

ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ
Навчально-науковий інститут денної освіти
Форма навчання денна
Кафедра комп'ютерних наук та інформаційних технологій

Допускається до захисту
Завідувач кафедри
_____ Олена ОЛЬХОВСЬКА
(підпис)

«___» _____ 2023 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на тему
СТВОРЕННЯ ТРЕНАЖЕРА З ТЕМИ «РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ
НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ЗЕНДЕЛЯ» ДИСТАНЦІЙНОГО
НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ «ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ»

зі спеціальності 122 Комп'ютерні науки
освітня програма «Комп'ютерні науки»
ступеня бакалавра

Виконавець роботи Мельников Іван Дмитрович
_____ «___» _____ 2023 р.
(підпис)

Науковий керівник к. ф.-м. н., доцент, Чілікіна Тетяна Василівна
_____ «___» _____ 2023 р.
(підпис)

Рецензент

ПОЛТАВА 2023 р.

РЕФЕРАТ

Записка: 44 с., 20 рис., 1 таблиця, 1 додаток, 16 джерел.

МЕТОД ЗЕНДЕЛЯ, НЕЛІНІЙНІ СИСТЕМИ, НАВЧАЛЬНИЙ ТРЕНАЖЕР, ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ.

Об'єкт розробки – алгоритм, блок-схема, розробка програмного забезпечення тренажера.

Мета роботи – створення тренажера з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».

Предмет розробки – створення тренажера з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».

Методи дослідження – метод Зейделя, середовище візуальної розробки програм Visual Studio та мова програмування Visual Basic.

Зроблено інформаційний огляд матеріалу по темі тренажеру. Розроблено алгоритм навчального тренажера з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя», створено блок-схему програмного забезпечення. Програмно реалізовано тренажер з дисципліни «Обчислювальні методи».

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	7
РОЗДІЛ 2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД	8
2.1. Числові методи розв’язання систем нелінійних рівнянь.....	8
РОЗДІЛ 3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА	16
3.1. Метод Зенделя	16
3.2. Алгоритм роботи тренажеру з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».....	19
3.3. Блок-схема тренажеру	24
РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА	25
4.1. Обґрунтування вибору програмних засобів	25
4.2. Опис програмної реалізації	26
4.3. Опис роботи тренажеру	28
ВИСНОВКИ	36
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	37
ДОДАТОК А. КОД ПРОГРАМИ	39

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ, ТЕРМІНІВ

Умовні позначення, символи, скорочення, терміни	Пояснення умовних позначень, скорочень, символів
Visual Basic	Є об'єктно-орієнтованою мовою програмування, розробленою компанією Microsoft. Вона базується на мові Basic (Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code) і спрямована на розробку десктопних інтерфейсів користувача (GUI), додатків для операційної системи Windows та веб-прикладань.
Visual Studio	Середовище розробки програмного забезпечення.
Check Box	Це елемент керування інтерфейсом користувача, який дозволяє користувачеві зазначити або зняти позначку (галочку) для певного параметра або опції.
Label	служить текстовою міткою для елемента <code><input></code>

ВСТУП

Одним з актуальних напрямків розбудови сучасної вищої освіти є впровадження технологій дистанційного навчання у навчальний процес. Дистанційну форму навчання фахівці зі стратегічних проблем освіти називають освітньою системою 21 століття. Сьогодні на неї зроблена величезна ставка. Актуальність проблеми дистанційного навчання полягає в тому, що результати суспільного процесу, раніше зосереджені в сфері технологій, сьогодні концентруються в інформаційній сфері. Виходячи з того, що професійні знання старіють дуже швидко, необхідно їх постійно вдосконалювати.

Дистанційна форма навчання та впровадження тренажерів дисциплін дає можливість створення систем масового безперервного самонавчання, загального обміну інформацією. Саме ця система може найбільш адекватно і гнучко реагувати на потреби суспільства щодо підготовки високопрофесійних фахівців. Можна констатувати, що дистанційне навчання увійшло в 21 століття як найефективніша система підготовки і безперервної підтримки високого кваліфікаційного рівня фахівців різноманітних сфер та галузей. Останнім часом проблемі дистанційного навчання приділяється велика увага в науковій літературі. [2]

Мета кваліфікаційної роботи – створення тренажера з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи»

Об'єкт розробки – алгоритм, блок-схема, створення тренажера.

Предмет розробки – створення тренажера з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи»

Кваліфікаційна робота складається з 4 розділів, а саме: РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ, РОЗДІЛ 2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД, Числові методи розв'язання систем нелінійних рівнянь, РОЗДІЛ 3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА, Метод Зенделя, Алгоритм роботи тренажеру з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи», Блок-схема тренажеру, РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА, Обґрунтування вибору програмних засобів, Опис програмної реалізації, Опис роботи тренажеру, ВИСНОВКИ.

РОЗДІЛ 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Першочерговим завданням кваліфікаційної роботи – є створення тренажеру, програмування, створення блок схеми та тестування програмного забезпечення тренажеру з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».

Завдання курсового проекту з фаху:

- Розглянути матеріал з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя»;
- Алгоритмізувати тренажер;
- Створити блок-схему алгоритму роботи тренажеру;
- Запрограмувати тренажер;
- Переглянути результати створення тренажеру.

При створенні програмного забезпечення тренажеру, потрібно врахувати наступні форми:

- Стартова форма тренажеру, на цьому вікні наявна інформація про тему додатку, кнопка для початку тестування, інформація про студента та наукового керівника роботи;
- Наступні форми тренажеру - це питання з тематики тренажеру, питання, на які необхідно користувачеві правильно або неправильно відповісти;

Для розв'язання цієї системи можна використати метод простої ітерації, аналогічний відповідному методу для одного рівняння. Значення невідомих на k -й ітерації будуть знайдені з використанням їх значень на попередній ітерації як

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, \dots, x_n^{(k-1)}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Ітераційний процес в більшості методів розв'язання систем нелінійних рівнянь триває до тих пір, поки зміни усіх невідомих в двох послідовних ітераціях не стануть малими, тобто в якості критерію завершення ітерацій вибирається одна з умов:

$$|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)})^2} < \varepsilon, \quad (5)$$

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| < \varepsilon, \quad (6)$$

$$\max_{1 \leq i \leq n} \left| \frac{x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}}{x_i^{(k)}} \right| < \varepsilon, \quad \text{при } |x_i| \gg 1. \quad (7)$$

де $\varepsilon > 0$ – допустима похибка розв'язку.

Тут в першому випадку відмінність векторів $\mathbf{x}^{(k)}$ і $\mathbf{x}^{(k-1)}$ "на ε " розуміється в сенсі малості модуля їх різниці, в другому – в сенсі малості різниць усіх відповідних компонент векторів, в третьому – в сенсі малості відносних різниць компонент.

Приклад

Знайти позитивне рішення системи методом простої ітерації

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 0.1x_1^2 + x_1 + 0.2x_2^2 - 0.3 = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = 0.2x_1^2 + x_2 - 0.1x_1x_2 - 0.7 = 0 \end{cases}$$

з точністю $\varepsilon = 10^{-4}$.

Розв'язок

Для вибору початкового наближення використовуємо графічний метод. Збудувавши на площині (x_1, x_2) в області, що цікавить нас, криві $f_1(x_1, x_2) = 0$ и $f_2(x_1, x_2) = 0$ (рис. 1), визначаємо, що позитивне рішення системи рівнянь знаходиться у квадраті $0 < x_1 < 0.5, 0.5 < x_2 < 1.0$.

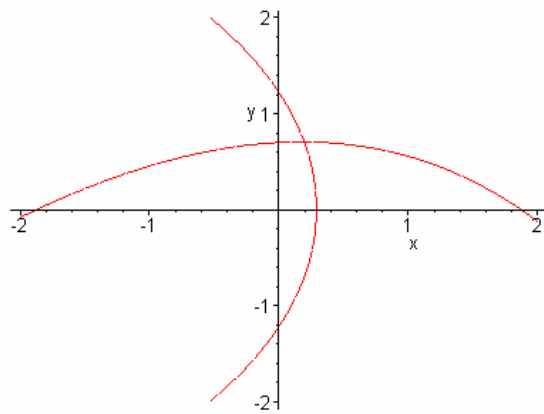


Рис. 1

Перетворюємо вихідну систему рівнянь до виду

$$\begin{cases} x_1 = 0.3 - 0.1x_1^2 - 0.2x_2^2 \equiv \varphi_1(x_1, x_2) \\ x_2 = 0.7 - 0.2x_1^2 + 0.1x_1x_2 \equiv \varphi_2(x_1, x_2) \end{cases}$$

Як початкове наближення приймемо $x_1^{(0)} = 0$, $x_2^{(0)} = 0.75$. Наступні наближення визначаємо як

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = \varphi_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \\ x_2^{(k+1)} = \varphi_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) &= 0.3 - 0.1x_1^{(k)2} - 0.2x_2^{(k)2}, \\ \varphi_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) &= 0.7 - 0.2x_1^{(k)2} + 0.1x_1^{(k)}x_2^{(k)} \end{aligned}$$

Результати обчислень містяться у таблиці 1

Таблиця 1

k	$x_1^{(k)}$ $x_2^{(k)}$	$\varphi_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$ $\varphi_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$
0	0.25000	0.18125
	0.75000	0.70702
1	0.18125	0.19674
	0.70702	0.70617
2	0.19674	0.19639
	0.70617	0.70615
3	0.19639	0.19641

	0.70615	0.70615
4	0.19641	
	0.70615	

$x_1^* = 0.1964, x_2^* = 0.7062.$

Метод Зейделя

Систему (2) можна розв'язувати і методом Зейделя, що подібний до методу Гауса-Зейделя розв'язання систем лінійних рівнянь. Значення $x_i^{(k)}$ знаходиться з i -го рівняння системи (2) з використанням вже вичислених на поточній ітерації значень невідомих. Таким чином, значення невідомих на k -й ітерації знаходитимуться не з допомогою (3), а з допомогою співвідношення

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k)}, \dots, x_{i-1}^{(k)}, x_i^{(k-1)}, \dots, x_n^{(k-1)}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

В якості критерію завершення ітерацій вибирається одна з умов (5)-(7) як і в методі простої ітерації.

При використанні методу простої ітерації і методу Зейделя успіх багато в чому визначається вдалим вибором початкових наближень невідомих: вони мають бути досить близькими до істинного розв'язку. Інакше ітераційний процес може не збігтися.

Метод Ньютона

Цей метод має набагато швидшу збіжність, ніж метод простої ітерації і метод Зейделя. У разі одного рівняння $F(x) = 0$ алгоритм методу Ньютона був легко отриманий шляхом запису рівняння дотичної до кривої $y = F(x)$. По суті для знаходження нового наближення функція $F(x)$ замінювалася лінійною функцією, тобто розкладалася в ряд Тейлора, при цьому член, що містить другу похідну, відкидався (як і усі подальші члени). Та ж ідея лежить в основі методу Ньютона для системи рівнянь: функції $F_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ розкладаються в ряд Тейлора, причому в розкладанні відкидаються члени, що містять другі (і більш високих порядків) похідні.

Для існування єдиного рішення системи (10) він має бути відмінним від нуля на кожній ітерації.

Таким чином, ітераційний процес розв'язання системи рівнянь (1) методом Ньютона полягає у визначенні приростів $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ до значень невідомих на кожній ітерації за допомогою розв'язання системи (10). Рахунок припиняється при виконанні однієї з умов (5) – (7) або

$$|\mathbf{r}^{(k)}| < \varepsilon, \text{ в цьому випадку нев'язка визначається як } \mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)}).$$

Наприклад, умова (6), яка з врахуванням (8) зведеться до виду $\max_{1 \leq i \leq n} |\Delta x_i| < e$.

У методі Ньютона також важливий вдалий вибір початкового наближення для забезпечення хорошої збіжності. Збіжність погіршується зі збільшенням числа рівнянь системи.

Як приклад розглянемо використання методу Ньютона для вирішення системи двох рівнянь

$$\begin{aligned} F_1(x, y) &= 0, \\ F_2(x, y) &= 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Нехай наближені значення невідомих рівні a, b . Припустимо, що якобіан системи (11) при $x = a, y = b$ відмінний від нуля, тобто

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Тоді наступні наближення невідомих можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} x &= a - \frac{1}{J} \left(F_1 \frac{\partial F_2}{\partial y} - F_2 \frac{\partial F_1}{\partial y} \right), \\ y &= b + \frac{1}{J} \left(F_1 \frac{\partial F_2}{\partial x} - F_2 \frac{\partial F_1}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Величини, що стоять в правих частинах, обчислюються при $x = a, y = b$.

Приклад

Знайти позитивне рішення системи методом Ньютона

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 0.1x_1^2 + x_1 + 0.2x_2^2 - 0.3 = 0 \\ f_2(x_1, x_2) = 0.2x_1^2 + x_2 - 0.1x_1x_2 - 0.7 = 0 \end{cases}$$

з точністю $\varepsilon=10^{-4}$.

Розв'язок

Для вибору початкового наближення застосовуємо графічний метод (рис. 1). Як початкове наближення приймемо $x_1^{(0)} = 0,25$, $x_2^{(0)} = 0.75$.

Для системи двох рівнянь розрахункові формули (8), (10) зручно записати у вигляді $x_1^{(k+1)}$, $x_2^{(k+1)}$:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = x_1^{(k)} - \frac{\det \mathbf{A}_1^{(k)}}{\det \mathbf{J}^{(k)}} \\ x_2^{(k+1)} = x_2^{(k)} - \frac{\det \mathbf{A}_2^{(k)}}{\det \mathbf{J}^{(k)}} \end{cases} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

где

$$\mathbf{J}^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_1^{(k)} = \begin{bmatrix} f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) & \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} \\ f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) & \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} & f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \\ \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} & f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) \end{bmatrix}.$$

В розглянутому прикладі:

$$\begin{aligned} f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) &= 0.1x_1^{(k)2} + x_1^{(k)} + 0.2x_2^{(k)2} - 0.3 \\ f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}) &= 0.2x_1^{(k)2} + x_2^{(k)} - 0.1x_1^{(k)}x_2^{(k)} - 0.7 \\ \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} &= 0.2x_1^{(k)} + 1, & \frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} &= 0.4x_2^{(k)} \\ \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1} &= 0.4x_1^{(k)} - 0.1x_2^{(k)}, & \frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2} &= 1 - 0.1x_1^{(k)}. \end{aligned}$$

Підставляючи у праві частини співвідношень обрані значення $x_1^{(0)}$, $x_2^{(0)}$, отримаємо наближення $x_1^{(1)}$, $x_2^{(1)}$, використовуване, у свою чергу, для знаходження $x_1^{(2)}$, $x_2^{(2)}$. Ітерації продовжуються до виконання умови (6)

$$\max_{1 \leq i \leq n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}| < \varepsilon,$$

Результати обчислень містяться у таблиці 2

Таблиця 2

k	$x_1^{(k)}$ $x_2^{(k)}$	$f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$ $f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})$	$\frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1}$ $\frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_1}$	$\frac{\partial f_1(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2}$ $\frac{\partial f_2(x_1^{(k)}, x_2^{(k)})}{\partial x_2}$	$\det A_1^{(k)}$	$\det A_2^{(k)}$	$\det J^{(k)}$
0	0.25000 0.75000	0.06875 0.04375	1.01250 0.02500	0.30000 0.97500	0.05391	0.04258	0.97969
1	0.19498 0.70654	-0.00138 0.00037	1.00760 0.00734	0.28262 0.98050	- 0.00146	0.00038	0.98588
2	0.19646 0.70615	0.00005 0.00000	1.00772 0.00797	0.28246 0.98035	0.00005	0.00000	0.98567
3	0.19641 0.70615						

$x_1^* = 0.1964, x_2^* = 0.7062.$

РОЗДІЛ 3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

3.1. Метод Зейделя

Метод Зейделя є модифікацією метода простих ітерацій і в деяких випадках приводить до більш швидкої збіжності.

Ітерації за методом Зейделя відрізняються від простих ітерацій (6) тим, що при знаходженні i -ї компоненти $(k+1)$ -го наближення використовуються вже знайдені компоненти $(k+1)$ -го наближення з меншими номерами $1, 2, \dots, i-1$. Ітераційний процес можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}
 x_1^{(k+1)} &= \alpha_{11}x_1^{(k)} + \alpha_{12}x_2^{(k)} + \alpha_{13}x_3^{(k)} + \dots + \alpha_{1n}x_n^{(k)} + \beta_1; \\
 x_2^{(k+1)} &= \alpha_{21}\boxed{x_1^{(k+1)}} + \alpha_{22}x_2^{(k)} + \alpha_{23}x_3^{(k)} + \dots + \alpha_{2n}x_n^{(k)} + \beta_2; \\
 x_3^{(k+1)} &= \alpha_{31}\boxed{x_1^{(k+1)}} + \alpha_{32}\boxed{x_2^{(k+1)}} + \alpha_{33}x_3^{(k)} + \dots + \alpha_{3n}x_n^{(k)} + \beta_3; \\
 &\dots \\
 x_n^{(k+1)} &= \alpha_{n1}\boxed{x_1^{(k+1)}} + \alpha_{n2}\boxed{x_2^{(k+1)}} + \alpha_{n3}\boxed{x_3^{(k+1)}} + \dots + \alpha_{nn-1}\boxed{x_{n-1}^{(k+1)}} + \alpha_{nn}x_n^{(k)} + \beta_n
 \end{aligned} \tag{11}$$

;

$k = 0, 1, 2, \dots$

В кожне наступне рівняння підставляються значення невідомих, отримані з попередніх рівнянь, що показано стрілками.

Приклад 4. Методом Зейделя розв'язати систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14; \\ 10x_1 + x_2 + x_3 = 12; \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13. \end{cases}$$

з точністю $\varepsilon = 0,001$, попередньо оцінивши число ітерацій.

Розв'язання.

1. Приведемо систему $A \cdot X = B$ до вигляду $X = A \cdot X + B$ як у прикладі 3.

Отримаємо систему:

$$\begin{cases} x_1 = -0,1x_2 - 0,1x_3 + 1,2; \\ x_2 = -0,2x_1 - 0,1x_3 + 1,3; \\ x_3 = -0,2x_1 - 0,2x_2 + 1,4. \end{cases}$$

де

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -0,1 & -0,1 \\ -0,2 & 0 & -0,1 \\ -0,2 & -0,2 & 0 \end{pmatrix} \text{ та } B = \begin{pmatrix} 1,2 \\ 1,3 \\ 1,4 \end{pmatrix},$$

Оскільки $\|A\|_1 = \max_i \{0,2; 0,3; 0,4\} = 0,4 < 1$, то достатня умова

збіжності виконується.

2. Задамо початкове наближення $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1,2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. Виконаємо розрахунки за формулами (11) $x^{(k+1)} = A \cdot x^{(k)} + B$:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = -0,1x_2^{(k)} - 0,1x_3^{(k)} + 1,2; \\ x_2^{(k+1)} = -0,2x_1^{(k+1)} - 0,1x_3^{(k)} + 1,3; \\ x_3^{(k+1)} = -0,2x_1^{(k+1)} - 0,2x_2^{(k+1)} + 1,4. \end{cases}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Результати занесемо в розрахункову таблицю:

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$x_3^{(k)}$	$\ x^{(k)} - x^{(k-1)}\ $
0	1,2000	0	0	-

1	1,2000	1,0600	0,9480	1,0600
2	0,9992	1,0054	0,9991	0,1008
3	0,9996	1,0002	1,0000	0,0052
4	1,0000	1,0000	1,0000	$0,0004 < \varepsilon = 0,001$

Очевидно, знайдений розв'язок $X = (1; 1; 1)$ є точним.

4. Розрахунки закінчено, оскільки виконана умова закінчення:

$$\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| = 0,0004 < \varepsilon = 0,001.$$

3.2. Алгоритм роботи тренажеру з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи»

1. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Що таке метод Зенделя?»

1. Метод вирішення систем лінійних рівнянь; (вірна відповідь)
2. Метод чисельного інтегрування;
3. Метод пошуку коренів нелінійних рівнянь.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

2. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «У чому відмінність методу Зенделя від методу Гауса?»

1. Метод Зенделя працює лише з системами лінійних рівнянь із тридіагональною матрицею;
2. Метод Зенделя є ітераційним методом, на відміну прямого методу Гаусса; (вірна відповідь)
3. Метод Зенделя використовує матричні розкладання, а метод Гауса – ні.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

3. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Яким чином працює метод Зенделя?»

1. Він здійснює пошук коренів нелінійних рівнянь з використанням методу поділу навпіл;
2. Він використовує інтерполяційні формули для обчислення інтегралів.;
3. Він послідовно вирішує підсистеми рівнянь, оновлюючи значення змінних кожної ітерації (вірна відповідь)

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

4. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Яка умова має бути виконана для збіжності методу Зенделя? »

1. Немає правильної відповіді;
2. Матриця системи рівнянь має бути симетричною;
3. Матриця системи рівнянь має бути діагонально переважаючою (вірна відповідь)

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

5. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Як визначити критерій зупинки у методі Зенделя?»

1. Припинити ітерації, коли значення змінних перестають значно змінюватися; (вірна відповідь)

2. Продовжувати ітерації до того часу, доки досягнуто точність машинного представлення;

3. Використовувати заздалегідь задану максимальну кількість ітерацій.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

6. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Який із наведених нижче методів розв'язання звичайного диференціального рівняння є однокроковим методом першого порядку точності: »

1. Метод Адамса;

2. Метод Ейлера; (вірна відповідь)

3. Метод Рунге Кутта.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

7. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Особливістю явної обчислювальної схеми є: »

1. Немає правильної відповіді;

2. Відсутність обмежень на крок зміни змінної;

3. Наявність обмеження крок зміни змінної. (вірна відповідь)

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

8. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Які умови задаються під час вирішення завдання Коші для звичайного диференціального рівняння:»

1. Значення шуканої функції у початковий час; (вірна відповідь)
2. Значення шуканої функції у початковий та кінцевий момент часу;
3. Значення шуканої функції у кількох моментах часу.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

9. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Який із зазначених методів чисельної оптимізації вимагає пошуку оптимуму по черзі за кожною змінною:»

1. Симплекс метод;
2. Метод покоординатного спуску; (вірна відповідь)
3. Метод випадкового пошуку.

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

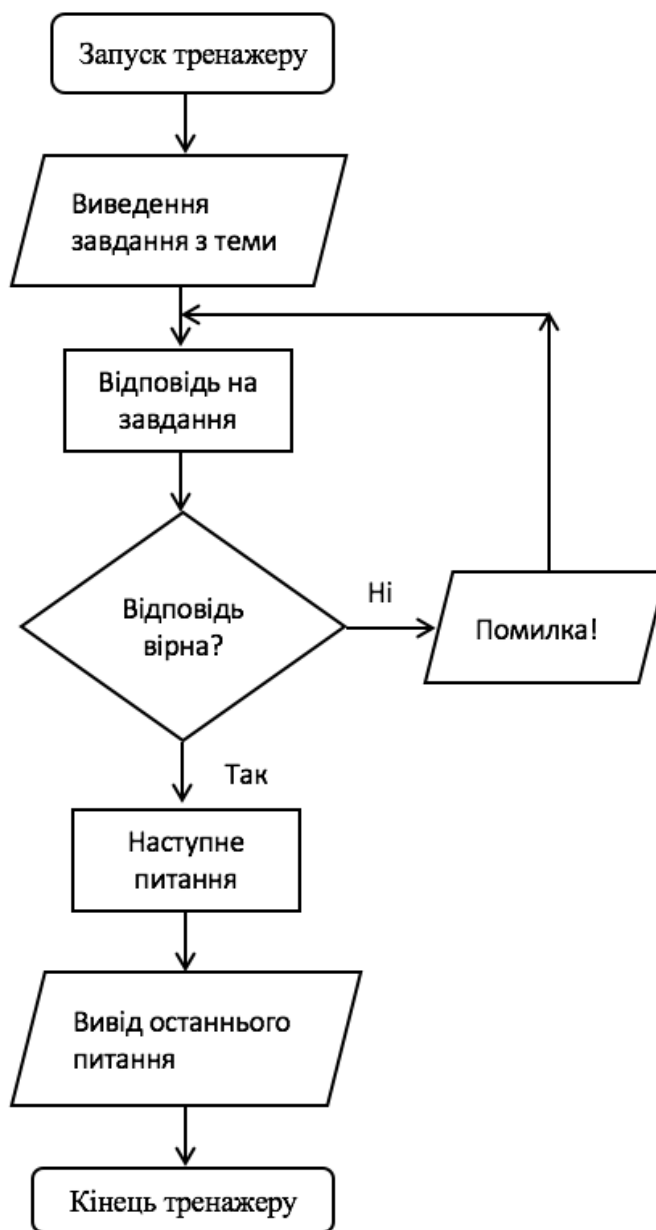
10. Користувачу відобразиться питання з теми, на нього можна дати відповідь натиснувши лише на один варіант відповіді: «Який із наведених нижче методів чисельного інтегрування має найвищий порядок точності: »

1. Метод трапеції;
2. Метод прямокутників;
3. Метод Сімпсона. (вірна відповідь)

Якщо користувач вибрав правильний варіант відповіді, то він може перейти на наступний крок. Якщо користувач вибрав неправильний варіант відповіді, то виводиться помилка: «Ваша відповідь невірна! Спробуйте ще раз!»

Після десятого кроку, відкривається підсумкова сторінка тренажеру, на якій написано: «Вітаємо! Ви успішно пройшли тренажер з «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».

3.3. Блок-схема тренажеру



РОЗДІЛ 4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

4.1. Обґрунтування вибору програмних засобів

BASIC була однією з перших мов програмування, яка включила в синтаксис більше повсякденних слів, щоб мову було легше вивчати та запам'ятовувати. Це велика причина, чому Microsoft хотіла випустити мову програмування, яка походить від BASIC.

Іншим нововведенням VB було використання графічних елементів у Visual Studio, інтегрованому середовищі розробки (IDE) Microsoft для Visual Basic. Замість того, щоб розробляти графічні компоненти, такі як меню та кнопки, розробники можуть змінювати розміри меню за допомогою миші або перетягувати такі елементи, як кнопки та текст. Іншими словами, Microsoft додала «візуальну» частину до мови BASIC — таким чином, Visual Basic.

Таким чином, програмування на Visual Basic було не тільки легким у навчанні, але й завдяки його візуальному середовищу розробки додатків стало набагато швидшим і дешевшим. Не дивно, що VB так довго був популярним.

4.2. Опис програмної реалізації

Додаток тренажер розроблено мовою програмування. В першу чергу потрібно додати вікно. (рис. 4.1)

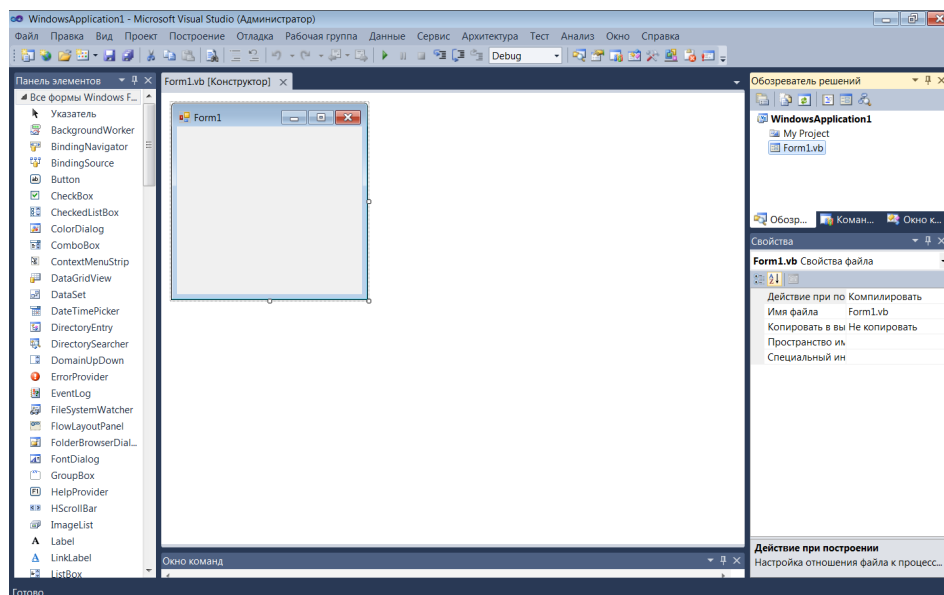


Рисунок 4.1 – процес реалізації нового вікна додатку.

Далі розробляється титульна форма тренажеру (рис. 4.2)

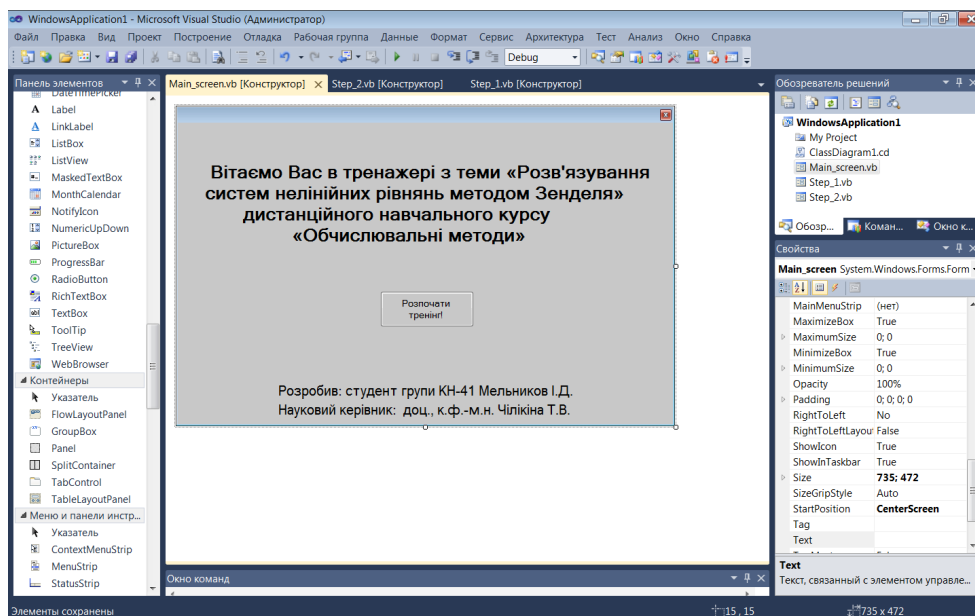


Рисунок 4.2 – титульна форма тренажеру.

Потім, після титульної форми, потрібно програмно реалізувати перше питання з тематики тренажеру (рис. 4.3)

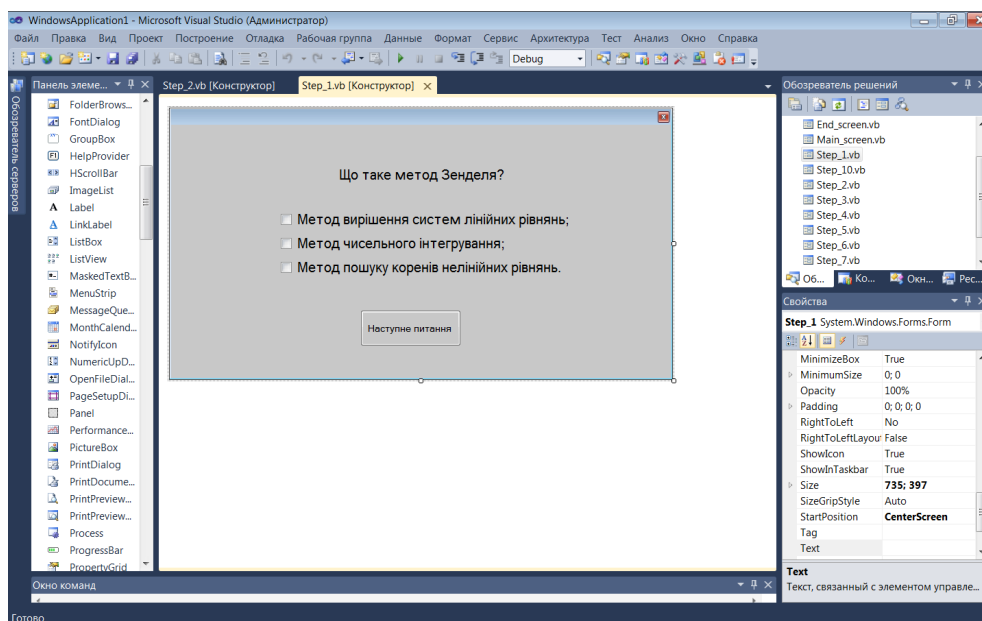


Рисунок 4.3 – перше вікно додатку.

Наступним завданням необхідно реалізувати друге вікно тренажеру. (рис. 4.4)

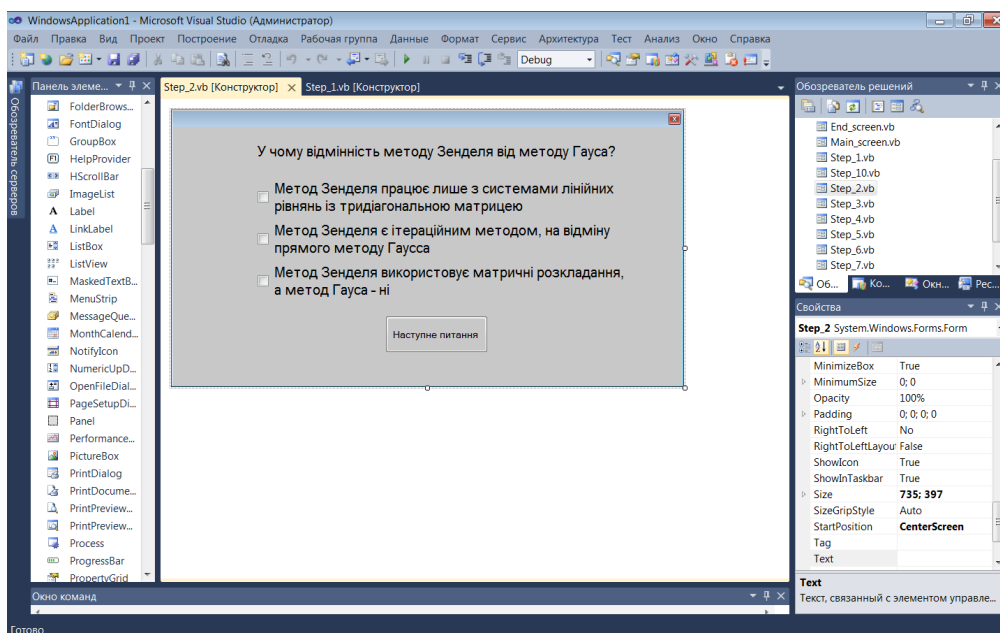


Рисунок 4.4 – Друге вікно додатку.

З приводу реалізації програми, за алгоритмізацію та програмну реалізацію тренажеру відповідає наступний фрагмент програмного коду:

```

1  Public Class Step_1
2
3  Private Sub Button1_Click(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles Button1.Click
4      If CheckBox1.Checked = True And CheckBox2.Checked = False Then
5          MsgBox("Вітаю! Ваша відповідь правильна!")
6          Step_2.Show()
7      Else
8          MsgBox("Неправильно! Спробуйте ще раз!")
9          CheckBox1.Checked = False
10         CheckBox2.Checked = False
11         CheckBox3.Checked = False
12     End If
13 End Sub
14
15 Private Sub Step1_Load(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles MyBase.Load
16     Main_screen.Hide()
17 End Sub
18
19 Private Sub CheckBox1_CheckedChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles CheckBox1.CheckedChanged
20     If CheckBox1.Checked = True Then
21         CheckBox2.Enabled = False
22         CheckBox3.Enabled = False
23     End If
24     If CheckBox1.Checked = False Then
25         CheckBox2.Enabled = True
26         CheckBox3.Enabled = True
27     End If
28 End Sub
29
30 Private Sub CheckBox2_CheckedChanged(ByVal sender As System.Object, ByVal e As System.EventArgs) Handles CheckBox2.CheckedChanged
31     If CheckBox2.Checked = True Then
32         CheckBox1.Enabled = False
33         CheckBox3.Enabled = False
34     End If
35     If CheckBox2.Checked = False Then
36         CheckBox1.Enabled = True

```

4.3. Опис роботи тренажеру

Після відкриття створеного додатку користувачу виводиться перше вікно створеного навчального додатку (рис. 4.5)

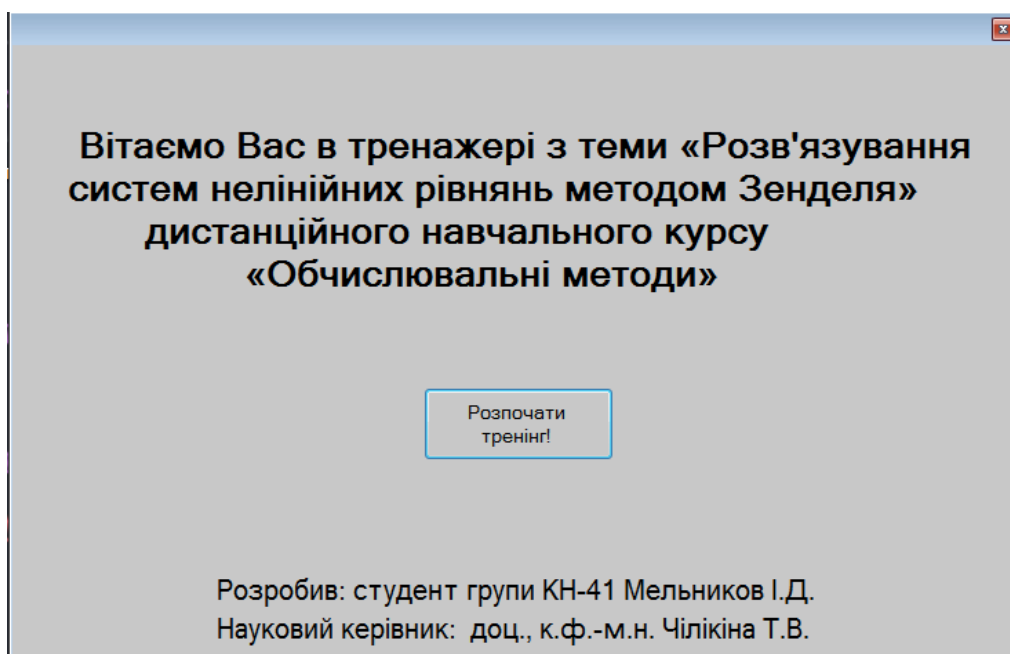


Рисунок 4.5 – перше вікно додатку.

Коли користувач розпочинає тренування, виконується перехід на 1 крок алгоритму, користувач має змогу вибрати будь який варіант відповіді, додаток перевірить правильність цієї відповіді. (рис. 4.6)

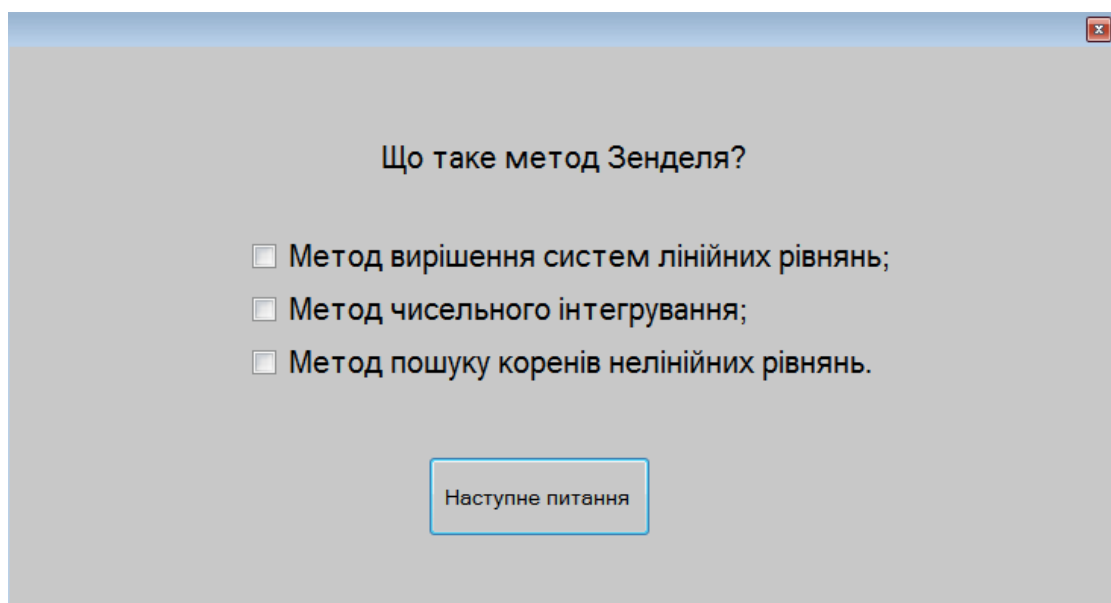


Рисунок 4.6 – Перший крок алгоритмізації.

Коли користувач вибрав варіант відповіді, він мишкою натискає кнопку наступного питання з теорії, якщо ця відповідь яку обрав користувач правильна, відобразиться наступне спливаюче сповіщення. (рис. 4.7)

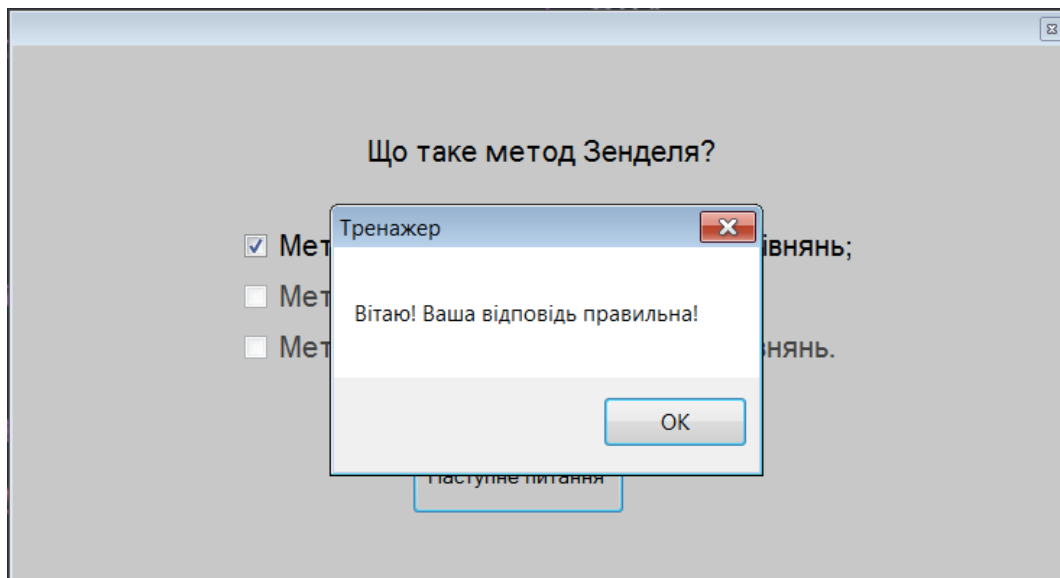


Рисунок 4.7 – спливаюче вікно, яке повідомляє що відповідь правильна

Якщо користувач вибрав невірну відповідь, йому виведеться наступне повідомлення (рис. 4.8)

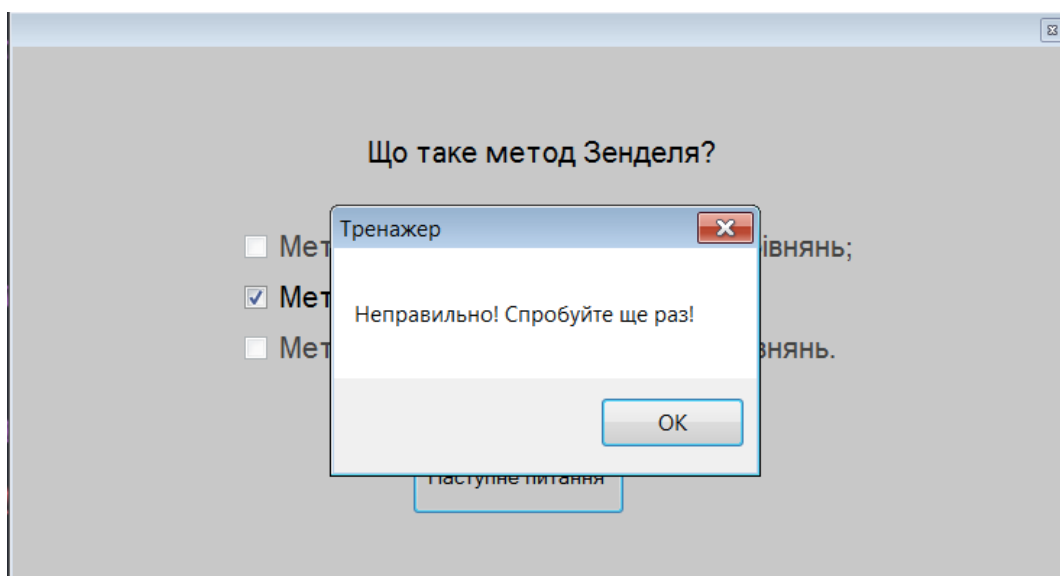
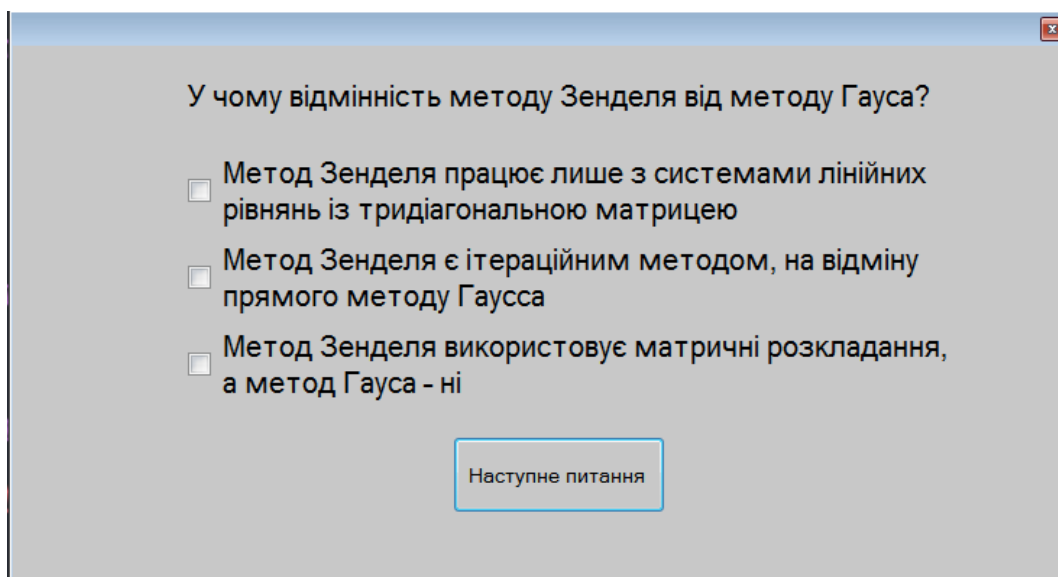


Рисунок 4.8 – спливаюче вікно, яке повідомляє що відповідь неправильна

Питання тренінгу номер 3 (рис. 4.9)



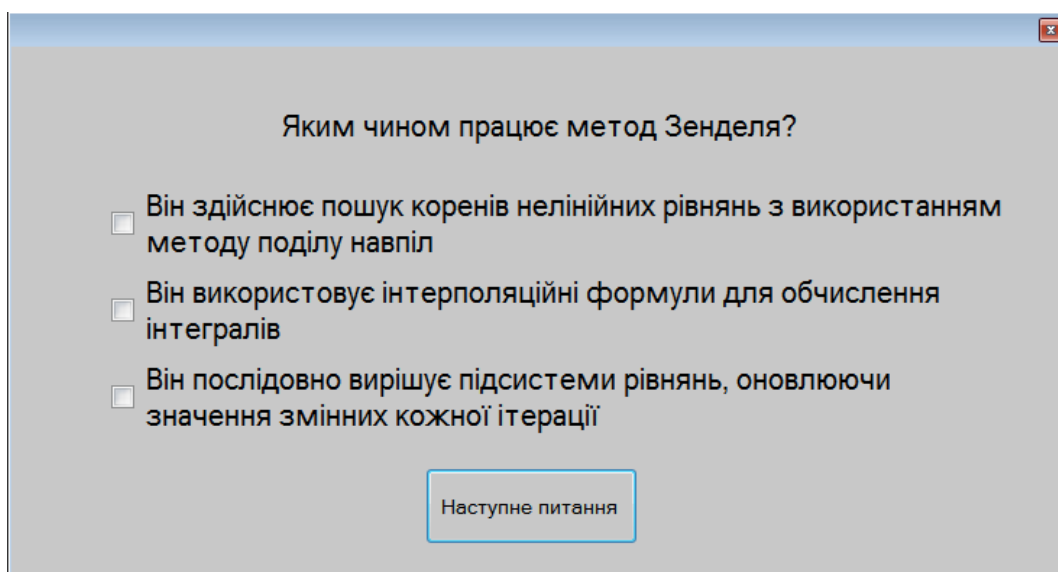
У чому відмінність методу Зенделя від методу Гауса?

- ☐ Метод Зенделя працює лише з системами лінійних рівнянь із тридіагональною матрицею
- ☐ Метод Зенделя є ітераційним методом, на відміну прямого методу Гауса
- ☐ Метод Зенделя використовує матричні розкладання, а метод Гауса - ні

Наступне питання

Рисунок 4.9 – питання 3.

Питання тренінгу номер 4 (рис. 5.0)



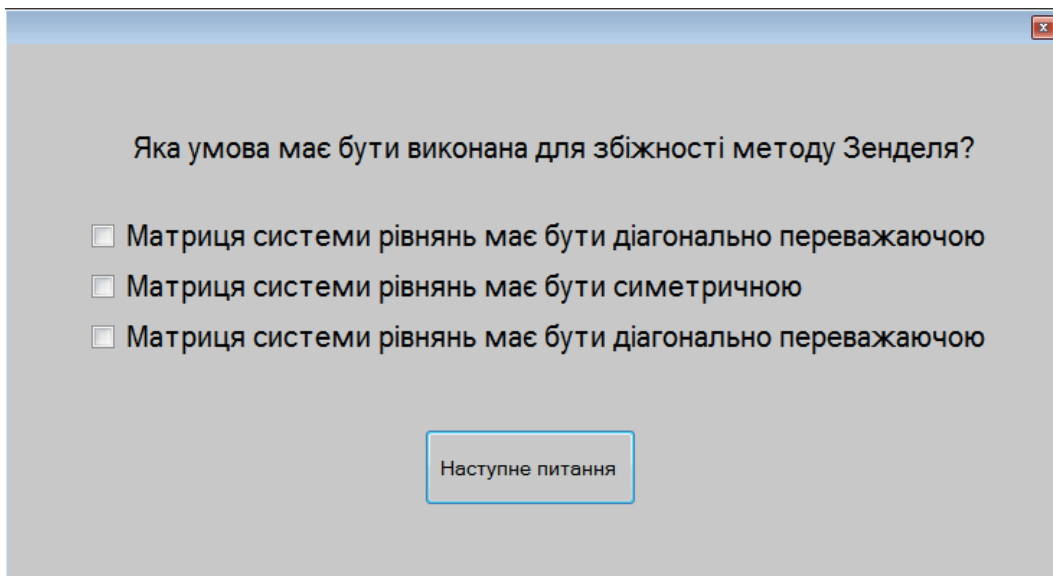
Яким чином працює метод Зенделя?

- ☐ Він здійснює пошук коренів нелінійних рівнянь з використанням методу поділу навпіл
- ☐ Він використовує інтерполяційні формули для обчислення інтегралів
- ☐ Він послідовно вирішує підсистеми рівнянь, оновлюючи значення змінних кожної ітерації

Наступне питання

Рисунок 5.0 – питання 4.

Питання тренінгу номер 5 (рис. 5.1)



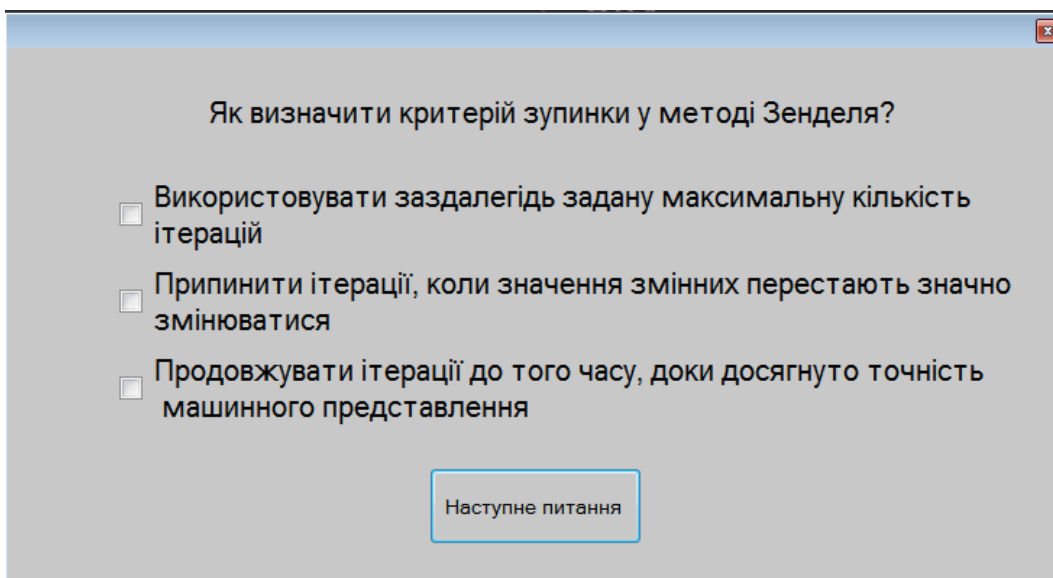
Яка умова має бути виконана для збіжності методу Зенделя?

- ☐ Матриця системи рівнянь має бути діагонально переважаючою
- ☐ Матриця системи рівнянь має бути симетричною
- ☐ Матриця системи рівнянь має бути діагонально переважаючою

Наступне питання

Рисунок 5.1 – питання 5.

Питання тренінгу номер 6 (рис. 5.2)



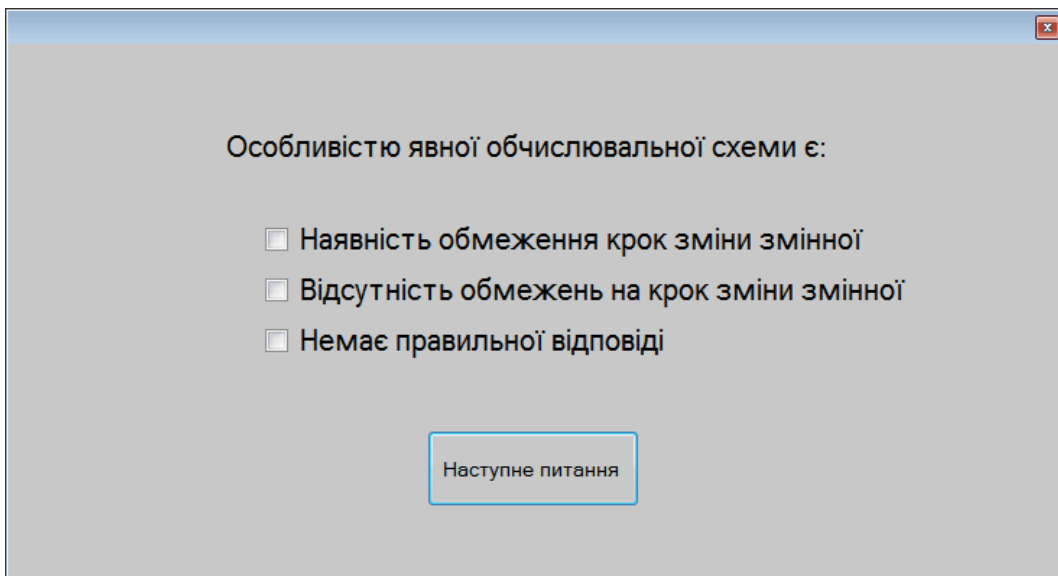
Як визначити критерій зупинки у методі Зенделя?

- ☐ Використовувати заздалегідь задану максимальну кількість ітерацій
- ☐ Припинити ітерації, коли значення змінних перестають значно змінюватися
- ☐ Продовжувати ітерації до того часу, доки досягнуто точність машинного представлення

Наступне питання

Рисунок 5.2 – питання 6.

Питання тренінгу номер 7 (рис. 5.3)



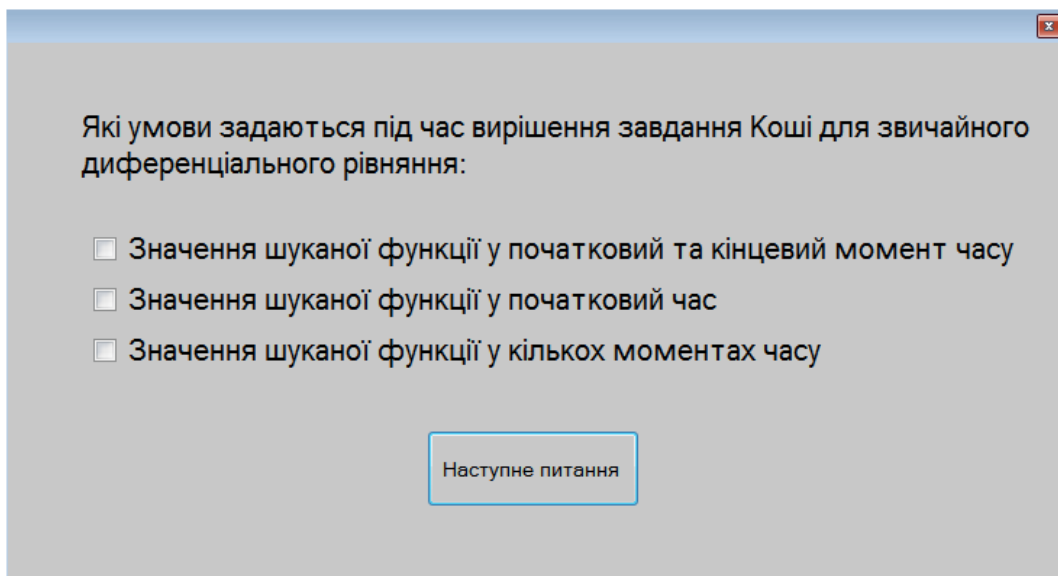
Особливістю явної обчислювальної схеми є:

- ☐ Наявність обмеження крок зміни змінної
- ☐ Відсутність обмежень на крок зміни змінної
- ☐ Немає правильної відповіді

Наступне питання

Рисунок 5.3 – питання 7.

Питання тренінгу номер 8 (рис. 5.4)



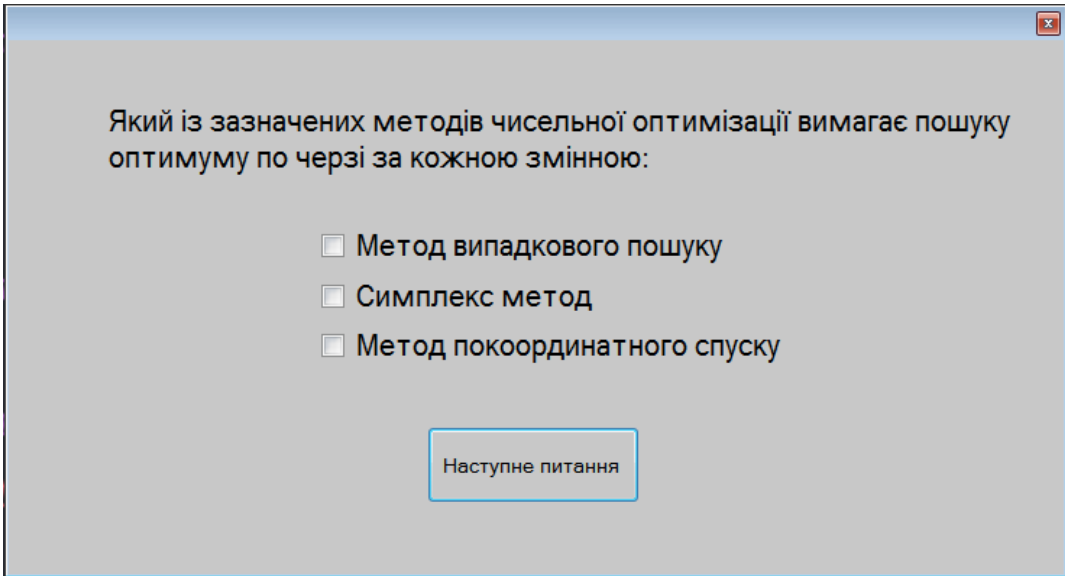
Які умови задаються під час вирішення завдання Коші для звичайного диференціального рівняння:

- ☐ Значення шуканої функції у початковий та кінцевий момент часу
- ☐ Значення шуканої функції у початковий час
- ☐ Значення шуканої функції у кількох моментах часу

Наступне питання

Рисунок 5.4 – питання 8.

Питання тренінгу номер 9 (рис. 5.5)



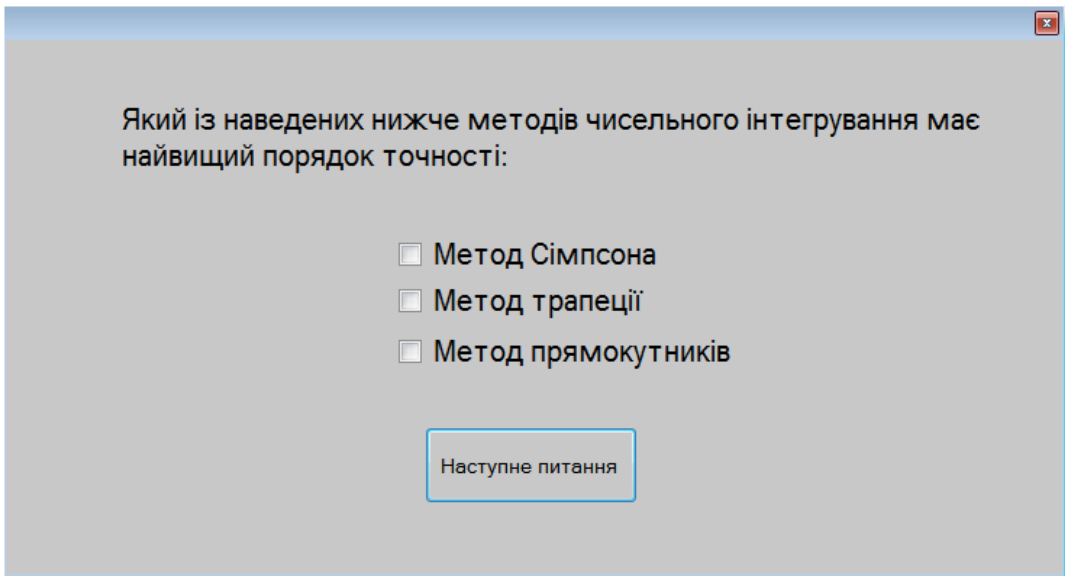
Який із зазначених методів чисельної оптимізації вимагає пошуку оптимуму по черзі за кожною змінною:

- ☐ Метод випадкового пошуку
- ☐ Симплекс метод
- ☐ Метод покоординатного спуску

Наступне питання

Рисунок 5.5 – питання 9.

Питання тренінгу номер 10 (рис. 5.6)



Який із наведених нижче методів чисельного інтегрування має найвищий порядок точності:

- ☐ Метод Сімпсона
- ☐ Метод трапеції
- ☐ Метод прямокутників

Наступне питання

Рисунок 5.6 – питання 10.

Потім після десятого питання, користувачу відкривається підсумковий крок тренажеру (рис. 5.7)

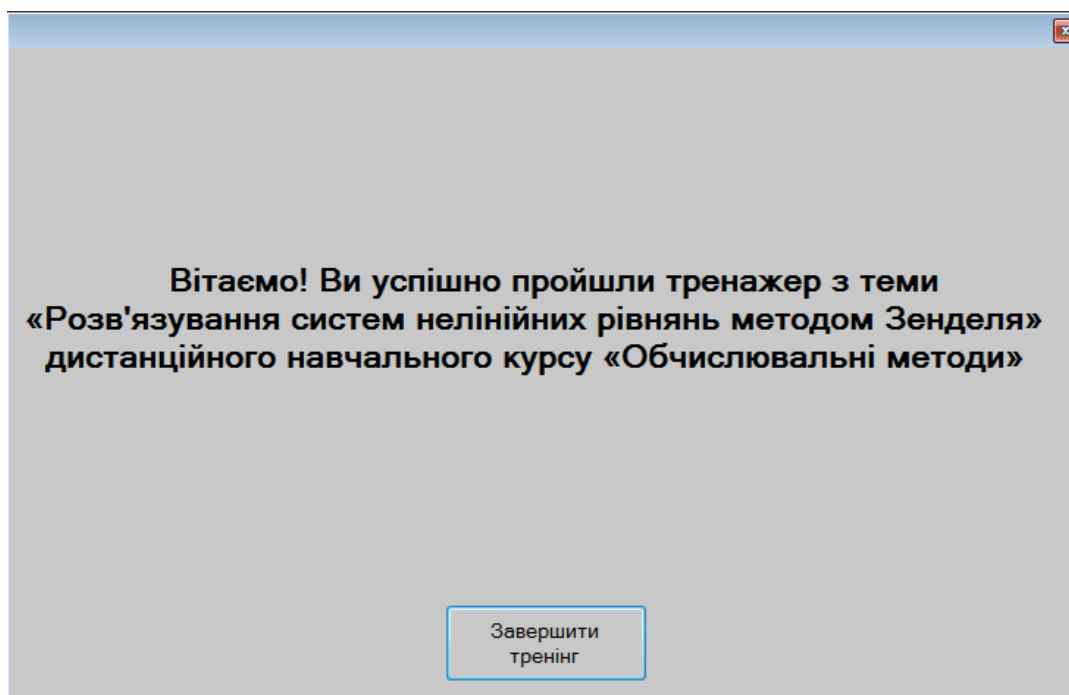


Рисунок 5.7 – Підсумковий крок.

ВИСНОВКИ

Отже, дистанційне навчання – це нова, специфічна форма навчання, дещо відмінна від звичних форм очного або заочного навчання. Вона передбачає інші засоби, методи, організаційні форми навчання, іншу форму взаємодії викладача і студента, студентів між собою. Разом із тим, як і будь-яка форма навчання, система дистанційного навчання має такий компонентний склад: цілі, обумовлені соціальним замовленням для всіх форм навчання; зміст, передбачений діючими програмами для конкретного типу навчального закладу; методи, організаційні форми, засоби навчання. Дистанційна форма навчання обумовлена специфікою використовуваної технологічної основи.

Результат розробки кваліфікаційної роботи - створений додаток тренажер з тематики «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи»

Завдання кваліфікаційної роботи виконано. Створено зручний та корисний навчальний тренажер для підготовки студентів з теми «Розв'язування систем нелінійних рівнянь методом Зенделя» дистанційного навчального курсу «Обчислювальні методи».

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Черненко О. О. Курсовий проєкт із фаху: методичні рекомендації щодо оформлення пояснювальних записок до курсового проєкту для студентів спеціальності 122 Комп'ютерні науки освітня програма «Комп'ютерні науки» ступеня бакалавра, магістра / О. О. Черненко. – Полтава : ПУЕТ, 2022. – 58 с. – 1 електрон. опт. диск (CVD-ROM).
2. Дистанційне навчання: сучасний погляд на переваги та проблеми [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://dspace.pnpu.edu.ua/bitstream/123456789/389/1/Adamova.pdf>
3. Числові методи розв'язання систем нелінійних рівнянь [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjTs4jZr978AhWHvYsKHcwpDyUQFnoECBwQAQ&url=https%3A%2F%2Flearn.ztu.edu.ua%2Fmod%2Fresource%2Fview.php%3Fid%3D48793&usg=AOvVaw0FQsLVjZnHD64UWVXs203V>
4. Microsoft Visual Studio [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Visual_Studio
5. Microsoft Visual Basic [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Visual_Basic
6. Бібліографічний запис. Бібліографічний опис. Загальні вимоги та правила складання: ДСТУ 7.1-2006. – [Чинний від 2007-07-01]. – К. : Держспоживстандарт України, 2007. – 47 с.
7. Програмування на Visual BASIC [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://kursoviks.com.ua/bd_kompyuterni/article_post/65-lektsiya-osnovi-programuvannya-movoyu-visual-basic-6-0
8. Microsoft Visual Basic 2010 Step by Step [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://books.google.com.ua/books?hl=uk&lr=&id=Ap9CAwAAQBAJ&oi=fnd&pg=>

PT18&dq=visual+basic&ots=n5NfMNuX8q&sig=8OFek2tHiXjaKynsUtD6SgQKab
Y&redir_esc=y#v=onepage&q=visual%20basic&f=false

9. Randolph Visual Studio 2010 for professionals // Randolph, Nick, Gardner, David, Minutillo, Michael, Anderson, Chris.: Trans. with English - M.: LLC "I.D. Williams", 2011. - 1184 p.
10. Halvorson M. Microsoft Visual Basic 2005. Series "Step by step" / M. Halvorson. - ECOM Publishers. - 640 p.
11. Дистанційне та змішане навчання [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.knuba.edu.ua/wp-content/uploads/2023/01/Proceedings-of-the-V-International-Conference-11-17-2022.pdf#page=306>
12. Розв'язок системи нелінійних алгебраїчних рівнянь [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.mathros.net.ua/rozvjazok-systemy-nelinijnyh-algebraichnyh-rivnjan-vykorystovujuchy-metod-zejdelja.html>
13. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://org2.knuba.edu.ua/pluginfile.php/74660/mod_folder/content/0/%D0%A2%D0%B5%D0%BC%D0%B0%203_%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B8%20%D1%80%D1%96%D0%B2%D0%BD%D1%8F%D0%BD%D1%8C.pptx?forcedownload=1
14. Розв'язання систем нелінійних рівнянь [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fksa/2kvetnyj_komp'yuterne_modelyuvannya_system_procesiv/t1/316..htm
15. Чисельні методи. Системи нелінійних рівнянь. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.youtube.com/watch?v=MEwd02t3aK4>
16. Дистанційна освіта [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://osvita.ch.ua/distanciyna_osvita/

ДОДАТОК А. КОД ПРОГРАМИ

Partial Friend Class MyApplication

```
<Global.System.Diagnostics.DebuggerStepThroughAttribute(> _
Public Sub New()
```

```
MyBase.New(Global.Microsoft.VisualBasic.ApplicationServices.AuthenticationMod
e.Windows)
```

```
Me.IsSingleInstance = false
Me.EnableVisualStyles = true
Me.SaveMySettingsOnExit = true
Me.ShutDownStyle =
```

```
Global.Microsoft.VisualBasic.ApplicationServices.ShutdownMode.AfterMainFormC
loses
```

```
End Sub
```

```
<Global.System.Diagnostics.DebuggerStepThroughAttribute(> _
Protected Overrides Sub OnCreateMainForm()
```

```
Me.MainForm = Global.WindowsApplication1.Main_screen
End Sub
```

```
End Class
```

```
End Namespace
```

```
Option Strict On
```

```
Option Explicit On
```

```
<Assembly: AssemblyTitle("WindowsApplication1")>
```

```
<Assembly: AssemblyDescription("")>
<Assembly: AssemblyCompany("")>
<Assembly: AssemblyProduct("WindowsApplication1")>
<Assembly: AssemblyCopyright("Copyright © 2022")>
<Assembly: AssemblyTrademark("")>
```

```
<Assembly: ComVisible(False)>
```

```
Option Strict On
```

```
Option Explicit On
```

```
Namespace My.Resources
```

*'This class was auto-generated by the StronglyTypedResourceBuilder
'class via a tool like ResGen or Visual Studio.*

*'To add or remove a member, edit your .ResX file then rerun ResGen
'with the /str option, or rebuild your VS project.*

```
'''<summary>
```

```
''' A strongly-typed resource class, for looking up localized strings, etc.
```

```
'''</summary>
```

```
<Global.System.CodeDom.Compiler.GeneratedCodeAttribute("System.Resources.Tools.StronglyTypedResourceBuilder", "4.0.0.0"), _
    Global.System.Diagnostics.DebuggerNonUserCodeAttribute(), _
    Global.System.Runtime.CompilerServices.CompilerGeneratedAttribute(), _
    Global.Microsoft.VisualBasic.HideModuleNameAttribute()> _
```

```
Friend Module Resources
```

```
Private resourceMan As Global.System.Resources.ResourceManager
```

Private resourceCulture As Global.System.Globalization.CultureInfo

""<summary>

"" Returns the cached ResourceManager instance used by this class.

""</summary>

<Global.System.ComponentModel.EditorBrowsableAttribute(Global.System.ComponentModel.EditorBrowsableState.Advanced)> _

Friend ReadOnly Property ResourceManager() As
Global.System.Resources.ResourceManager

Get

If Object.ReferenceEquals(resourceMan, Nothing) Then

Dim temp As Global.System.Resources.ResourceManager = New
Global.System.Resources.ResourceManager("WindowsApplication1.Resources",
GetType(Resources).Assembly)

resourceMan = temp

End If

Return resourceMan

End Get

End Property

""<summary>

"" Overrides the current thread's CurrentUICulture property for all

"" resource lookups using this strongly typed resource class.

""</summary>

<Global.System.ComponentModel.EditorBrowsableAttribute(Global.System.ComponentModel.EditorBrowsableState.Advanced)> _

Friend Property Culture() As Global.System.Globalization.CultureInfo

```
Get
    Return resourceCulture
End Get
Set(ByVal value As Global.System.Globalization.CultureInfo)
    resourceCulture = value
End Set
End Property
End Module
End Namespace
```