\frac{1}{L}; \frac{1}{L}\right)$ і є інтервал збіжності степеневому ряду,

$$\text{тобто } R = \frac{1}{L} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|.$$

Якщо провести аналогічні міркування, користуючись ознакою Коші, то ми отримаємо: $R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$.

Приклад 1. Знайти інтервал збіжності степеневому ряду

$$x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{1}{n}x^n + \dots \quad (5.6)$$

Розв'язання. Для знаходження інтервалу збіжності скористуємось ознакою Даламбера: $a_n = \frac{1}{n}$, $a_{n+1} = \frac{1}{n+1}$; $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n+1}{n} \right| = 1$.

Отже, ряд збігається для значень x , що задовольняють нерівності $-1 < x < 1$.

Дослідимо збіжність ряду на кінцях інтервалу. Для цього підставляємо значення $x = -1$; $x = 1$ в вираз (5.6).

При $x = 1$ отримуємо ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$, який розбігається, як узагальнений гармонійний при $\alpha = 1$.

При $x = -1$ отримуємо ряд Лейбніца

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + (-1)^n x^n + \dots,$$

який збігається умовно (за теоремою Лейбніца). Отже, інтервалом збіжності ряду (5.6) є $[-1; 1)$.

Приклад 2. Знайти інтервал збіжності степеневого ряду $\frac{2x}{1} - \frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{(2x)^n}{n} + \dots$.

Розв'язання. Для знаходження інтервалу збіжності скористаємось ознакою Коші:

$$|a_n| = \frac{(2)^n}{n}; \quad R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}} = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2^n}{n}}} = \frac{1}{2 \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}}} = \frac{1}{2}; \quad \text{таким чином, ряд}$$

збігається при $|x| < \frac{1}{2}$ і розбігається при $|x| > \frac{1}{2}$.

Дослідимо збіжність на кінцях інтервалу:

при $x = -\frac{1}{2}$ отримуємо гармонійний ряд $-1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots$, який є розбіжним;

при $x = \frac{1}{2}$ отримуємо знакочергуючий ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$, який за теоремою

Лейбніца збігається умовно. Отже, інтервалом збіжності є $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Основні поняття і означення

Нехай задана деяка нескінчена послідовність чисел $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$.

Утворений з цих чисел вираз

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (5.1)$$

називається числовим рядом або просто рядом.

Член ряду, виражений у вигляді функції його змінного номеру $a_n = f(n)$, називається загальним членом ряду. Ряд вважається заданим, якщо заданий його загальний член. Наприклад, ряд із загальним членом

$$a_n = \frac{n}{2n+1}$$

має такий вигляд

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{n}{2n+1} + \dots$$

Сума n перших членів ряду називається n -ою частковою сумою ряду:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Означення. Скінчена (або нескінчена) границя послідовності часткових сум ряду називається сумою ряду: $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

Означення. Якщо ряд має скінчену суму, то він називається збіжним, в протилежному випадку – розбіжним.

Якщо в ряду (5.1) відкинути перші m членів, то отримаємо ряд

$$a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_{m+k} + \dots = \sum_{n=m+1}^{\infty} a_n$$

який називається залишком ряду після m -го члена (або m -тим залишком ряду). Залишок ряду будемо позначати так: σ_m .

Теорема. Якщо ряд збігається, то збігається і будь-який із його залишків; навпаки, із збіжності залишку витікає збіжність вихідного ряду.

Наслідок 1. Додавання (або відкидання) скінченного числа початкових членів ряду не впливає на збіжність ряду.

Наслідок 2. Якщо ряд збігається, то сума σ_m його залишку після m -го члена із зростанням m прямує до нуля.

Теорема (необхідна ознака збіжності ряду). Якщо ряд збігається, то його n -й член прямує до нуля при необмеженому зростанні n .

Теорема. Якщо члени збіжного ряду помножити на один і той же множник C , то його збіжність не зміниться, а сума помножиться на число C .

Теорема. Якщо ряди $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ та $b_1 + b_2 + \dots + b_n + \dots$ збігаються і їх суми відповідно дорівнюють S_1 та S_2 , то і ряд $(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_n + b_n) + \dots$ (що є сумою даних рядів) також збігається, а його сума дорівнює $S_1 + S_2$.

Ряди з додатними членами

Ряд $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ називається знакододатним (додатним), якщо $a_n \geq 0$. Для таких рядів найпростіше розв'язується питання про збіжність ряду.

Теорема (ознака порівняння). Нехай задані два ряди із додатними членами: $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ (A) і $b_1 + b_2 + \dots + b_n + \dots$ (B). Тоді, якщо виконується нерівність $a_n \leq b_n$, то

- 1) із збіжності ряду (B) збіжність ряду (A);
- 2) із розбіжності ряду (A) впливає розбіжність ряду (B).

Відмітимо ряди, які найчастіше використовуються для порівняння:

1. узагальнений гармонійний ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} = 1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \frac{1}{3^{\alpha}} + \dots + \frac{1}{n^{\alpha}}$$

збігається при $\alpha > 1$, розбігається при $\alpha \leq 1$;

2. геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$, збігається при $|q| < 1$, розбігається при $|q| \geq 1$.

Приклад. Дослідити збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$.

Розв'язок. Порівняємо цей ряд із збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ (його знаменник $q = \frac{1}{2} < 1$). Очевидно, $\frac{1}{2^n + 1} < \frac{1}{2^n}$, а звідси випливає, що досліджуваний ряд також є збіжним.

Теорема (гранична ознака порівняння). Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ і $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ - ряди із додатними членами і існує скінчена границя відношення їх загальних членів $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = k \neq 0$, то ряди збігаються або розбігаються одночасно.

Приклад. Дослідити збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}$.

Розв'язання. Порівняємо досліджуваний ряд із збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{4 \cdot 2^n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4 - \frac{3}{2^n}} = \frac{1}{4}.$$

Оскільки границя скінчена і не дорівнює нулеві, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ збігається, то збігається і досліджуваний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}$.

Теорема (гранична ознака Даламбера). Нехай для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ з додатними членами існує границя відношення $(n+1)$ -го члена до n -го: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$. Тоді, якщо $q < 1$, то ряд збігається; якщо $q > 1$, то ряд розбігається; при $q = 1$ питання про збіжність лишається невирішеним.

Приклад 1. Дослідити збіжність ряду $1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$

Розв'язання. Для досліджуваного ряду $a_n = \frac{1}{n!}$; $a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n \cdot (n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 < 1.$$

Отже, ряд збігається.

Приклад 2. Дослідити збіжність ряду $\frac{2}{1} + \frac{2^2}{2^{10}} + \frac{2^3}{3^{10}} + \dots + \frac{2^n}{n^{10}} + \dots$.

Розв'язання.

$$a_n = \frac{2^n}{n^{10}}; a_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)^{10}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2^{n+1} \cdot n^{10}}{(n+1)^{10} 2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot n^{10}}{(n+1)^{10}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{10}} = 2 > 1, \quad \text{отже} \quad \text{ряд}$$

розбігається.

Теорема (гранична ознака Коші). Нехай заданий ряд з додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, і нехай $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = q$. Тоді ряд збігається при $q < 1$ і розбігається при $q > 1$. При $q = 1$ питання про збіжність лишається невирішеним.

Приклад. Дослідити збіжність ряду $\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n + \dots$.

$$a_n = \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n; \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} < 1.$$

Ряд є збіжним.

Теорема (інтегральна ознака збіжності ряду). Нехай члени ряду $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$, є додатними і не зростають, тобто $a_1 \geq a_2 \geq a_3 \geq \dots \geq a_n \geq \dots$ і нехай $f(x)$ - така неперервна незростаюча функція, що $f(1) = a_1$, $f(2) = a_2$, $\dots$, $f(n) = a_n$, $\dots$. Тоді для збіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ необхідно і достатньо, щоб

збігався невласний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x) dx$.

Приклад. Дослідити збіжність узагальненого гармонійного ряду

$$1 + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \dots + \frac{1}{n^\alpha} + \dots$$

Розв'язання. Застосуємо інтегральну ознаку, поклавши $f(x) = \frac{1}{x^\alpha}$. Ця функція задовільняє всім умовам теореми. Розглянемо інтеграл

$$\int_1^N \frac{dx}{x^\alpha} = \begin{cases} \frac{1}{1-\alpha} x^{1-\alpha} \Big|_1^N = \frac{1}{1-\alpha} (N^{1-\alpha} - 1); & \alpha \neq 1 \\ \ln x \Big|_1^N = \ln N & \alpha = 1 \end{cases}.$$

Прямуючи N до нескінченності, з'ясуємо збіжність невласного інтегралу в різних випадках.

1. При $\alpha > 1$ буде:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\alpha} (N^{1-\alpha} - 1) = \begin{cases} \text{оскільки } \alpha > 1 \\ \text{то } (1-\alpha) < 0 \text{ і} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} N^{1-\alpha} = 0 \end{cases} = -\frac{1}{1-\alpha} = \frac{1}{\alpha-1}; \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha} = \frac{1}{\alpha-1}.$$

Отже, при $\alpha > 1$ невласний інтеграл скінчений і за теоремою ряд збігається.

2. При $\alpha < 1$ буде:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{1-\alpha} (N^{1-\alpha} - 1) = \begin{cases} \text{оскільки } \alpha < 1 \\ \text{то } (1-\alpha) > 0 \text{ і} \\ \lim_{N \rightarrow \infty} N^{1-\alpha} = \infty \end{cases} = \infty; \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha} = \infty.$$

Отже, при $\alpha < 1$ невласний інтеграл розбігається, значить, розбігається і досліджуваний ряд.

3. При $\alpha = 1$:

$$\int_1^N \frac{dx}{x} = \ln N; \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \ln N = \infty.$$

Таким чином, узагальнений ряд $\sum \frac{1}{n^\alpha}$ збігається при $\alpha > 1$ і розбігається при $\alpha \leq 1$.

3.3. Алгоритм роботи тренажеру з теми «Степеневі ряди» дистанційного курсу «Математичний аналіз»

Якщо запустити розроблену програму, то на головному екрані буде відображена інформація про такі пункти:

- Дані про розробника тренажеру.
- Інформація про наукового керівника студента.
- Тема тренажеру.

Якщо користувач натисне на кнопку, що розпочинає тренінг, то на екрані відобразиться перший етап алгоритму тренажеру, де буде відображено перше питання з лекційного матеріалу теми.

Перший крок. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Що таке степеневий ряд?»

1. Багаточлен, в якому ступені змінної зростають в арифметичній послідовності; (вірна відповідь)
2. Вираз, що завжди дорівнює нулю;
3. Рівняння з дійсними числами.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

Другий крок. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Як називається функція, для якої побудований степеневий ряд?»

1. Експоненціальна функція;
2. Функція, що може бути виражена степеневим рядом; (вірна відповідь)
3. Сумарна функція.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

Третій крок. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Які змінні можуть бути використані у степеневому ряді?»

1. Тільки одна змінна;
2. Тільки дві змінні;
3. Будь-яка кількість змінних (вірна відповідь)

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

Четвертий крок. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Як можна визначити, чи збігається степеневий ряд на практиці?»

1. Використовувати критерій Даламбера або критерій Гаусса; (вірна відповідь)
2. Провести аналіз ряду на папері;
3. Всі відповіді правильні.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

П'ятий крок. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Якщо ряд збігається для всіх значень, то яким є радіус збіжності?»

1. Рівним безкінечності;
2. Рівним нулю; (вірна відповідь)
3. Рівним одиниці.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

Шостий крок. Користувачу буде представлено питання з лекції, він матиме можливість вручну ввести відповідь за допомогою клавіатури, після чого зможе натиснути кнопку «наступне питання»: «Як називається точка, де степеневий ряд збігається до функції?» Якщо користувач введе правильну відповідь, він матиме можливість перейти до наступного питання. У випадку, якщо користувач обере неправильний варіант відповіді, система відобразить повідомлення про помилку: «Неправильно! Підказка: $C^{ntr} p^{*du}$ ».

Сьомий крок. Користувачу буде представлено питання з лекції, він матиме можливість вручну ввести відповідь за допомогою клавіатури, після чого зможе натиснути кнопку «наступне питання»: «Як знайти радіус збіжності степеневого ряду?» Якщо користувач введе правильну відповідь, він матиме можливість перейти до наступного питання. У випадку, якщо користувач обере неправильний варіант відповіді, система відобразить повідомлення про помилку: «Неправильно! Підказка: $V^{*koristovuv^{*ti} f^{*rmulu} K^{*shi}$ ».

Восьмий крок. Користувачу буде представлено питання з лекції, він матиме можливість вручну ввести відповідь за допомогою клавіатури,

після чого зможе натиснути кнопку «наступне питання»: «Які є основні властивості степеневих рядів?» Якщо користувач введе правильну відповідь, він матиме можливість перейти до наступного питання. У випадку, якщо користувач обере неправильний варіант відповіді, система відобразить повідомлення про помилку: «Неправильно! Підказка: $3b^n$ жність та r^n діус збіжн*сті».

Дев'ятий крок. Користувачу буде представлено питання з лекції, він матиме можливість вручну ввести відповідь за допомогою клавіатури, після чого зможе натиснути кнопку «наступне питання»: «Якщо радіус збіжності ряду рівний 1, то як змінюється його збіжність при поділі на константу?» Якщо користувач введе правильну відповідь, він матиме можливість перейти до наступного питання. У випадку, якщо користувач обере неправильний варіант відповіді, система відобразить повідомлення про помилку: «Неправильно! Підказка: $3b^n$ жність стає більш*ю».

Десятий крок. Користувачу буде представлено питання з лекції, він матиме можливість вручну ввести відповідь за допомогою клавіатури, після чого зможе натиснути кнопку «наступне питання»: «Що таке «коефіцієнти ряду» в степеневому ряді?» Якщо користувач введе правильну відповідь, він матиме можливість перейти до наступного питання. У випадку, якщо користувач обере неправильний варіант відповіді, система відобразить повідомлення про помилку: «Неправильно! Підказка: K^n ефіцієнти при членах r^n ду».

Після завершення десятого кроку, користувач переходить на останню сторінку тренажеру, де відображено.: «Вітаємо! Ви успішно пройшли тренажер з теми «Степеневі ряди» дистанційного курсу «Математичний аналіз».

3.4. Блок-схема тренажеру



3.5. Обґрунтування вибору програмних засобів

Вибір програмного забезпечення Visual Basic, або, точніше, мови програмування Visual Basic, як інструменту розробки залежить від кількох факторів і може відрізнятися залежно від конкретного проекту чи вимог. Ось кілька поширених причин, чому хтось може вибрати Visual Basic:

1. Легкість навчання: Visual Basic (VB) часто обирають початківці або новачки в програмуванні через його простоту та легкість вивчення. Він має простий синтаксис, який ближче до природної мови, що робить його доступним для тих, хто не має досвіду програмування.

2. Швидка розробка програм (RAD): VB відомий своїми можливостями швидкої розробки програм. Він надає багатий набір графічних інструментів, елементів керування та інтегроване середовище розробки (IDE), яке дозволяє розробникам швидко створювати програми Windows із графічним інтерфейсом користувача (GUI). Це може заощадити час і зусилля під час розробки настільних програм.

3. Інтеграція з екосистемою Microsoft: Якщо ви розробляєте додатки, які потребують бездоганної інтеграції з іншими продуктами Microsoft, такими як програми Microsoft Office (Excel, Access тощо), VB може бути гарним вибором. Він пропонує потужну інтеграцію з технологіями Microsoft.

4. Застарілі системи: У деяких випадках організації можуть мати існуючі програми, написані на Visual Basic, і вибір VB для нової розробки може бути способом підтримки та розширення цих застарілих систем.

5. Проекти малого та середнього розміру: VB добре підходить для настільних комп'ютерів малого та середнього розміру та програм на базі Windows. Це може бути не найкращим вибором для великих корпоративних програм або програм, націлених на платформи, відмінні від Windows.

6. Спільнота та підтримка: Visual Basic має спільноту розробників і історію підтримки від Microsoft. Це може бути цінним для пошуку ресурсів, бібліотек і допомоги під час роботи з мовою.

7. Вартість: VB.NET, більш сучасна ітерація Visual Basic, включена до середовища розробки Microsoft Visual Studio, яке може бути економічно ефективнішим, ніж деякі інші інструменти розробки для програм Windows.

8. Дизайн графічного інтерфейсу користувача (GUI): VB надає візуальний інтерфейс для проектування GUI, що полегшує розробникам створення зручних і візуально привабливих програм.

4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

4.1. Опис програмної реалізації

Програмне забезпечення для тренажера розроблено з використанням мови програмування Visual Basic у середовищі розробки Visual Studio. Далі створюємо новий проект Windows Forms. (рис. 4.1)

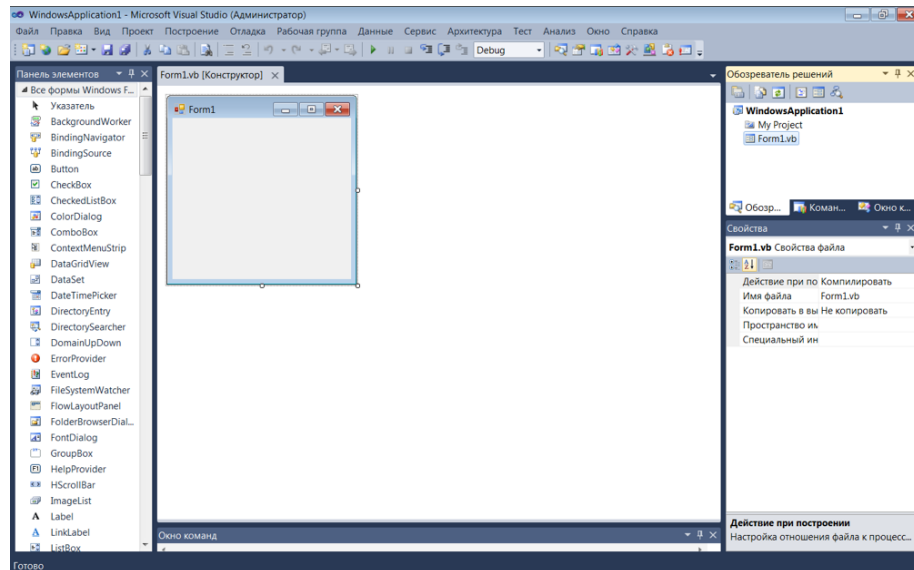


Рисунок 4.1 – процедура створення нового проекту.

Після створення нового проекту в середовищі розробки, розроблено титульну стартову форму тренажера (рис. 4.2)

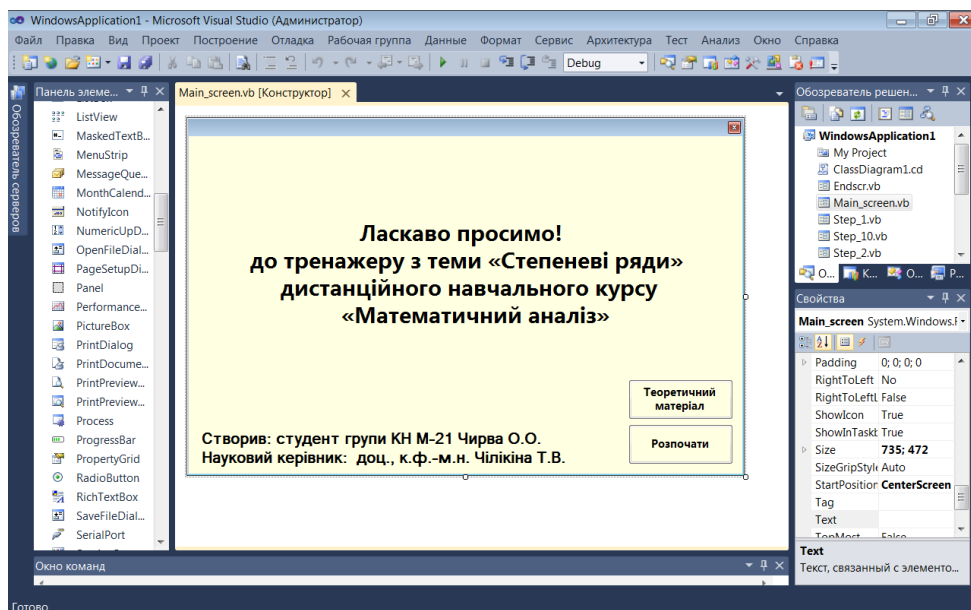


Рисунок 4.2 – титульна стартова форма тренажера.

Потім, після титульної форми, потрібно програмно реалізувати перше питання з тематики тренажеру. (рис. 4.3)

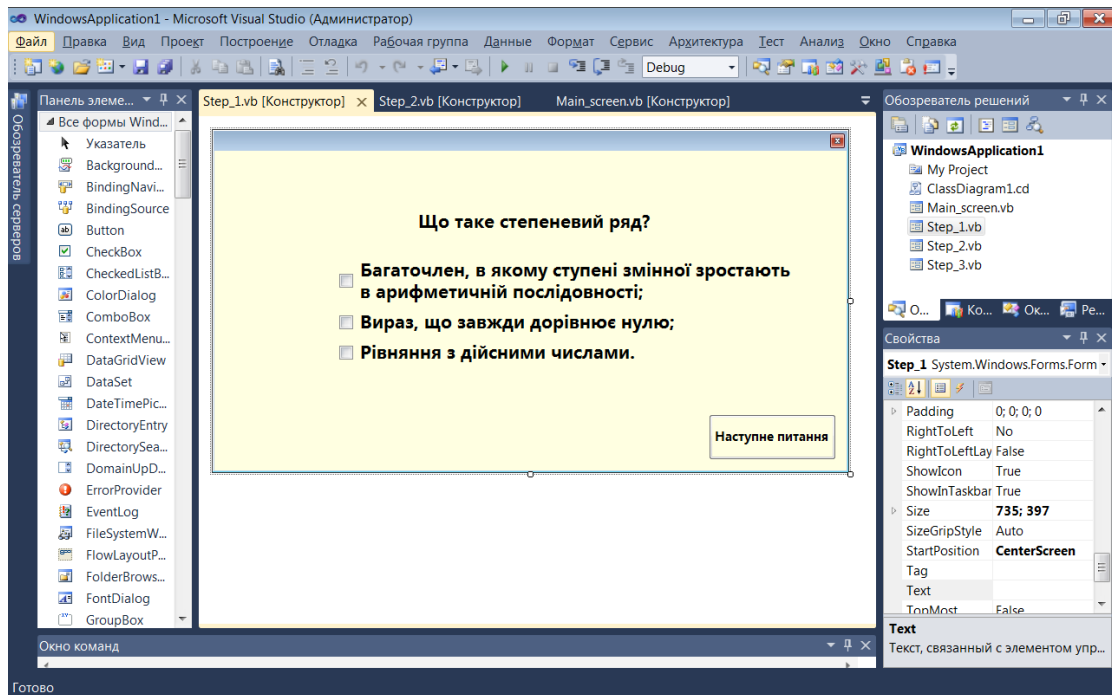


Рисунок 4.3 – перший крок алгоритмізації тренажеру.

Потім, після першого завдання, потрібно реалізувати друге питання з тематики тренажеру (рис. 4.4)

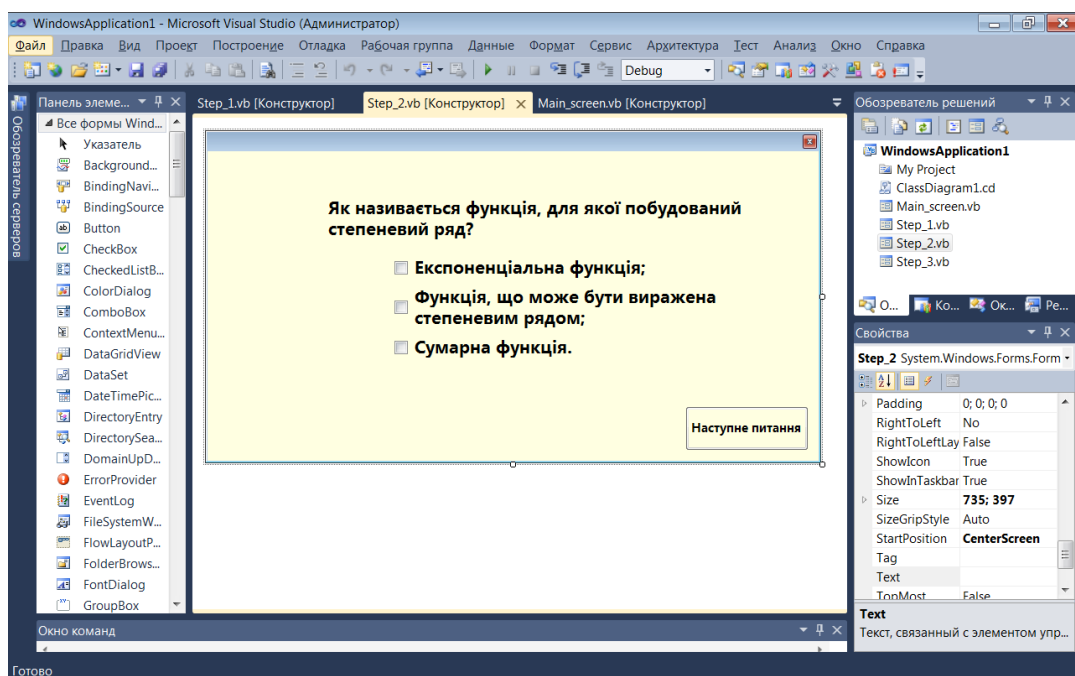


Рисунок 4.4 – другий крок алгоритмізації тренажеру.

За виконання програмного коду в тренажері для проведення тестування відповідає наступна структура програмного коду:

```

23 <System.Diagnostics.DebuggerStepThrough()> _
24 Private Sub InitializeComponent()
25     Me.Button1 = New System.Windows.Forms.Button()
26     Me.Label1 = New System.Windows.Forms.Label()
27     Me.Label2 = New System.Windows.Forms.Label()
28     Me.Label3 = New System.Windows.Forms.Label()
29     Me.SuspendLayout()
30
31     'Button1
32
33     Me.Button1.BackColor = System.Drawing.SystemColors.Info
34     Me.Button1.Cursor = System.Windows.Forms.Cursors.Hand
35     Me.Button1.Font = New System.Drawing.Font("Microsoft YaHei UI", 7.8!, System.Drawing.FontStyle.Bold, System.Drawing.GraphicsUnit.Point, CType(204, Byte))
36     Me.Button1.Location = New System.Drawing.Point(579, 379)
37     Me.Button1.Name = "Button1"
38     Me.Button1.Size = New System.Drawing.Size(138, 53)
39     Me.Button1.TabIndex = 0
40     Me.Button1.Text = "Розпочати" & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(13) & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(10)
41     Me.Button1.UseVisualStyleBackColor = False
42
43     'Label1
44
45     Me.Label1.AutoSize = True
46     Me.Label1.Font = New System.Drawing.Font("Microsoft YaHei UI", 16.2!, System.Drawing.FontStyle.Bold, System.Drawing.GraphicsUnit.Point, CType(204, Byte))
47     Me.Label1.ForeColor = System.Drawing.SystemColors.ActiveCaptionText
48     Me.Label1.Location = New System.Drawing.Point(75, 110)
49     Me.Label1.Name = "Label1"
50     Me.Label1.Size = New System.Drawing.Size(593, 144)
51     Me.Label1.TabIndex = 1
52     Me.Label1.Text = "Ласкаво просимо! " & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(13) & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(10) & "до тренажеру з тек
53     "дистанційного навчального курсу" & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(13) & Global.Microsoft.VisualBasic.ChrW(10) & "«Математичний аналі
54
55     'Label2
56
57     Me.Label2.AutoSize = True
58     Me.Label2.Font = New System.Drawing.Font("Microsoft Sans Serif", 12.0!, System.Drawing.FontStyle.Bold, System.Drawing.GraphicsUnit.Point, CType(204, Byte))
59     Me.Label2.ForeColor = System.Drawing.SystemColors.ActiveCaptionText
60     Me.Label2.Location = New System.Drawing.Point(12, 385)
61     Me.Label2.Name = "Label2"
62     Me.Label2.Size = New System.Drawing.Size(459, 25)
63     Me.Label2.TabIndex = 2
64     Me.Label2.Text = "Створив: студент групи КН М-11 Чирва 0.0."
65
66     'Label3
67
68     Me.Label3.AutoSize = True

```

Цей код знаходиться в обробнику події Click кнопки Button1. Розглянемо детально, що робить кожна частина коду тренажеру, яка відповідає за тестування по теоретичному матеріалі:

Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Button1.Click

Цей рядок визначає обробник події Click для кнопки Button1. Код в середині цього обробника виконається при кожному кліку на цю кнопку.

' Перевірка, чи вибрано CheckBox1 і не вибрано CheckBox2

If CheckBox1.Checked = True And CheckBox2.Checked = False Then

Умова вище перевіряє, чи встановлено прапорець (Checked) у CheckBox1 та одночасно не встановлено в CheckBox2. Якщо обидва ці умови виконуються, код увійде у блок If.

MsgBox("Вітаю! Ваша відповідь правильна!")

Якщо умова вище виконується, то виводиться повідомлення вітання про правильну відповідь.

Step_2.Show()

Після виведення повідомлення вітаючого тексту відображається форма *Step_2*.

Else

Якщо умова *If* не виконується (тобто хоча б одна з *CheckBox1* або *CheckBox2* має інший стан), код увійде у блок *Else*.

MsgBox("Неправильно! Спробуйте ще раз!")

Виводиться повідомлення про помилку і заклик до спроби ще раз.

CheckBox1.Checked = False

CheckBox2.Checked = False

CheckBox3.Checked = False

Якщо відповідь була неправильною, то всі прапорці (*Checked*) у *CheckBox1*, *CheckBox2* і *CheckBox3* будуть скинуті (встановлені в *False*), щоб дати можливість користувачеві спробувати ще раз.

Розглянемо детально, що робить кожна частина коду тренажеру, яка відповідає за ввід питань з клавіатури:

Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Button1.Click

Цей метод обробляє подію натискання кнопки "Button1".

If TextBox1.Text = "Центр ряду" Then

MsgBox("Вітаю! Ваша відповідь правильна!")

Step_7.Show()

Else

*MsgBox("Ви відповіли неправильно! Підказка: Ц*нтр р*ду")*

TextBox1.Text = ""

End If

Умова перевіряє, чи текст у *TextBox1* дорівнює "Центр ряду".

Якщо так, виводиться повідомлення про правильну відповідь, і форма Step_7 відображається.

Якщо ні, виводиться повідомлення про помилку з підказкою, і текст у TextBox1 очищається.

Step1_Load:

```
Private Sub Step1_Load(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles MyBase.Load
```

```
    Step_5.Hide()
```

Цей метод викликається при завантаженні форми (Load event). У даному випадку, він приховує форму Step_5.

TextBox1_KeyPress1:

```
Private Sub TextBox1_KeyPress1(ByVal sender As Object, ByVal e As System.Windows.Forms.KeyPressEventArgs) Handles TextBox1.KeyPress
```

Цей метод обробляє подію натискання клавіші у TextBox1.

```
    If e.KeyChar = Convert.ToChar(13) Then
```

```
        If TextBox1.Text = "Центр ряду" Then
```

```
            MsgBox("Вітаю! Ваша відповідь правильна!")
```

```
            Step_7.Show()
```

```
        Else
```

```
            MsgBox("Ви відповіли неправильно! Підказка: Ц*нтр р*ду")
```

```
            TextBox1.Text = ""
```

```
        End If
```

```
    End If
```

Умова перевіряє, чи клавіша, яку натиснули, є клавішею "Enter" (код клавіші 13).

Якщо так, виконується аналогічний код до методу Button1_Click, перевіряючи текст у TextBox1.

4.2. Інструкція по використанню навчального тренажеру

Після відкриття програми тренажеру користувачу відкривається титульна сторінка (рис. 4.5)

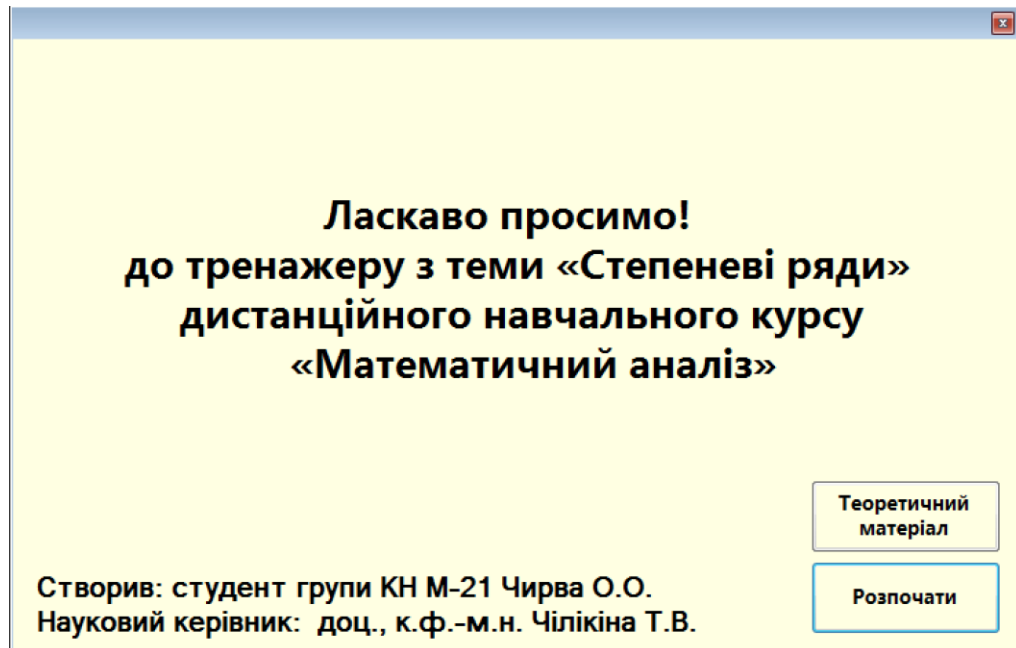


Рисунок 4.5 – титульна сторінка.

Після натискання кнопки на формі «Розпочати!», користувачу відкривається перше питання, він може відповісти натиснувши на будь який варіант відповіді на питання (рис. 4.6)

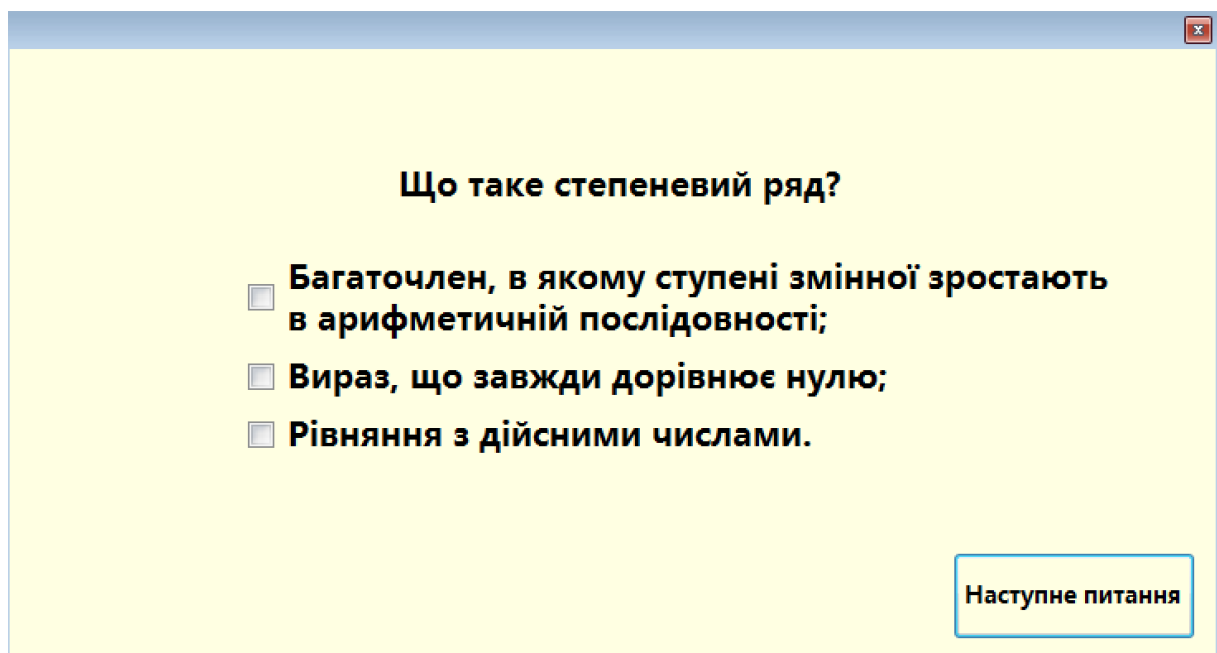


Рисунок 4.6 – перше питання.

Після того, як студент обрав свою відповідь, він натискає кнопку «Далі», і якщо обрана відповідь є правильною, відобразиться додаткове вікно. (рис. 4.7)

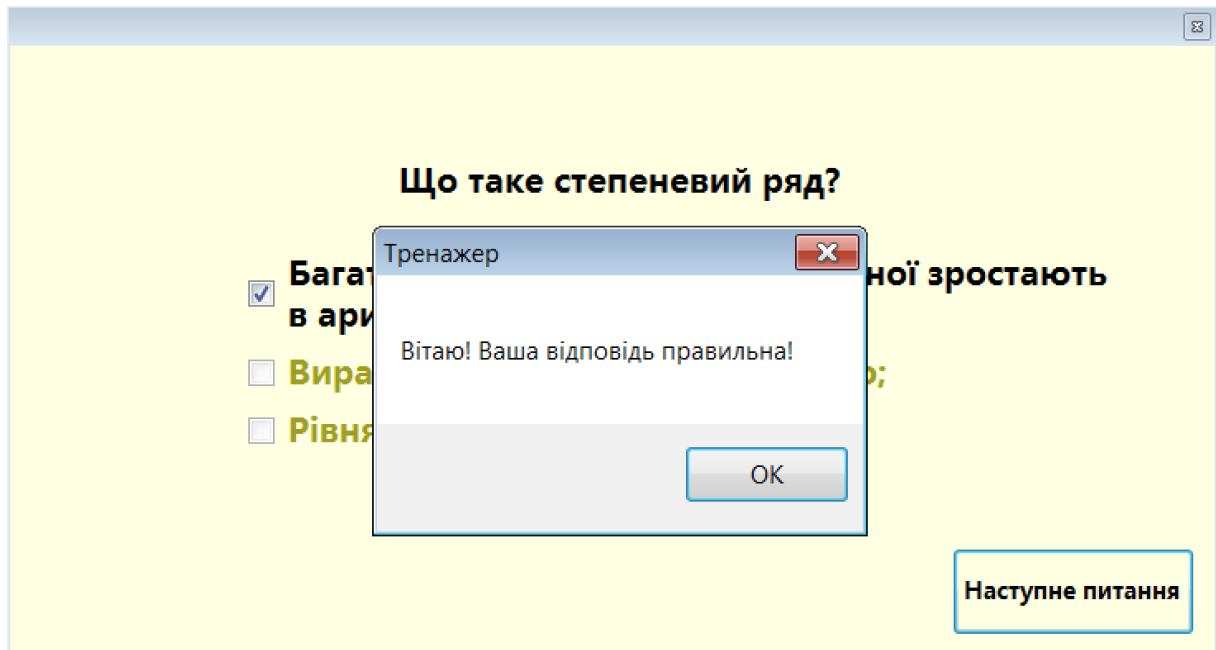


Рисунок 4.7 – вікно правильної відповіді.

Якщо студент надав неправильну відповідь, відобразатиметься повідомлення про помилку. (рис. 4.8)

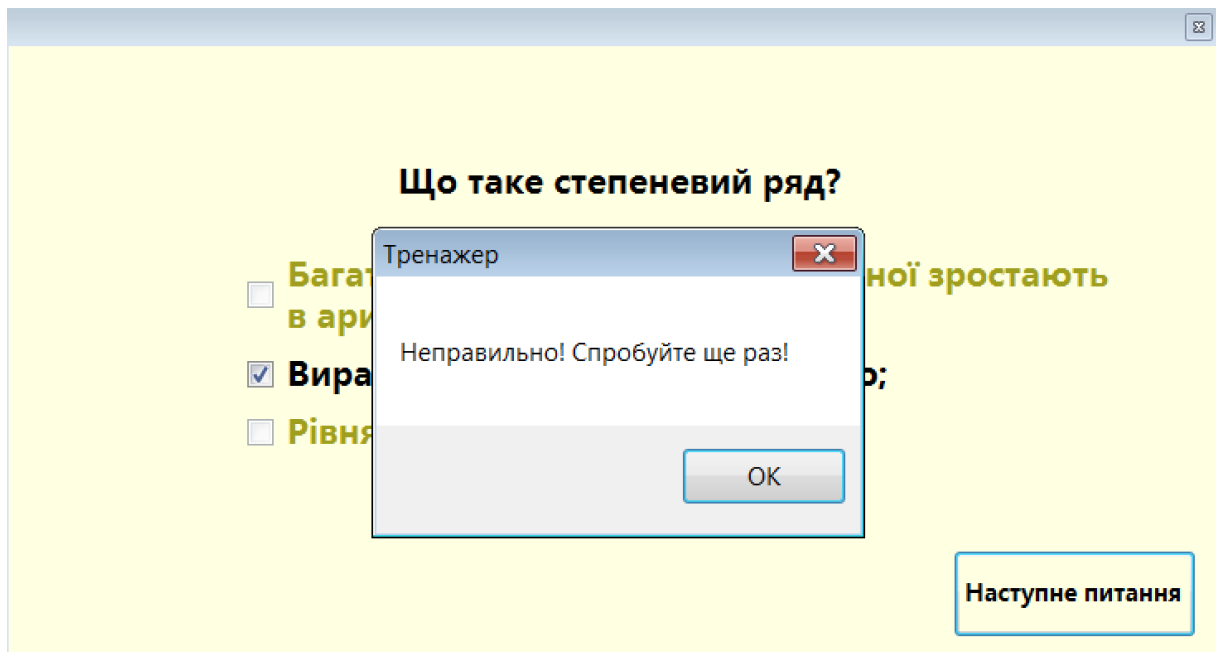
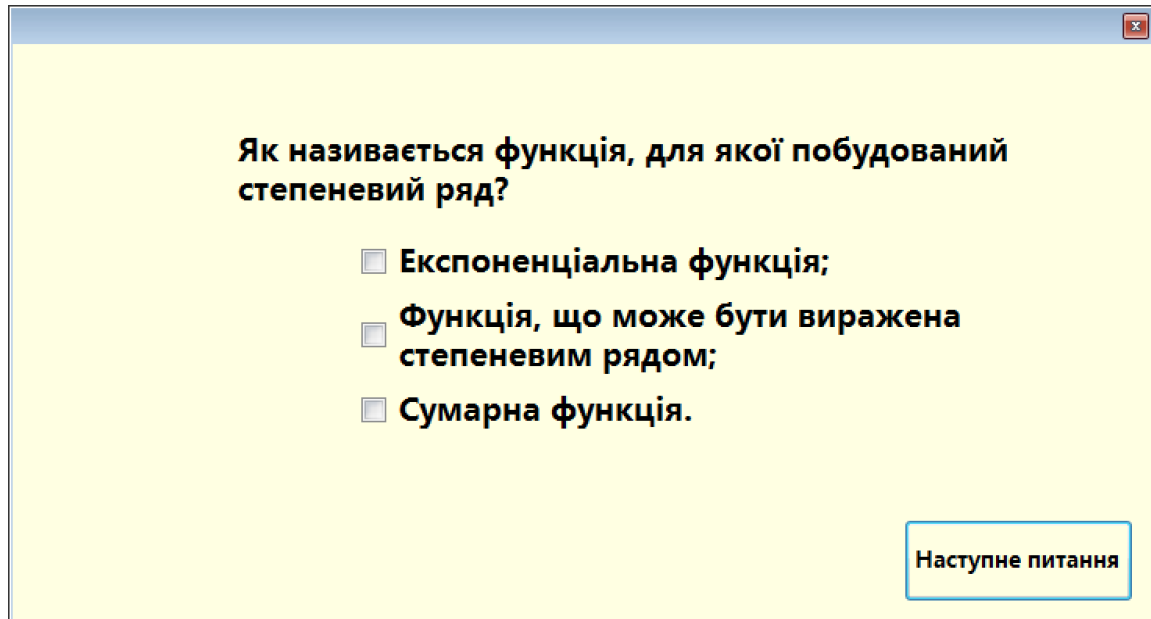


Рисунок 4.8 – вікно з помилкою.

Після правильної відповіді, користувач переходить до наступного питання з теми. (рис. 4.9)



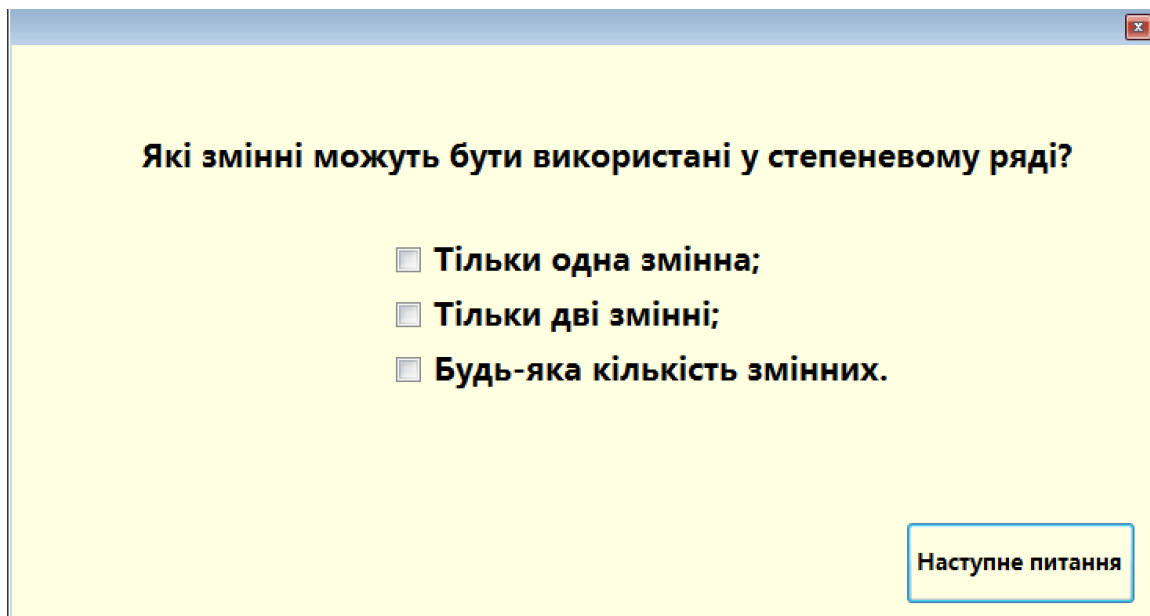
Як називається функція, для якої побудований степеневий ряд?

- ☐ Експоненціальна функція;
- ☐ Функція, що може бути виражена степеневим рядом;
- ☐ Сумарна функція.

Наступне питання

Рисунок 4.9 – вікно питання номер 2.

Потім після правильної відповіді користувачу відкриється питання номер 3 (рис. 5.0)



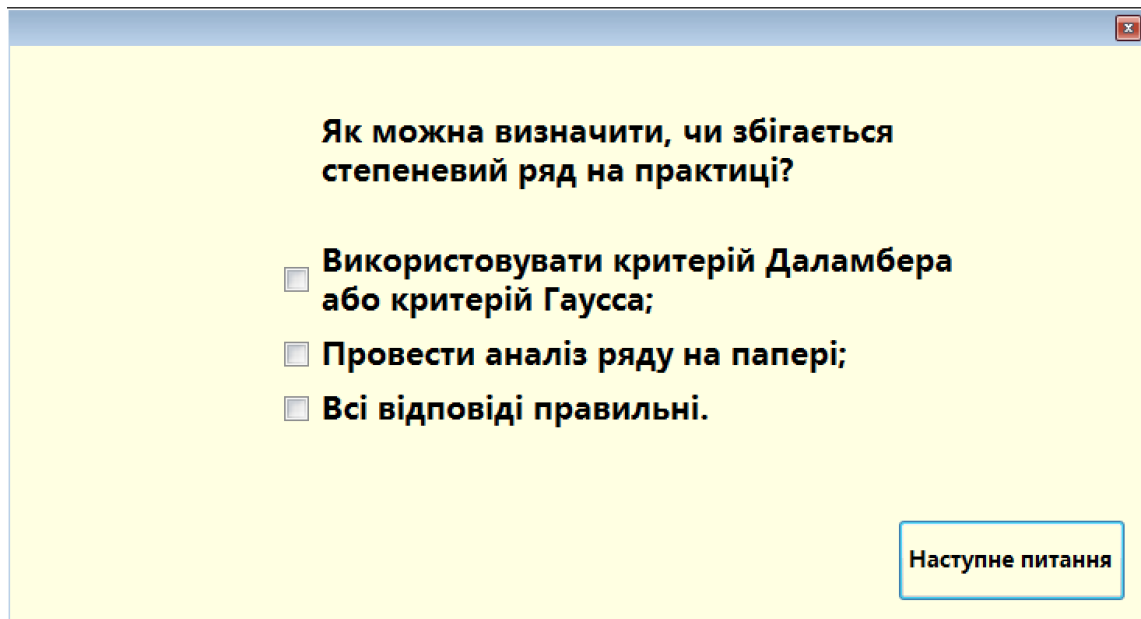
Які змінні можуть бути використані у степеневому ряду?

- ☐ Тільки одна змінна;
- ☐ Тільки дві змінні;
- ☐ Будь-яка кількість змінних.

Наступне питання

Рисунок 5.0 – вікно питання номер 3.

Після 3 питання користувачу по порядку відкривається 4 питання з теми (рис. 5.1)



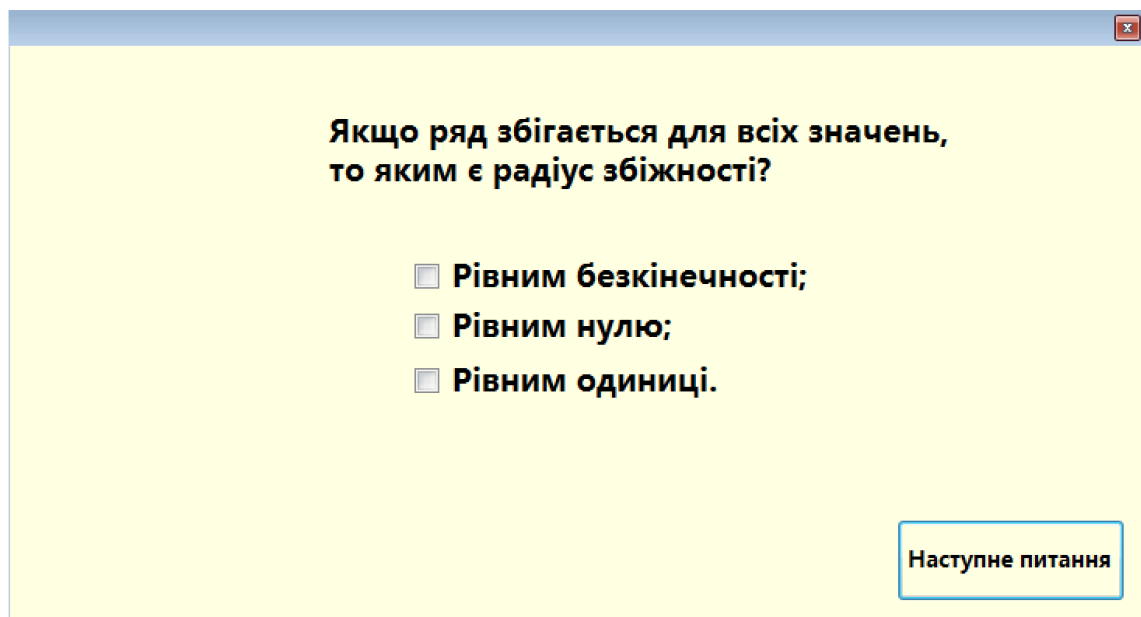
Як можна визначити, чи збігається степеневий ряд на практиці?

- ☐ Використовувати критерій Даламбера або критерій Гаусса;
- ☐ Провести аналіз ряду на папері;
- ☐ Всі відповіді правильні.

Наступне питання

Рисунок 5.1 – вікно питання номер 4.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, йому відкриється питання номер 5 (рис. 5.2)



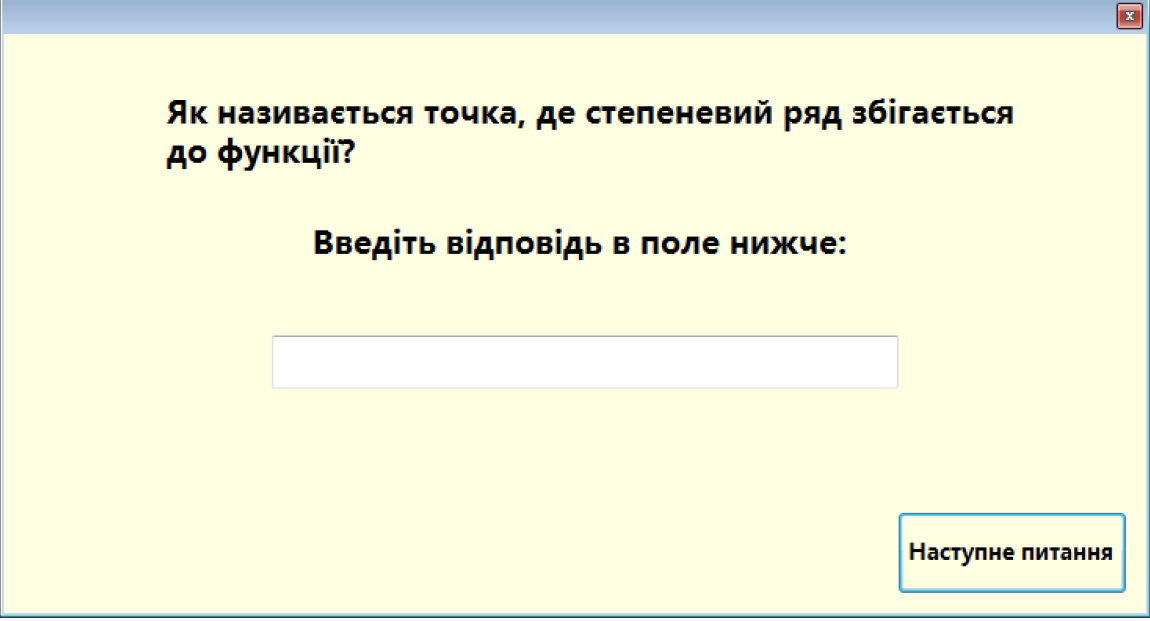
Якщо ряд збігається для всіх значень, то яким є радіус збіжності?

- ☐ Рівним безкінечності;
- ☐ Рівним нулю;
- ☐ Рівним одиниці.

Наступне питання

Рисунок 5.2 – вікно питання номер 5.

Після 5 питання, по порядку відкривається питання номер 6 (рис. 5.3)



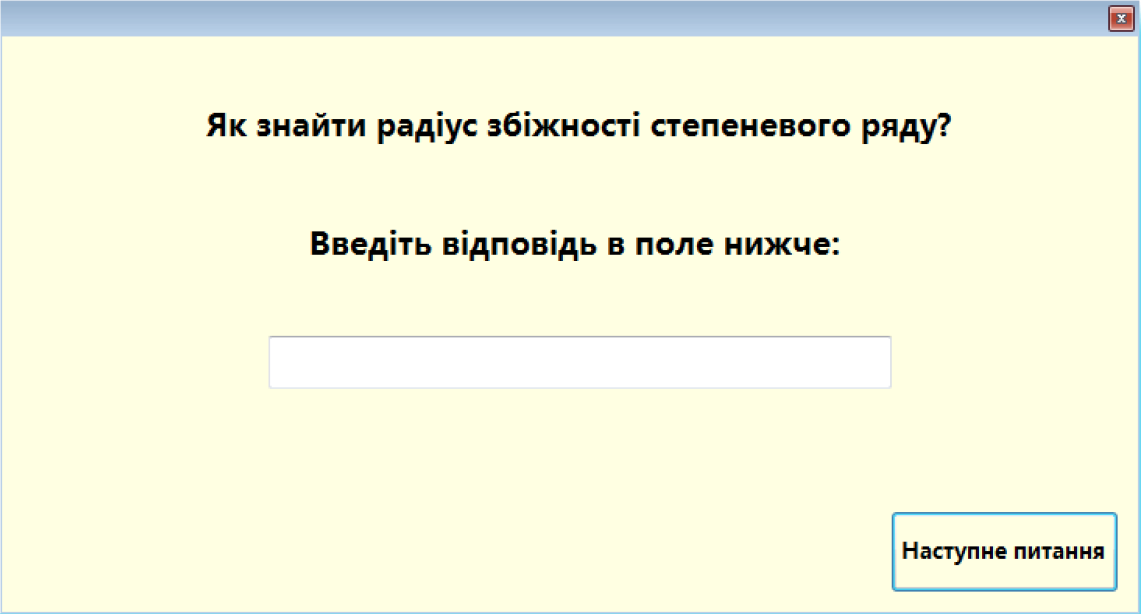
Як називається точка, де степеневий ряд збігається до функції?

Введіть відповідь в поле нижче:

Наступне питання

Рисунок 5.3 – вікно питання номер 6.

Потім користувачеві відкривається питання номер 7 (рис. 5.4)



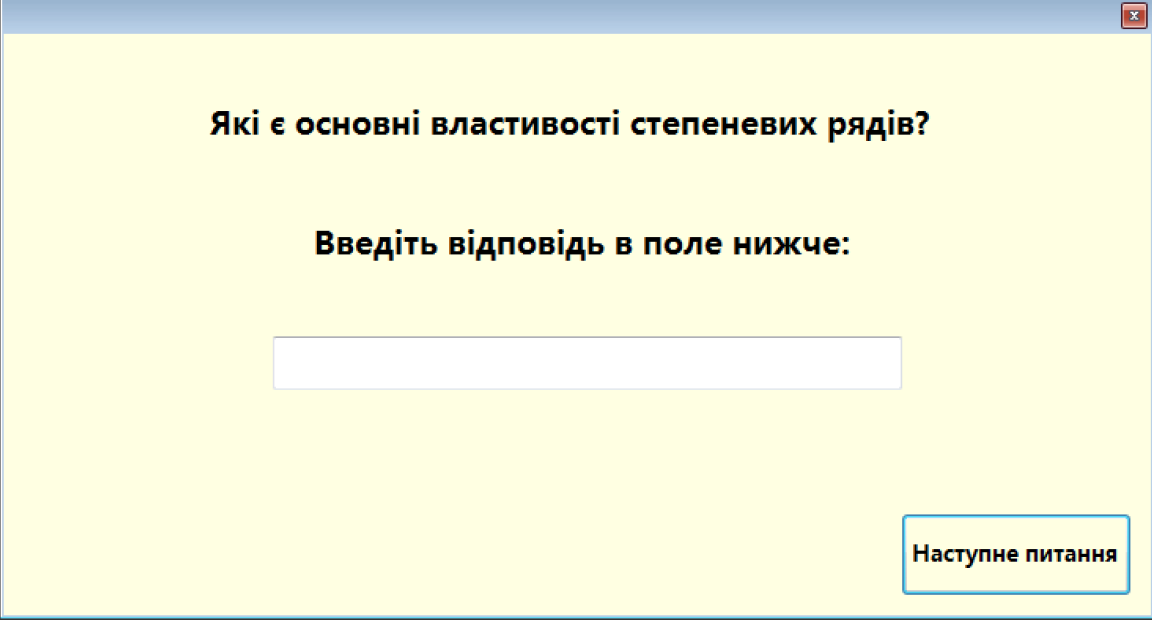
Як знайти радіус збіжності степенєвого ряду?

Введіть відповідь в поле нижче:

Наступне питання

Рисунок 5.4 – вікно питання номер 7.

Потім користувачеві відкривається питання номер 8 (рис. 5.5)



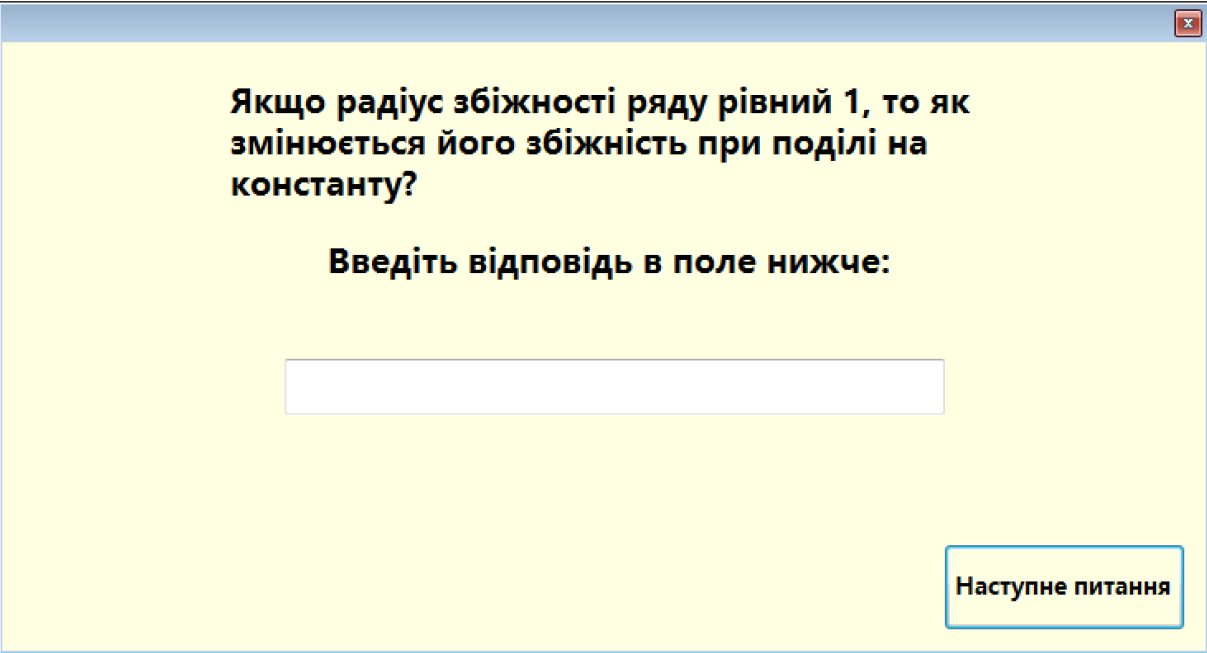
Які є основні властивості степеневих рядів?

Введіть відповідь в поле нижче:

Наступне питання

Рисунок 5.5 – вікно питання номер 8.

Потім користувачеві відкриється питання номер 9 (рис. 5.6)



Якщо радіус збіжності ряду рівний 1, то як змінюється його збіжність при поділі на константу?

Введіть відповідь в поле нижче:

Наступне питання

Рисунок 5.6 – вікно питання номер 9.

Потім користувачеві відкриється питання номер 10 (рис. 5.7)

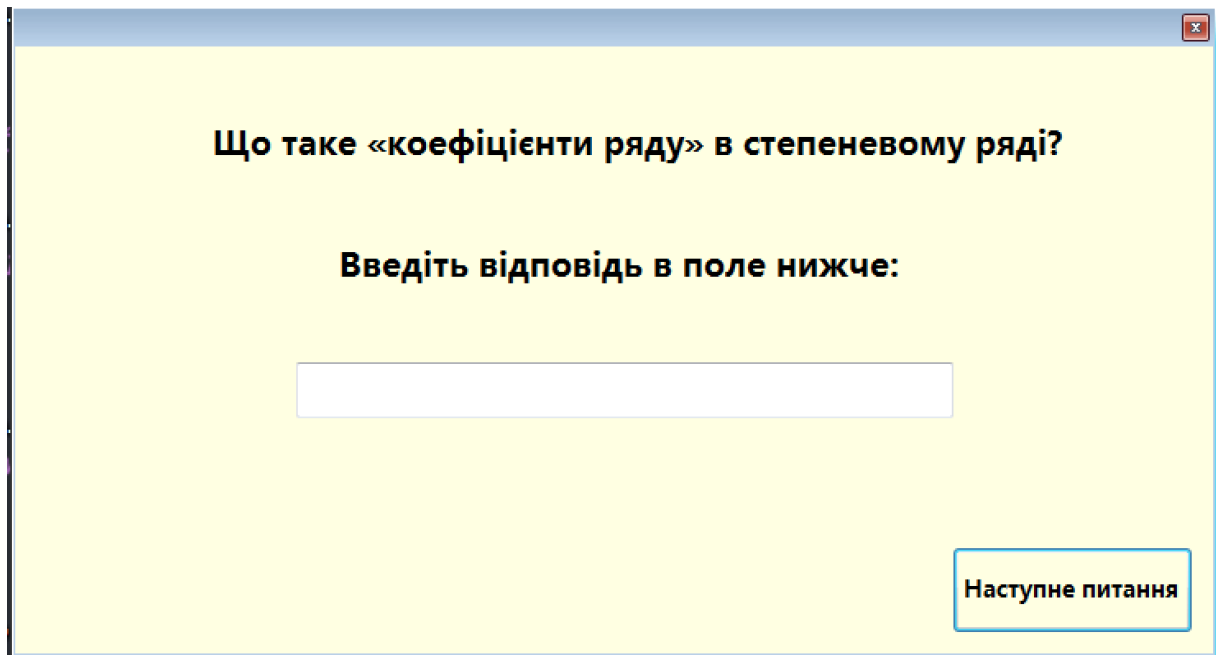


Рисунок 5.7 – вікно питання номер 10.

Якщо користувач помилився в питанні там де пропонується ввести відповідь з клавіатури, йому виведеться наступне вікно з підказкою. (рис. 5.8)

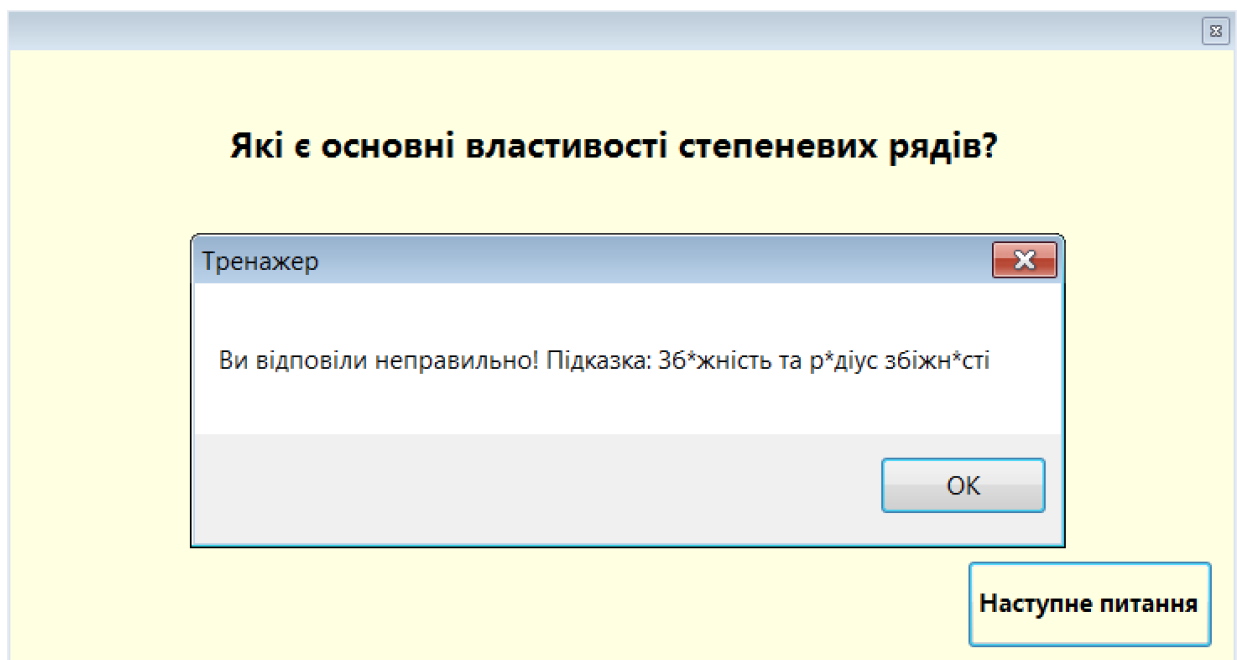


Рисунок 5.8 – вікно з підказкою.

В користувача є завжди можливість почитати теоретичний матеріал з теми перед початком тренінгу. (рис. 5.9)

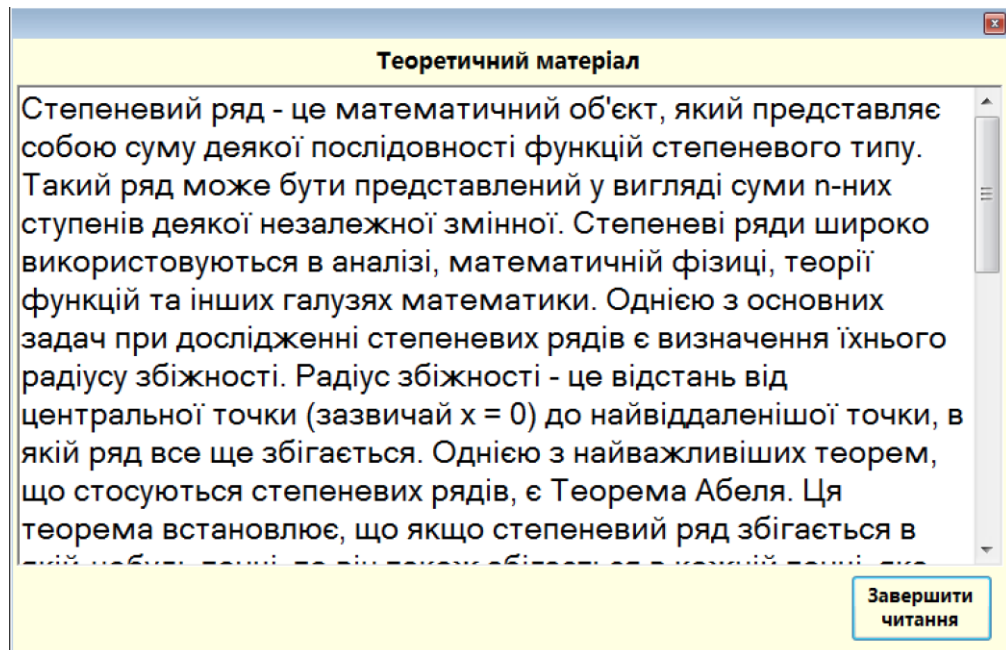


Рисунок 5.9 – теоретичний матеріал.

Після завершення десятого питання, користувач натискає кнопку "ОК", і відкривається фінальне вікно тренажеру, де виводиться привітання та доступна кнопка завершення тренінгу і повтору тренінгу. (рис. 6.0)

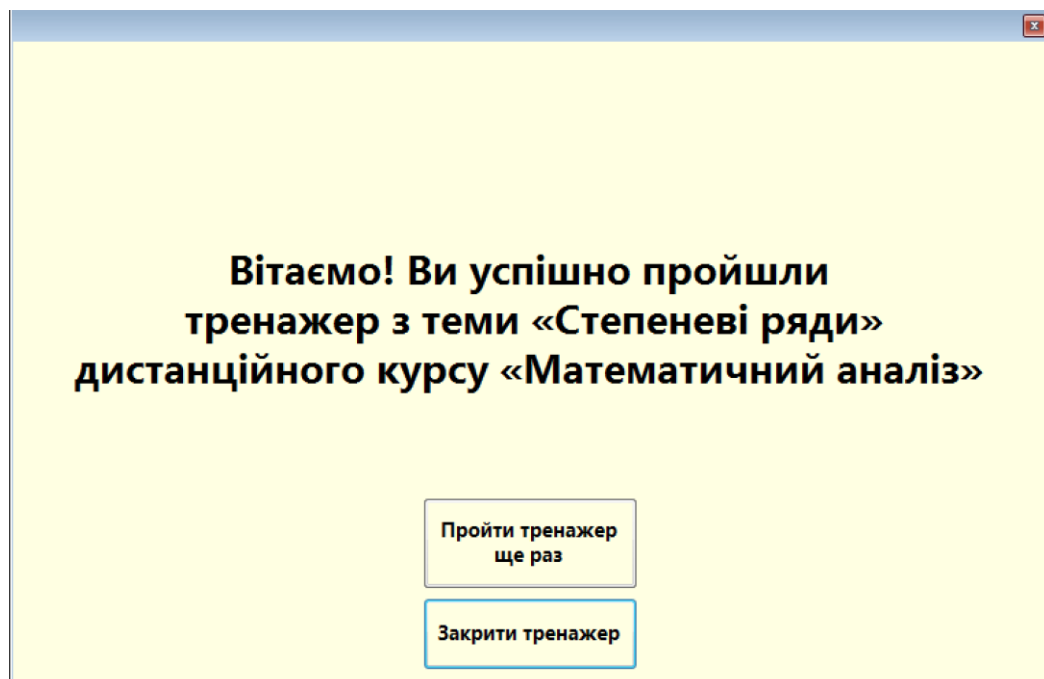


Рисунок 6.0 – фінальне вікно тренажеру.

ВИСНОВКИ

Отже, дистанційне навчання та розробка програм тренажерів є важливим інструментом для забезпечення безпеки, неперервності освіти та розвитку людей під час воєнного стану. Воно дозволяє зберегти життя та здоров'я, забезпечує доступ до знань та сприяє розвитку суспільства навіть у найскладніших умовах. Дистанційна освіта дозволяє людям з різних регіонів та країн мати доступ до якісної освіти. Це може бути особливо важливим під час воєнного стану, коли деякі регіони можуть бути відокремлені від основних навчальних закладів. Таке навчання може допомогти зберігати робочі та навчальні навички, що може бути важливим для майбутнього відновлення та розвитку суспільства після завершення конфлікту.

В результаті виконання кваліфікаційної роботи було створено освітній тренажер на тему "Степеневі ряди" для дистанційного курсу "Математичний аналіз".

Кваліфікаційну роботу було успішно виконано, і тепер доступний зручний освітній тренажер для навчання студентів на тему "Степеневі ряди" в рамках дистанційного курсу "Математичний аналіз".

Основні результати кваліфікаційної роботи включають:

- Використання спливаючих вікон.
- Теоретичні і практичні завдання у тренажері.
- Можливість введення відповідей у відповідні поля під час проходження тренінгу практичних завдань.
- Можливість повторного проходження тренінгу.
- Розроблено якісний додаток для навчання студентів на тему "Степеневі ряди" в рамках дистанційного курсу "Математичний аналіз".

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Черненко О. О. Курсовий проєкт із фаху: методичні рекомендації щодо оформлення пояснювальних записок до курсового проєкту для студентів спеціальності 122 Комп'ютерні науки освітня програма «Комп'ютерні науки» ступеня бакалавра, магістра / О. О. Черненко. – Полтава : ПУЕТ, 2022. – 58 с. – 1 електрон. опт. диск (CVD-ROM).
2. Дистанційна освіта [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://nus.org.ua/tags/383/>
3. Дистанційне навчання [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/pozashkilna-osvita/distancijne-navchannya>
4. Функціональні і степеневі ряди [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-content/uploads/2020/03/Lektsii-2-3.-Funktsional-ni-i-stepenevi-riady.pdf>
5. СТЕПЕНЕВІ РЯДИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://nmetau.edu.ua/file/2012_stepenevi_ryadi_ta_yih_zastosuvannya.pdf
6. Формальний степеневий ряд [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BF%D0%B5%D0%BD%D0%B5%D0%B2%D0%B8%D0%B9_%D1%80%D1%8F%D0%B4
7. Область збіжності степеневого ряду [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://yukhym.com/uk/ryadi-ta-jikh-zbizhnist/oblast-zbizhnosti-stepenevoho-riadu.html>
8. Обчислення значень функцій [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://sites.znu.edu.ua/bank/public_files/2009/10/matanaliz/13.pdf
9. Степеневі ряди. Радіус збіжності [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://studfile.net/preview/3012007/page:16/>

10. Область збіжності степеневого ряду [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://kvpubd.kiev.ua/wp-content/uploads/2022/06/01.06.grupam-1vishhamatematikachervyakurok108-109.pdf>
11. Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання: ДСТУ 7.1-2006. – [Чинний від 2007-07-01]. – К. : Держспоживстандарт України, 2007. – 47 с.
12. Microsoft Visual Studio [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Visual_Studio
13. Microsoft Visual Basic [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Visual_Basic
14. Програмування на Visual BASIC [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://kursoviks.com.ua/bd_kompyuterni/article_post/65-lektsiya-osnovi-programuvannya-movoyu-visual-basic-6-0
15. Microsoft Visual Basic 2010 Step by Step [Електронний ресурс]. – Режим доступу:
https://books.google.com.ua/books?hl=uk&lr=&id=Ap9CAwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PT18&dq=visual+basic&ots=n5NfMNuX8q&sig=8OFek2tHiXjaKynsUtD6SgQKAbY&redir_esc=y#v=onepage&q=visual%20basic&f=false
16. Комп'ютерні мережі – Львів, «Магнолія 2006», 2013. – 256 с.
17. Опис редактору Visual Basic [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://studfile.net/preview/7785340/>
18. Randolph Visual Studio 2010 for professionals // Randolph, Nick, Gardner, David, Minutillo, Michael, Anderson, Chris.: Trans. with English - М.: LLC "I.D. Williams", 2011. - 1184 p.
19. Appleman D. E72 Win32 API and Visual Basic. For professionals (+SD) / D. Appleman. - Peter, 2002. - 1120 p.
20. Halvorson M. Microsoft Visual Basic 2005. Series "Step by step" / M. Halvorson. - ECOM Publishers. - 640 p.

ДОДАТОК А. КОД ПРОГРАМИ