

**ВИЩІЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД УКООПСПЛКИ  
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»**

**НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ БІЗНЕСУ ТА СУЧАСНИХ  
ТЕХНОЛОГІЙ**

**ФОРМА НАВЧАННЯ ДЕННА  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА СОЦІАЛЬНОЇ  
ІНФОРМАТИКИ**

**Допускається до захисту**

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ О.О. Ємець

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 р.

**ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА  
ДО БАКАЛАВРСЬКОЇ РОБОТИ**

**на тему**

**СТВОРЕННЯ АЛГОРИТМУ РОБОТИ ТРЕНАЖЕРА ТА ЙОГО  
ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ДИСТАНЦІЙНОГО КУРСУ «ДИСКРЕТНА  
МАТЕМАТИКА» З ТЕМИ «АЛГЕБРАЇЧНІ СИСТЕМИ ТА ЇХ  
ВЛАСТИВОСТІ»**

**зі спеціальності 122 «Комп’ютерні науки»**

**Виконавець роботи Кучер Павло Андрійович**

\_\_\_\_\_ «\_\_\_\_» \_\_\_\_ 2021р.

**Науковий керівник к.ф.-м.н., проф., Парфьонова Тетяна Олександрівна**

\_\_\_\_\_ «\_\_\_\_» \_\_\_\_ 2021р.

**ПОЛТАВА 2021 р.**

## **РЕФЕРАТ**

**Записка:** 51 с., 53 рис., 3 додатки (на 29 сторінках), 10 джерел.

**Предмет розробки.** Програмне забезпечення тренажеру з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості» дистанційного курсу «Дискретна математика».

**Мета роботи** – алгоритмізація та створення програми для навчального тренажеру дистанційного курсу «Дискретна математика», що може використовуватись під час вивчення теми «Алгебраїчні системи та їх властивості».

**Методи розробки** – програмна реалізація тренажеру здійснена з використанням мови C++ у середовищі Borland Builder. При розв'язуванні сформульованих задач та їх алгоритмізації застосовано методи дискретної математики.

Проведено алгоритмізацію та створено програму для тренажера з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості». Задана тема в дистанційному курсі «Дискретна математика» ще не була реалізована, створені алгоритми в достатній мірі розкривають її суть. Проведено тестування програми. Все вищесказане дозволяє впровадити тренажер у навчальний процес.

**Ключові слова:** ТРЕНАЖЕР, АЛГЕБРАЇЧНІ СИСТЕМИ, ГРУПА, КІЛЬЦЕ, ПОЛЕ, НЕЙТРАЛЬНИЙ ЕЛЕМЕНТ, АЛГЕБРАЇЧНІ ОПЕРАЦІЇ.

**ЗМІСТ**

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ .....	4
ВСТУП.....	5
1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ.....	7
2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД.....	9
2.1. Деякі теоретичні матеріали з теми.....	9
2.2. Огляд існуючих програм-аналогів.....	12
3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА.....	16
3.1. Алгоритмізація компоненти «Властивості бінарних відношень».....	16
3.2. Алгоритмізація компоненти «Алгебраїчні системи».....	21
4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА.....	30
4.1. Блок-схема алгоритму .....	30
4.2. Опис програмної реалізації .....	31
4.3. Інструкція по роботі з програмою .....	32
ВИСНОВКИ.....	49
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	50
ДОДАТОК А. Блок схема.....	52
ДОДАТОК Б. Лістинг.....	55
ДОДАТОК В. Приклад 2.....	66

**ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ,  
СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ**

<b>Умовні позначення, символи, скорочення, терміни</b>	<b>Пояснення умовних позначень, символів, скорочень</b>
Алгебраїчна система $A$	– множина з визначеними на ній операціями та відношеннями $A = \langle M, O, R \rangle$ , де $M$ – не порожня множина, $O$ – сім'я алгебраїчних операцій, $R$ – сім'я відношень, заданих на множині $M$ .
Нейтральний елемент	– це елемент $e \in A$ , якщо для всіх елементів $a \in A$ справедливо: $e \circ a = a \circ e = a$ .
Симетричний ( <i>обернений, протилежний</i> ) елемент елементу $a$	– це елемент $b$ , якщо $a \circ b = b \circ a = e$ .
$\circ$ , $T$ , $\perp$	алгебраїчні операції

## ВСТУП

Впровадження інформаційно-комунікаційних технологій істотно впливають на розвиток переважної більшості галузей. Особливо використання різних електронних засобів впливає на вдосконалення дистанційної освіти (ДО). Цьому сприяють стрімке зростання рівня сучасних технічних засобів навчання. Крім того, зростає потреба у самоосвіті та самореалізації під час навчання. Для цього можна використовувати різні графічні, аудіо, відео матеріали; електронні посібники, інтерактивні програми-тренажери, контрольні тести, тощо. Всі ці засоби потрібно використовувати комплексно. Але особливу увагу слід виділити створенню тренажерів, які необхідні для підвищення рівня засвоєння знань шляхом практичного їх застосування. Розробка алгоритмів роботи тренажерів та їх програмна реалізація є актуальною особливо враховуючи сучасний стан проблем в країні, пов'язаних із введенням карантину. Виникає все більша потреба у застосуванні подібних засобів. Тема «Алгебраїчні системи та їх властивості» дистанційного курсу «Дискретна математика» також є актуальнюю. Адже розв'язуючи майже будь-яку задачу обробки даних та операції за допомогою комп'ютера виділяється множина даних та операцій над її елементами, тобто формуються визначені алгебраїчні структури [1].

Мета роботи – алгоритмізація та створення програми для навчального тренажеру дистанційного курсу «Дискретна математика», що може використовуватись під час вивчення теми «Алгебраїчні системи та їх властивості».

Для реалізації мети поставлені наступні завдання:

- Ознайомитись із методичними рекомендаціями до оформлення бакалаврської роботи та стандартами.
- Систематизувати та обробити теоретичний матеріал з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості».

- Провести аналіз тренажерів, які створені раніше та розроблені для різних навчальних дисциплін, але з однією і тією ж метою, навчити студентів застосовувати набуті теоретичні знання при розв'язуванні задач з теми.
- Побудувати алгоритми, що реалізують в тренажері обрані задачі та підготовлені відповідні запитання.
- Вибрати мову програмування для створення тренажеру.
- Після написання програми провести перевірку на коректність її роботи.

Об'єкт – інформатизація дистанційного навчання шляхом впровадження сучасних технологій.

Предмет – програмне забезпечення тренажеру з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості» дистанційного курсу «Дискретна математика».

Методами розробки є застосування основ дискретної математики, для програмної реалізації використано середовище програмування Borland Builder та мови C++.

Бакалаврська робота складається із чотирьох розділів. Перший, постановка задачі, містить умови задач, якими наповнено тренажер, сформульовано основні вимоги до тренажера, до його структури та функціональних можливостей. У другому розділі, інформаційному, описується огляд та аналіз тренажерів, які впроваджено у навчальний процес. Наступний розділ «Теоретична частина» складається із алгоритмів задач, що сформульовані у першому розділі. Останній «Практична частина» включає в себе блок-схему алгоритму, опис програмної реалізації та інструкцію по роботі з програмою.

Особистий внесок. Самостійно розроблено структуру тренажеру, сформульовано задачі та запитання в тренажері, побудовано алгоритм його роботи та здійснено програмну реалізацію.

Створено новий програмний продукт, що дотепер не був реалізований. Тренажер може бути впроваджений у дистанційний курс «Дискретна математика» Полтавського університету економіки і торгівлі.

Обсяг роботи – 80 сторінок, з них 51 стор. основна частина та 29 стор. – додатки.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Головним завданням роботи є створення алгоритму функціонування тренажера дистанційного навчального курсу «Дискретна математика» з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості», його програмна реалізація. Для цього потрібно опрацювати навчальний матеріал з даної тематики, здійснити порівняльний аналіз існуючих подібних програм з метою недопущення помилок та недоліків, а також розв'язати наступні задачі:

- На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

Завдання: перевірити властивість асоціативності, перевірити властивість комутативності, знайти нейтральний елемент, знайти симетричний елемент.

- На множині  $A = \{a, b, c\}$  задані дві операції наступними таблицями:

+	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

$\times$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	c	c

Показати, що  $A$  із заданими операціями утворюють комутативне тіло (поле).

Очевидно, що крім безпосередньої реалізації розв'язку цих задач доцільно доповнити його рядом запитань, які допоможуть користувачу швидше отримати правильні рішення. Важливим етапом є побудова алгоритму роботи тренажера.

При цьому необхідно пам'ятати про головну ціль тренажера, а саме про те, що він має переважно навчальну, а не контролючу функцію. Тому порядок та формулювання запитань мають допомагати, а не контролювати чи заплутувати студента. Контроль має бути в тому, чи правильні відповіді обирає користувач. Програма має реагувати на помилки появою додаткових повідомлень, які містять або ж правильні відповіді, або ж рекомендації, які допоможуть швидше їх отримати. Всі умови, запитання, інтерфейс програми мають бути зрозумілими, логічними та приємними для сприймання.

Структурно тренажер можна поділити на дві категорії:

- 1) Властивості бінарних відношень.
- 2) Алгебраїчні системи.

Розділ «Властивості бінарних відношень» містить крім реалізації першої задачі теоретичні запитання, що стосуються властивостей комутативності, асоціативності, дистрибутивності, існування нейтрального та симетричного елементу.

Розділ «Алгебраїчні системи» реалізує розв'язок другої задачі, в якій здійснюється перевірка того, що множина із заданими операціями є полем. При цьому доречно попередньо згадати означення поля.

Для реалізації тренажеру можна використати середовище програмування Borland Builder та мову C++, що дасть можливість впроваджувати його на платформі MOODLE.

## 2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД

### 2.1. Деякі теоретичні матеріали з теми

Розглянемо властивості бінарних операцій на множині  $A$ , які будемо позначати  $\circ$ ,  $T$ ,  $\perp$ . Якщо пишуть  $a \perp b = c$ ,  $aTb = d$ ,  $a \circ b = e$ , то  $a, b$  називають операндами,  $c, d, e$  – результатами операції;  $a, b, c, d, e \in A$ .

Операції на множині  $A$  можуть мати деякі спільні властивості:

- комутативність  $a \circ b = b \circ a$  ;
- асоціативність  $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$ ;
- дистрибутивність зліва  $(aTb) \perp c = (a \perp c)T(b \perp c)$  та справа  $c \perp (aTb) = (c \perp a)T(c \perp b)$ .

Елемент  $e \in A$  називається нейтральним, якщо для всіх елементів  $a \in A$  справедливо:  $e \circ a = a \circ e = a$ .

Нехай множина  $A$  має нейтральний елемент  $e$  відносно операції  $\circ$ . Елемент  $b$  називається *симетричним (оберненим, протилежним)* елементу  $a$ , якщо  $a \circ b = b \circ a = e$ .

Властивості операцій можна представити у двох формах. В *адитивній* операції  $\circ$  ( $T$ ) записується символом *додавання* (+), у *мультиплікативній* операції  $\circ$  ( $\perp$ ) зображується *символом множення* ( $\cdot$ ), який у записах можна опускати. Якщо в множині визначено дві операції, то першу, як правило, вважають *адитивною*, а другу – *мультиплікативною*.

Для *адитивної* операції нейтральний елемент позначається 0 і називається *нулем*, а *симетричний* до  $a$  позначається  $(-a)$  і називається *протилежним*. У *мультиплікативній* – нейтральний елемент позначається 1 та називається *одиницею*, а *симетричний* до  $a$  позначається  $a^{-1}$  і називається *оберненим*.

**Означення 1.** Алгебраїчною системою  $A$  називається множина з визначеними на ній операціями та відношеннями  $A = \langle M, O, R \rangle$ , де  $M$  – не

порожня множина,  $O$  – сім'я алгебраїчних операцій,  $R$  – сім'я відношень, заданих на множині  $M$ .

Множина з системою визначених на ній алгебраїчних операцій називається універсальною алгеброю, тобто якщо  $R = \emptyset$ , то  $A = \langle M, O, \emptyset \rangle$  – універсальна алгебра. Множину  $M$  називають носієм, а  $O$  – сигнатурою.

Якщо  $O = \emptyset$ , то  $A = \langle M, \emptyset, R \rangle$  – називають *реляційною системою* (або *моделлю*).

**Означення 2.** Алгеброю множин називають непорожню сукупність  $M(I)$  підмножин деякої множини  $I$ , замкнену відносно теоретико-множинних операцій (об'єднання, перерізу, заперечення), які виконуються скінченну кількість разів.

Алгебра множин – це  $\langle M(I), \cap, \cup, \bar{\phantom{x}}, \emptyset, I \rangle$   $\langle M(I), \cap, \cup, \bar{\phantom{x}}, \emptyset, I \rangle$ , де  $M(I)$  – носій, а  $\{\cap, \cup, \bar{\phantom{x}}, \emptyset, I\}$  – сигнатура;  $\cap, \cup$  – бінарні,  $\bar{\phantom{x}}$  – унарна,  $\emptyset, I$  – нульарні операції у цій сигнатурі.

Деякі найбільш важливі з алгебраїчних систем наведено в [3, стор.92-93].

Класичними прикладами алгебраїчних систем є групи, кільця, векторні простори, лінійні алгебри, лінійно впорядковані групи, решітки. Розглянемо деякі з них.

**Означення 3.** Кільцем називається непорожня множина  $K$  (довільної природи), для якої означені дві бінарні операції: додавання (позначається  $+$ ), множення (позначається точкою, яка опускається), що задовольняють аксіоми для всіх  $a, b, c \in K$ : комутативність додавання; асоціативність додавання; обортність додавання (можливість «віднімання»): рівняння  $a + x = b$  має єдиний розв'язок  $x = b - a \in K$ , дистрибутивність множення відносно додавання.

У кільці може бути відсутня асоціативність множення (*неасоціативні кільця*) та комутативність множення (*некомутативні кільця*).

**Означення 4.** Поле – це множина  $P$ , що має принаймні два елементи, у якій задані дві бінарні операції – додавання (+) та множення ( $\cdot$ ), обидві асоціативні й комутативні, пов'язані між собою законом дистрибутивності, тобто для всіх  $a, b, c \in P$  виконується: комутативність;

асоціативність; дистрибутивність множення відносно додавання; крім цього, в  $\Pi$  вимагається: існування нульового елемента  $0$  (нуля), тобто елемента, для якого  $0+a=a$ , для всіх  $a \in \Pi$ ; існування протилежного елемента (позначається  $-a$ ), тобто такого елемента, що  $(-a)+a=0$ ; існування одиничного елемента  $e$  (одиниці), тобто такого елемента  $e$ , що для всіх  $a \in \Pi$  виконується  $ae=a$ ; існування для кожного ненульового елемента оберненого ( $a^{-1}$ ), тобто такого, що  $a^{-1}a=e$ .

## 2.2. Огляд існуючих програм-аналогів

Під час пошуку в мережі програм-тренажерів було виявлено багато різних варіантів тестів, тренажерів, електронних засобів навчання, але здебільшого ці програми створені засобами пакету MsOffice і стосуються шкільної програми. Набагато складніше знайти спеціалізоване програмне забезпечення для вищої школи. Причинами цього можуть бути специфіка та складність розробки такого ПЗ, яке має чітке цільове призначення; достатній фаховий рівень розробника, адже вимагається логічно структурувати матеріал для кращого його розуміння. Переважно доступ до подібних програм в мережі обмежений. Але це не означає, що робота по створенню тренажерів не проводиться. На даний момент розроблено багато комп'ютерних тренажерів з різних дисциплін в різних навчальних закладах. Зокрема, в Полтавському університеті економіки і торгівлі впроваджено тренажери майже з усіх дисциплін, розроблені студентами кафедри ММСІ в рамках виконання кваліфікаційних робіт [3-4]. Виконаємо огляд деяких тренажерів.

Розглянемо тренажер «Пропедевтичний курс», розроблений викладачами Одеського національного політехнічного університету [5]. Головна мета даного тренажеру – засвоєння навчальних дисциплін природничо-наукового циклу, що викладаються на нерідній (російській чи українській) мові студентам-іноземцям. Матеріал тренажеру умовно поділено на п'ять занять, кожне з яких містить розділи: «Читання», «Переклад», «Завдання», «Вимова» (рис.2.1-2.2).

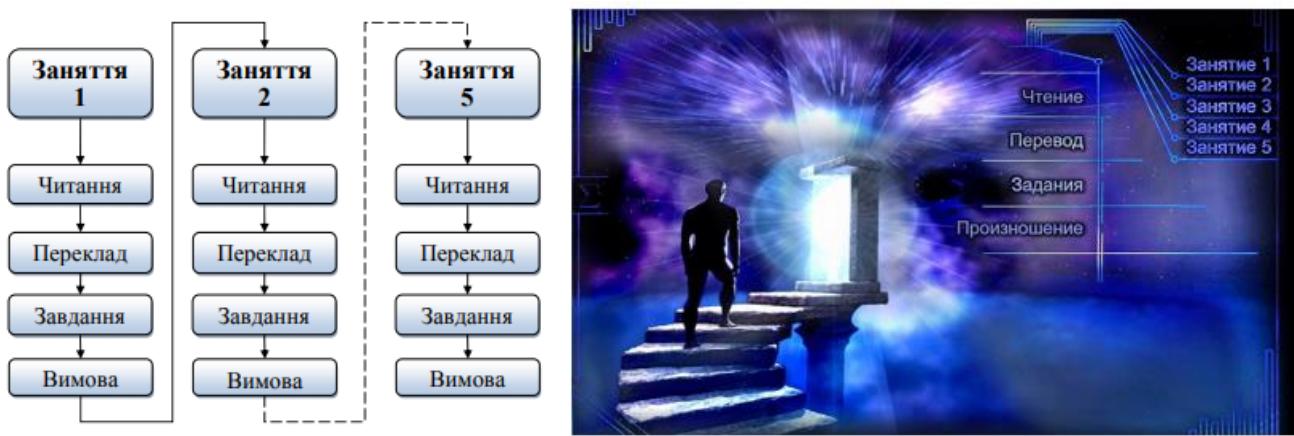


Рис. 2.1 – Блок-схема та головне меню  
програми-тренажера «Пропедевтичний курс»

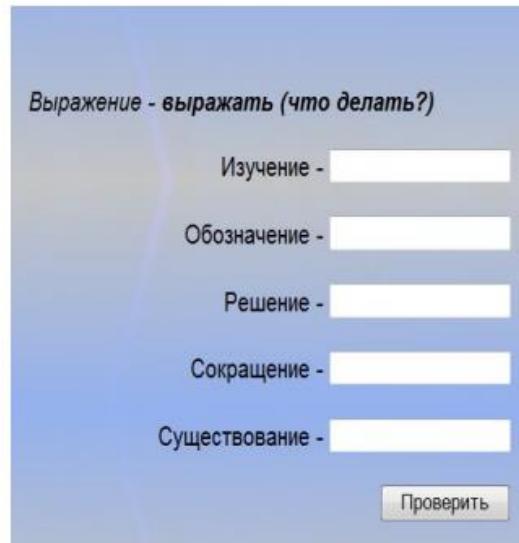


Рис. 2.2 – Фрагмент розділу «Завдання»

Використовуючи програму-тренажер «Пропедевтичний курс», студенти отримують навички користування програмами, орієнтування у меню, відпрацьовують методи роботи з українською клавіатурою, пошуку та обробки потрібної інформації. Створений програмний продукт спрямований на закріплення активізованого матеріалу щодо закріплення конструкцій, а також на формування мовних навичок, зокрема оволодіння правильною вимовою, а також допомагає розвивати фонетичний слух, правильну мовну артикуляцію.

Слід відмітити гнучкість в локалізації. Це стосується як розміщення програмного продукту так і доступу до нього.

Студентом Сумського державного університету кафедри комп'ютерних наук Дувановим С.С. розроблено «Інтерактивний додаток для вивчення побудови геометричних примітивів з курсу «Комп'ютерна графіка»». Тренажер розроблено у вигляді веб-додатку на основі фреймворку для тренажерів дистанційного середовища навчання університету СумДУ.

Першочергово було створено логотип тренажеру в програмі Adobe Illustrator та задано дані у файлах конфігурації тренажеру (назва тренажеру, інформація про розробника). Також було змінено початкові css-стилі елементів інтерфейсу (змінився зовнішній вигляд кнопок, оформлення поточного розділу в панелі зверху та деяких інших елементів) [6].

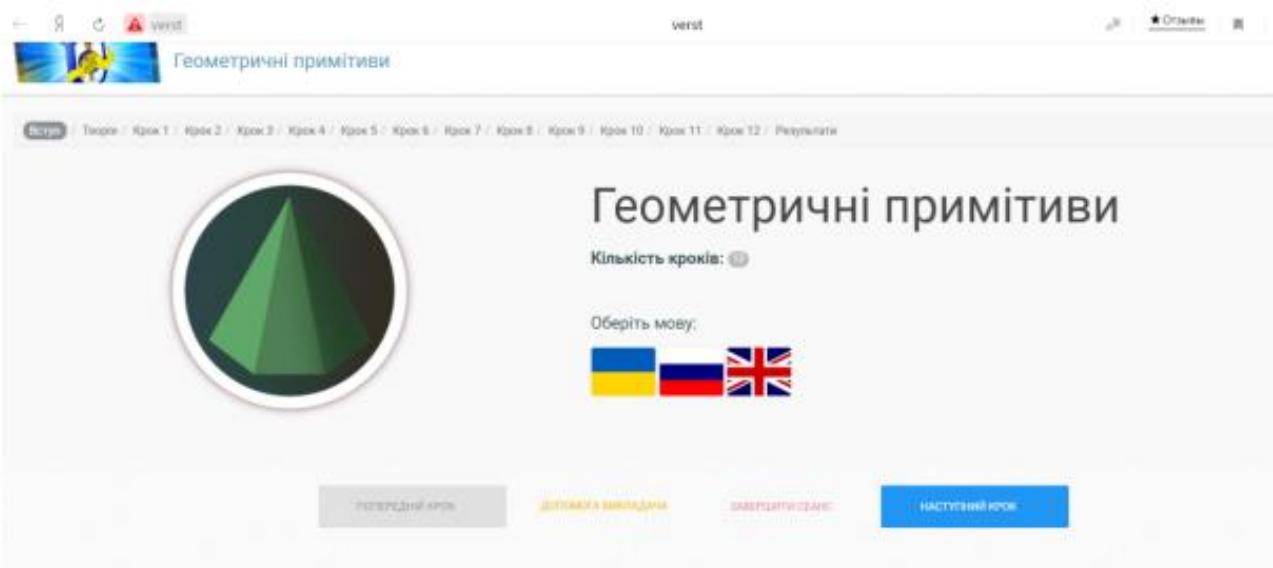


Рис. 2.3 – Стартове вікно тренажера з «Комп'ютерної графіки»

Переважно кожен рисунок із фігурами, що складають теоретичний блок, містить підказки з кодом функцій OpenGL, а також її параметрами, які задавались при побудові примітиву в середовищі розробки Visual Studio 2010.

Усі зображення з фігурами в теорії та наступних завданнях були створені шляхом компіляції коду функцій OpenGL в середовищі Visual Studio 2010 C++.

Програма реагує на помилкові відповіді, двічі з'являється повідомлення про помилку, а за третім разом користувачу надається рекомендація опрацювати теоретичний матеріал. Тобто тренажер не містить ніяких рекомендацій і правильних відповідей щодо рішення тієї чи іншої задачі. Для деяких назв

обрано невдалі шрифти, їх колір та розмір. Але перевагою є можливість проходження тренажеру на трьох мовах, що розширює коло його використання.

Студенткою Сумського державного університету кафедри комп’ютерних наук Пономарьовою А.Є. розроблено «Онлайн-тренажер з вивчення властивостей CSS» (рис.2.4). Для створення даного тренажеру були використані наступні технології: HTML та CSS, JavaScript, PHP, MySQL, AJAX [7].

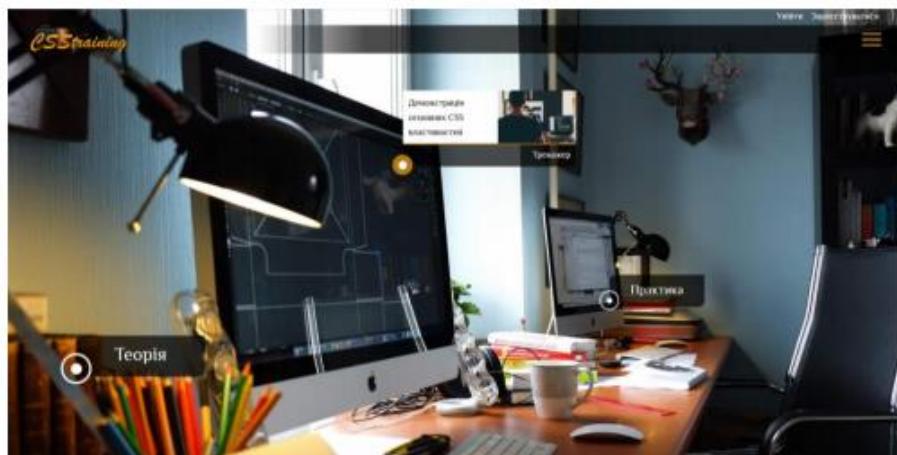


Рис. 2.4 – Головна сторінка онлайн-тренажеру Пономарьової А.Є.

Меню онлайн-тренажеру містить наступні сторінки: «Теорія», «Тренажер», «Практика». Перша сторінка надає можливість студенту звернутись до теоретичного матеріалу в разі необхідності. Розділ «Тренажер» містить слайди, які присвячені окремим, тематично об’єднаним групам CSS правил.

Також на кожній сторінці розділу «Тренажер» реалізована система, яка дозволяє, не переходячи в іншу вкладку, прочитати коротку довідку про одне з CSS-правил. Для цього користувачу достатньо натиснути на назву потрібної властивості, після чого стає доступним вікно з коротким описом (рис.2.5).

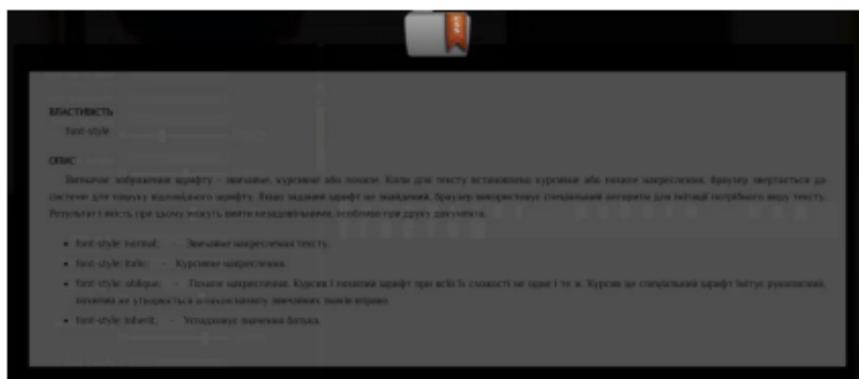


Рис. 2.5 – Вікно з інформацією про обрану властивість

У розділі «Практика» кожен слайд – це тематично об'єднані приклади, а кожен пункт меню – це окремий приклад.

Для створення наступного тренажера було обрано мову програмування C++ та середовище Borland Builder (рис.2.6). Тренажер складається з трьох тем. Перша тема містить два приклади; друга – 3 приклади, третя – один приклад.

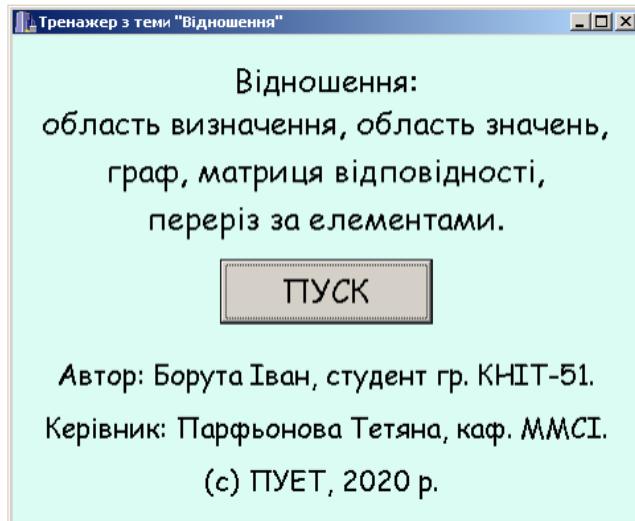


Рис. 2.6 – Стартова сторінка тренажера студента ПУЕТ Борути І.В.

Тренажер передбачає перевірку коректності відповідей та надає відповідні рекомендації в разі помилки, має зручний та зрозумілий інтерфейс.

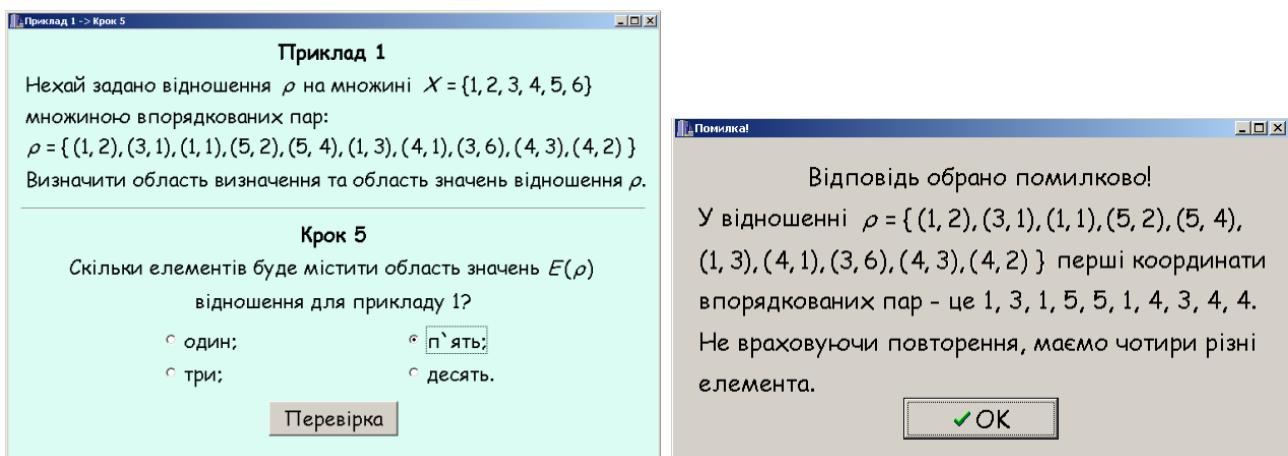


Рис. 2.7 – Сторінки із завданням та з повідомленням про помилку тренажера студента ПУЕТ Борути І.В.

Доцільним було б створення тренажера на англійській мові, так як на спеціальності «Комп’ютерні науки» ПУЕТ навчаються іноземні студенти та вивчають курс «Дискретна математика».

### 3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

#### **3.1. Алгоритмізація компоненти «Властивості бінарних відношень»**

**1 крок.** На екрані:

Нехай задано  $a \perp b = c$ ,  $aTb = d$ ,  $a \circ b = e$ .

Встановити відповідність:

$\perp, T, \circ$  –  $\boxed{*}$ ,  $a, b$  –  $\boxed{*}$ ,  $c, d, e$  –  $\boxed{*}$ .

Тут  $\boxed{*}$  – випадаюче вікно, що містить перелік:

- операнди,
- результати операцій,
- бінарні операції.

*Правильна відповідь:*

$\perp, T, \circ$  – бінарні операції,  $a, b$  – операнди,  $c, d, e$  – результати операцій.

**2 крок.** На екрані:

Операції на множині  $A$  можуть мати наступні властивості:

$$a \circ b = b \circ a - \boxed{*}$$

$$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c) - \boxed{*}$$

$$c \perp (aTb) = (c \perp a)T(c \perp b) - \boxed{*}$$

$$(aTb) \perp c = (a \perp c)T(b \perp c) - \boxed{*}$$

Тут  $\boxed{*}$  – випадаюче вікно, що містить перелік:

- дистрибутивність зліва,
- дистрибутивність справа,
- асоціативність,
- комутативність.

*Правильна відповідь:*

$a \circ b = b \circ a$  – комутативність,

$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$  – асоціативність,

$c \perp (aTb) = (c \perp a)T(c \perp b)$  – дистрибутивність справа,

$(aTb) \perp c = (a \perp c)T(b \perp c)$  – дистрибутивність зліва.

### 3 крок. На екрані:

Елемент  $e \in A$  називається нейтральним, якщо для всіх елементів  $a \in A$  справедливо:

- $a \circ b = b \circ a \neq e$ ,
- $e \circ a = a \circ e = a$ ,
- $e \circ a = a \circ e = e$ ,
- $a \circ b = b \circ a = e$ .

Повідомлення про помилку: «Елемент  $e \in A$  називається нейтральним, якщо для всіх елементів  $a \in A$  справедливо  $e \circ a = a \circ e = a$ .».

### 4 крок. На екрані:

Нехай множина  $A$  має нейтральний елемент  $e$  відносно операції  $\circ$ .

Елемент  $b$  називається симетричним (оберненим, протилежним) елементу  $a$ , якщо:

$$- a \circ b = b \circ a \neq e, \quad - e \circ a = a \circ e = a, \quad - e \circ a = a \circ b = e, \quad - \underline{a \circ b = b \circ a = e}.$$

Повідомлення про помилку: «Нехай множина  $A$  має нейтральний елемент  $e$  відносно операції  $\circ$ . Елемент  $b$  називається симетричним (оберненим, протилежним) елементу  $a$ , якщо  $a \circ b = b \circ a = e$ .».

**5 крок.** На екрані умова задачі, яка є постійно доступною під час розв'язування:

На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

Завдання:

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

Розв'язання:

- 1) Перевіримо асоціативність.

$$(aTb)Tc = aT(bTc) \Rightarrow \boxed{1}Tc = aT\boxed{2} \Rightarrow \boxed{3} = \boxed{4}.$$

Користувачу необхідно одну за одною заповнити клітини (кожна наступна стає активною після заповнення попередньої).

Повідомлення в разі неправильної відповіді:

Для клітини 1 – «За таблицею знайдемо  $aTb$ . На перетині першого рядка (позначеного  $a$ ) та другого стовпця (позначеного  $b$ ) знаходиться елемент  $c$ . Тому  $aTb = c$ . Отже,  $(aTb)Tc = cTc$ .».

Для клітини 2 – «За таблицею знайдемо  $bTc$ . На перетині другого рядка (позначеного  $b$ ) та третього стовпця (позначеного  $c$ ) є елемент  $b$ . Тому  $bTc = b$ . Отже,  $aT(bTc) = aTb$ .».

Для клітини 3 – «За таблицею знайдемо  $cTc$ . На перетині третього рядка (позначеного  $c$ ) та третього стовпця (позначеного  $c$ ) є елемент  $c$ . Тому  $cTc = c$ .».

Для клітини 4 – «За таблицею знайдемо  $aTb$ . На перетині першого рядка (позначеного  $a$ ) та другого стовпця (позначеного  $b$ ) є елемент  $c$ . Тому  $aTb = c$ .».

Правильна відповідь:  $(aTb)Tc = aT(bTc) \Rightarrow cTc = aTb \Rightarrow c = c$ .

Далі на екрані: Перевіримо

$$(aTc)Tb = aT(cTb) \Rightarrow \boxed{5} = \boxed{6}.$$

Користувач вводе значення у комірки 5 та 6. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (aTc)Tb = aT(cTb) \Rightarrow aTb = aTb \Rightarrow c = c \rangle.$$

$$(bTa)Tc = bT(aTc) \Rightarrow \boxed{7} = \boxed{8}.$$

Користувач вводе значення у комірки 7 та 8. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (bTa)Tc = bT(aTc) \Rightarrow cTc = bTa \Rightarrow c = c .\rangle\rangle.$$

$$(bTc)Ta = bT(cTa) \Rightarrow \boxed{9} = \boxed{10}.$$

Користувач вводе значення у комірки 9 та 10. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (bTc)Ta = bT(cTa) \Rightarrow bTa = bTa \Rightarrow c = c .\rangle\rangle.$$

$$(cTa)Tb = cT(aTb) \Rightarrow \boxed{11} = \boxed{12}.$$

Користувач вводе значення у комірки 11 та 12. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (cTa)Tb = cT(aTb) \Rightarrow aTb = cTc \Rightarrow c = c .\rangle\rangle.$$

$$(cTb)Ta = cT(bTa) \Rightarrow \boxed{13} = \boxed{14}.$$

Користувач вводе значення у комірки 13 та 14. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (cTb)Ta = cT(bTa) \Rightarrow bTa = cTc \Rightarrow c = c .\rangle\rangle.$$

Відповідь на екрані: асоціативність виконується.

**6 крок.** На екрані:

2) Перевіримо комутативність.

$$aTc = cTa \Rightarrow \boxed{15} = \boxed{16}.$$

Користувач вводе значення у комірки 15 та 16. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle aTc = cTa \Rightarrow a = a .\rangle\rangle.$$

$$aTb = bTa \Rightarrow \boxed{17} = \boxed{18}.$$

Користувач вводе значення у комірки 17 та 18. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle aTb = bTa \Rightarrow c = c .\rangle\rangle.$$

$$bTc = cTb \Rightarrow \boxed{19} = \boxed{20}.$$

Користувач вводе значення у комірки 19 та 20. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

« $bTc = cTb \Rightarrow b = b$ .».

Відповідь на екрані: комутативність виконується.

**7 крок.** На екрані:

3) Знайдемо нейтральний елемент, тобто такий елемент  $e$ , для якого виконується

$$eTa = aTe = a, eTb = bTe = b, eTc = cTe = c.$$

Нейтральним елементом є

-  $a$       -  $b$       -  $c$       - нейтрального елементу не існує.

Користувач вибирає відповідь. В разі помилки:

«Умова  $eTa = a$  виконується для елемента  $c$ , тобто  $cTa = a$ . Умова  $aTe = a$  виконується для елемента  $c$ , тобто  $aTc = a$ . Далі треба перевірити, чи є елемент  $c$  нейтральним для  $b$  та  $c$ . Повторіть спробу вибору.».

Користувачу надається можливість повторного вибору. В разі помилки: «Умови  $cTb = bTc = b$  та  $cTc = c$  виконуються. Тому  $c$  – нейтральний елемент.».

**8 крок.** На екрані:

4) Так як нейтральний елемент існує ( $c$ ), то знайдемо симетричний елемент, тобто такий елемент  $x$ , для якого виконується  $aTx = xTa = c$ ,  $bTx = xTb = c$ ,  $cTx = xTc = c$ .

Симетричний елемент для елемента  $a$  – .

Симетричний елемент для елемента  $b$  – .

Симетричний елемент для елемента  $c$  – .

Після заповнення всіх клітин здійснюється перевірка і в разі помилки з'являється повідомлення:

«Симетричним елементом для елемента  $a$  є  $b$ , так як  $aTb = bTa = c$ .

Симетричним елементом для елемента  $b$  є  $a$ , так як  $bTa = aTb = c$ .

Симетричним елементом для елемента  $c$  є  $c$ , так як  $cTc = c$ .»

Алгоритм завершено.

### 3.2. Алгоритмізація компоненти «Алгебраїчні системи»

**1 крок.** На екрані запитання:

Алгебраїчною системою  $A$  називається

- відображення  $\omega: A^n = A \times A \times \dots \times A \rightarrow A$ .
- множина з визначеними на ній операціями та відношеннями  $A = \langle M, O, R \rangle$ , де  $M$  – непорожня множина,  $O$  – сім'я алгебраїчних операцій,  $R$  – сім'я відношень, заданих на множині  $M$ .
- непорожня сукупність підмножин деякої множини, замкнена відносно теоретико-множинних операцій (об'єднання, перерізу, заперечення), які виконуються скінчуно кількість разів.

Правильна відповідь: «Алгебраїчною системою  $A$  називається множина з визначеними на ній операціями та відношеннями  $A = \langle M, O, R \rangle$ , де  $M$  – непорожня множина,  $O$  – сім'я алгебраїчних операцій,  $R$  – сім'я відношень, заданих на множині  $M$ .

**2 крок.** На екрані запитання:

На екрані умова задачі, яка є постійно доступною під час розв'язування:

На множині  $A = \{a, b, c\}$  задані дві операції наступними таблицями:

Показати, що  $A$  із заданими операціями утворюють комутативне тіло (поле).

Виберіть правильні властивості, що справедливі для означення поля.

+	$a$	$b$	$c$
$a$	$b$	$c$	$a$
$b$	$c$	$a$	$b$
$c$	$a$	$b$	$c$

$\times$	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$b$	$c$
$b$	$b$	$a$	$c$
$c$	$c$	$c$	$c$

Множина  $\Pi$ , що має принаймні два елементи, у якій задані дві бінарні операції – додавання ( $+$ ) та множення ( $\cdot$ ), обидві асоціативні й комутативні,

пов'язані між собою законом дистрибутивності, тобто для всіх  $a, b, c \in \Pi$  виконується

- $\underline{a+b=b+a}$
- $\underline{a \cdot b = b \cdot a}$
- $\underline{a+(b+c)=(a+b)+c}$
- $\underline{a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c}$
- $\underline{a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c}$
- $\underline{a+(bc)=(a+b) \cdot (a+c)}$
- існування нульового елемента  $0$  (нуля), тобто елемента, для якого  $\underline{a+0=a}$  для всіх  $a \in \Pi$
- існування протилежного елемента (позначається  $-a$ ), тобто такого елемента, що  $\underline{(-a)+a=0}$
- існування одиничного елемента  $e$  (одиниці), тобто такого елемента  $e$ , що для всіх  $a \in \Pi$  виконується  $\underline{a \cdot e = a}$ .
- існування для кожного ненульового елемента оберненого ( $a^{-1}$ ), тобто такого, що  $\underline{a^{-1} \cdot a = e}$
- $\underline{a+a \cdot b = a}$

Повідомлення про помилку:

«Множина  $\Pi$ , що має принаймні два елементи, у якій задані дві бінарні операції – додавання (+) та множення ( $\cdot$ ), обидві асоціативні й комутативні, пов'язані між собою законом дистрибутивності, тобто для всіх  $a, b, c \in \Pi$  виконується

комутативність додавання  $a+b=b+a$  та множення  $a \cdot b = b \cdot a$ ,

асоціативність  $a+(b+c)=(a+b)+c$  та  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ ,

дистрибутивність множення відносно додавання  $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ ,

існування нульового елемента 0 (нуля), тобто елемента, для якого  $a+0=a$  для всіх  $a \in \Pi$ ;

існування протилежного елемента (позначається  $-a$ ), тобто такого елемента, що  $(-a)+a=0$ ;

існування одиничного елемента  $e$  (одиниці), тобто такого елемента  $e$ , що для всіх  $a \in \Pi$  виконується  $a \cdot e = a$ ;

існування для кожного ненульового елемента оберненого ( $a^{-1}$ ), тобто такого, що  $a^{-1} \cdot a = e$ .»

**3 крок.** На екрані:

Перевіримо асоціативність додавання:

$$(a+b)+c = a+(b+c) \Rightarrow [1] = [2].$$

Користувач вводе значення у комірки 1 та 2. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (a+b)+c = a+(b+c) \Rightarrow c+c = a+b \Rightarrow c=c \rangle\rangle.$$

$$(a+c)+b = a+(c+b) \Rightarrow [3] = [4].$$

Користувач вводе значення у комірки 3 та 4. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (a+c)+b = a+(c+b) \Rightarrow a+b = a+b \Rightarrow c=c \rangle\rangle.$$

$$(b+a)+c = b+(a+c) \Rightarrow [5] = [6].$$

Користувач вводе значення у комірки 5 та 6. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (b+a)+c = b+(a+c) \Rightarrow c+c = b+a \Rightarrow c=c \rangle\rangle.$$

$$(b+c)+a = b+(c+a) \Rightarrow [7] = [8].$$

Користувач вводе значення у комірки 7 та 8. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (b+c)+a = b+(c+a) \Rightarrow b+a = b+a \Rightarrow c=c \rangle\rangle.$$

$$(c+a)+b = c+(a+b) \Rightarrow [9] = [10].$$

Користувач вводе значення у комірки 9 та 10. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (c+a)+b=c+(a+b) \Rightarrow a+b=c+c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

$$(c+b)+a=c+(b+a) \Rightarrow \boxed{11}=\boxed{12}.$$

Користувач вводе значення у комірки 12 та 12. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (c+b)+a=c+(b+a) \Rightarrow b+a=c+c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

Відповідь на екрані: асоціативність додавання виконується.

**4 крок.** На екрані:

Перевіримо асоціативність множення:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \Rightarrow \boxed{1}=\boxed{2}.$$

Користувач вводе значення у комірки 1 та 2. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \Rightarrow b \cdot c = a \cdot c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

$$(a \cdot c) \cdot b = a \cdot (c \cdot b) \Rightarrow \boxed{3}=\boxed{4}.$$

Користувач вводе значення у комірки 3 та 4. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (a \cdot c) \cdot b = a \cdot (c \cdot b) \Rightarrow c \cdot b = a \cdot c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

$$(b \cdot a) \cdot c = b \cdot (a \cdot c) \Rightarrow \boxed{7}=\boxed{8}.$$

Користувач вводе значення у комірки 7 та 8. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (b \cdot a) \cdot c = b \cdot (a \cdot c) \Rightarrow b \cdot c = b \cdot c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

$$(b \cdot c) \cdot a = b \cdot (c \cdot a) \Rightarrow \boxed{9}=\boxed{10}.$$

Користувач вводе значення у комірки 9 та 10. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle (b \cdot c) \cdot a = b \cdot (c \cdot a) \Rightarrow c \cdot a = b \cdot c \Rightarrow c=c . \rangle.$$

$$(c \cdot a) \cdot b = c \cdot (a \cdot b) \Rightarrow \boxed{11}=\boxed{12}.$$

Користувач вводе значення у комірки 11 та 12. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (c \cdot a) \cdot b = c \cdot (a \cdot b) \Rightarrow c \cdot b = c \cdot b \Rightarrow c = c . \rangle\rangle.$$

$$(c \cdot b) \cdot a = c \cdot (b \cdot a) \Rightarrow \boxed{13} = \boxed{14}.$$

Користувач вводе значення у комірки 13 та 14. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle (c \cdot b) \cdot a = c \cdot (b \cdot a) \Rightarrow c \cdot a = c \cdot b \Rightarrow c = c . \rangle\rangle.$$

Відповідь на екрані: асоціативність множення виконується.

**5 крок.** На екрані:

Перевіримо дистрибутивність множення відносно додавання:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \Rightarrow \boxed{1} = \boxed{2}.$$

Користувач вводе значення у комірки 1 та 2. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \Rightarrow a \cdot b = b + c \Rightarrow b = b . \rangle\rangle.$$

$$a \cdot (c + b) = a \cdot c + a \cdot b \Rightarrow \boxed{3} = \boxed{4}.$$

Користувач вводе значення у комірки 3 та 4. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle a \cdot (c + b) = a \cdot c + a \cdot b \Rightarrow a \cdot b = c + b \Rightarrow b = b . \rangle\rangle.$$

$$b \cdot (a + c) = b \cdot a + b \cdot c \Rightarrow \boxed{5} = \boxed{6}.$$

Користувач вводе значення у комірки 5 та 6. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle b \cdot (a + c) = b \cdot a + b \cdot c \Rightarrow b \cdot a = b + c \Rightarrow b = b . \rangle\rangle.$$

$$b \cdot (c + a) = b \cdot c + b \cdot a \Rightarrow \boxed{7} = \boxed{8}.$$

Користувач вводе значення у комірки 7 та 8. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle b \cdot (c + a) = b \cdot c + b \cdot a \Rightarrow b \cdot a = c + b \Rightarrow b = b . \rangle\rangle.$$

$$c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b \Rightarrow \boxed{9} = \boxed{10}.$$

Користувач вводе значення у комірки 9 та 10. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b \Rightarrow c \cdot c = c + c \Rightarrow c = c . \rangle\rangle.$$

$$c \cdot (b + a) = c \cdot b + c \cdot a \Rightarrow \boxed{11} = \boxed{12}.$$

Користувач вводе значення у комірки 11 та 12. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення:

$$\langle\langle c \cdot (b + a) = c \cdot b + c \cdot a \Rightarrow c \cdot c = c + c \Rightarrow c = c . \rangle\rangle.$$

Відповідь на екрані: дистрибутивність множення відносно додавання виконується.

### **6 крок.** На еcranі:

Перевіримо комутативність додавання.

$$a + c = c + a \Rightarrow \boxed{1} = \boxed{2}.$$

Користувач вводе значення у комірки 1 та 2. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $a + c = c + a \Rightarrow a = a .$ ».

$$a + b = b + a \Rightarrow \boxed{3} = \boxed{4}.$$

Користувач вводе значення у комірки 3 та 4. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $a + b = b + a \Rightarrow c = c .$ ».

$$b + c = c + b \Rightarrow \boxed{5} = \boxed{6}.$$

Користувач вводе значення у комірки 5 та 6. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $b + c = c + b \Rightarrow b = b .$ ».

Відповідь на екрані: комутативність додавання виконується.

### **7 крок.** На еcranі:

Перевіримо комутативність множення.

$$a \cdot c = c \cdot a \Rightarrow \boxed{1} = \boxed{2}.$$

Користувач вводе значення у комірки 1 та 2. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $a \cdot c = c \cdot a \Rightarrow c = c .$ ».

$$a \cdot b = b \cdot a \Rightarrow \boxed{3} = \boxed{4}.$$

Користувач вводе значення у комірки 3 та 4. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $a \cdot b = b \cdot a \Rightarrow b = b$ .».

$$b \cdot c = c \cdot b \Rightarrow \boxed{5} = \boxed{6}.$$

Користувач вводе значення у комірки 5 та 6. Якщо хоч одне значення неправильне, то з'являється повідомлення: « $b \cdot c = c \cdot b \Rightarrow c = c$ .».

Відповідь на екрані: комутативність множення виконується.

### **8 крок.** На екрані:

Знайдемо нейтральний (нульовий) елемент, тобто такий елемент  $e$ , для якого виконується

$$e + a = a + e = a, \quad e + b = b + e = b, \quad e + c = c + e = c.$$

Умови  $e + a = a$  та  $a + e = a$  виконуються для  $e = \boxed{1}$ .

Якщо введено у комірку 1 неправильне значення, то з'являється повідомлення про помилку:

«Умови  $e + a = a$  та  $a + e = a$  виконуються для  $e = c$ . Тому  $c$  є нейтральним для  $a$ .»

Перевіримо, чи буде нейтральним елемент  $c$  для  $b$  та  $c$ .

Умови  $e + b = b$  та  $b + e = b$  виконуються для  $e = \boxed{2}$ .

Умови  $e + c = c$  та  $c + e = c$  виконуються для  $e = \boxed{3}$ .

Якщо введено у комірки 2 та 3 неправильні значення, то з'являється повідомлення про помилку:

«Умови  $e + b = b$  та  $b + e = b$  виконуються для  $e = c$ . Умови  $e + c = c$  та  $c + e = c$  виконуються також для  $e = c$ . Тому  $c$  є нейтральним для  $b$  та  $c$ . Отже,  $c$  – нейтральний (нульовий) елемент.»

### **9 крок.** На екрані:

Знайдемо нейтральний (одиничний) елемент, тобто такий елемент  $e$ , для якого виконується

$$e \cdot a = a \cdot e = a, \quad e \cdot b = b \cdot e = b, \quad e \cdot c = c \cdot e = c.$$

Умови  $e \cdot a = a$  та  $a \cdot e = a$  виконуються для  $e = \boxed{1}$ .

Якщо введено у комірку 1 неправильне значення, то з'являється повідомлення про помилку:

«Умови  $e \cdot a = a$  та  $a \cdot e = a$  виконуються для  $e = a$ . Тому  $a$  є нейтральним для  $a$ .»

Перевіримо, чи буде нейтральним елемент  $a$  для  $b$  та  $c$ .

Умови  $e \cdot b = b$  та  $b \cdot e = b$  виконуються для  $e = \boxed{2}$ .

Умови  $e \cdot c = c$  та  $c \cdot e = c$  виконуються для  $e = \boxed{3}$ .

Якщо введено у комірки 2 та 3 неправильні значення, то з'являється повідомлення про помилку:

«Умови  $e \cdot b = b$  та  $b \cdot e = b$  виконуються для  $e = a$ . Умови  $e \cdot c = c$  та  $c \cdot e = c$  також виконуються для  $e = a$ . Тому  $a$  є нейтральним для  $b$  та  $c$ . Отже,  $a$  – нейтральний (одиничний) елемент.»

**10 крок.** На екрані:

Так як нейтральний (нульовий) елемент існує ( $c$ ), то знайдемо симетричний (протилежний) елемент, тобто такий  $x$ , для якого виконується  $a + x = x + a = c$ ,  $b + x = x + b = c$ ,  $c + x = x + c = c$ .

Симетричний (протилежний) елемент для  $a$  –  $\boxed{\phantom{0}}$ .

Симетричний (протилежний) елемент для  $b$  –  $\boxed{\phantom{0}}$ .

Симетричний (протилежний) елемент для  $c$  –  $\boxed{\phantom{0}}$ .

Після заповнення всіх клітин здійснюється перевірка і в разі помилки з'являється повідомлення:

«Симетричним (протилежним) елементом для  $a$  є  $b$ , так як  $a + b = b + a = c$ .

Симетричним (протилежним) елементом для  $b$  є  $a$ , так як  $b + a = a + b = c$ .

Симетричним (протилежним) елементом для  $c$  є  $c$ , так як  $c + c = c$ .»

**11 крок.** На екрані:

Виберіть елементи, для яких будемо шукати симетричний (обернений)?

- $a$
- $b$
- $c$

Повідомлення в разі неправильного вибору: «Симетричний (обернений) згідно означення треба шукати для ненульових елементів. Визначено, що  $c$  – нульовий, тому шукаємо симетричні (обернені) тільки для  $a$  та  $b$ .»

**12 крок.** На екрані:

Так як нейтральний (одиничний) елемент існує ( $a$ ), то знайдемо симетричний (обернений) елемент, тобто такий  $x$ , для якого виконується  $a \cdot x = x \cdot a = a$ ,  $b \cdot x = x \cdot b = a$ .

Симетричний (обернений) елемент для  $a$  –  $\square$ .

Симетричний (обернений) елемент для  $b$  –  $\square$ .

Після заповнення всіх клітин здійснюється перевірка і в разі помилки з'являється повідомлення:

«Симетричним (оберненим) елементом для  $a \in A$ , так як  $a \cdot a = a$ .

Симетричним (оберненим) елементом для  $b \in A$ , так як  $b \cdot b = a$ .»

Після виконання всіх кроків на екрані – наступна інформація:

«Так як всі умови виконалися, то  $A$  із заданими операціями утворюють комутативне тіло (поле).»

Алгоритм завершено.

## 4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

### 4.1. Блок-схема алгоритму

На рис. 4.1, А.1-А.3 показано блок-схему частини алгоритму.

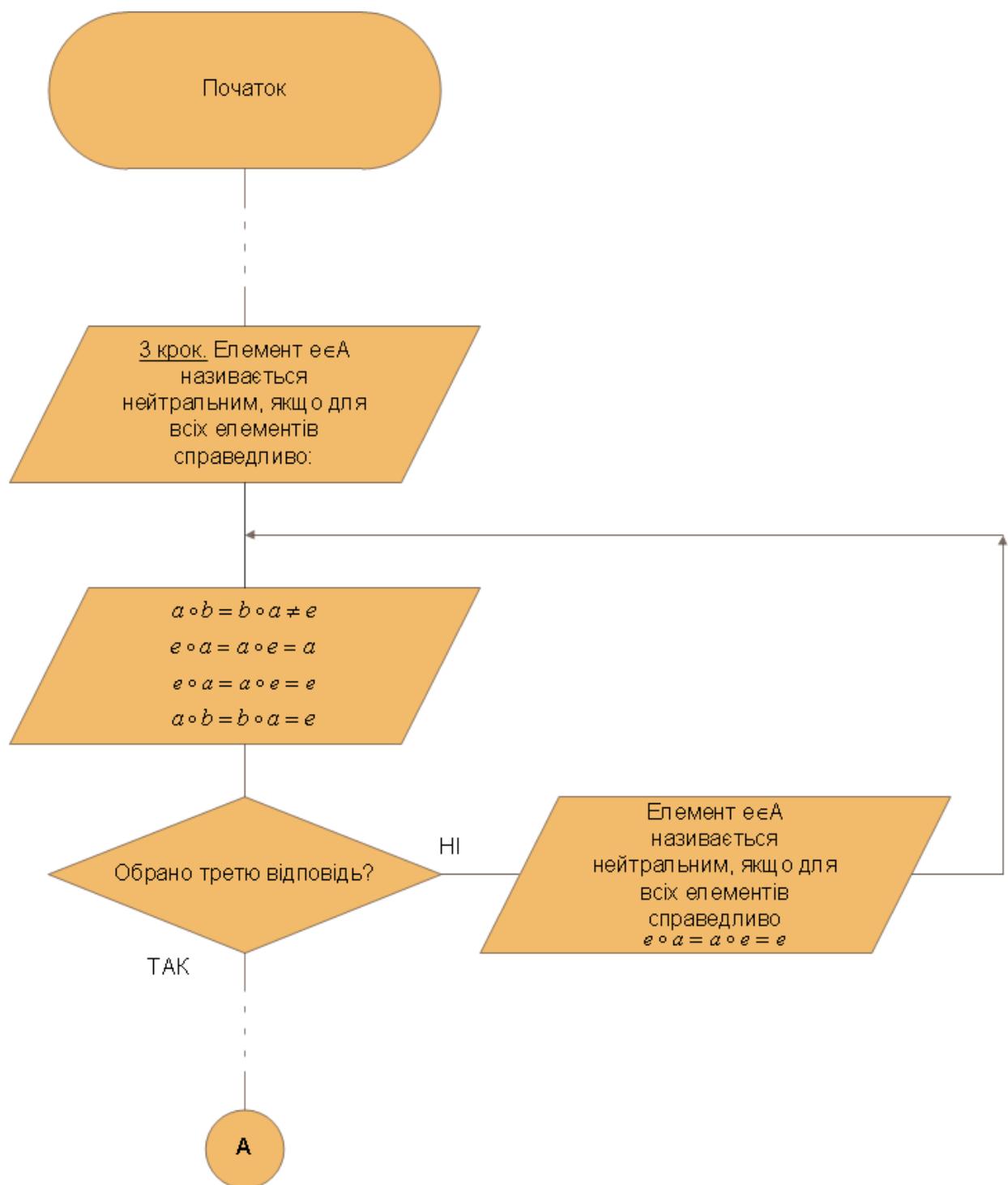


Рис. 4.1 – Блок-схема

## 4.2. Опис програмної реалізації

Алгоритм було програмно реалізовано з використанням середовища програмування Borland Builder та мови C++.

Розглянемо, як було написано програму, на прикладі кроку 5 прикладу 1 (рис. 4.2).

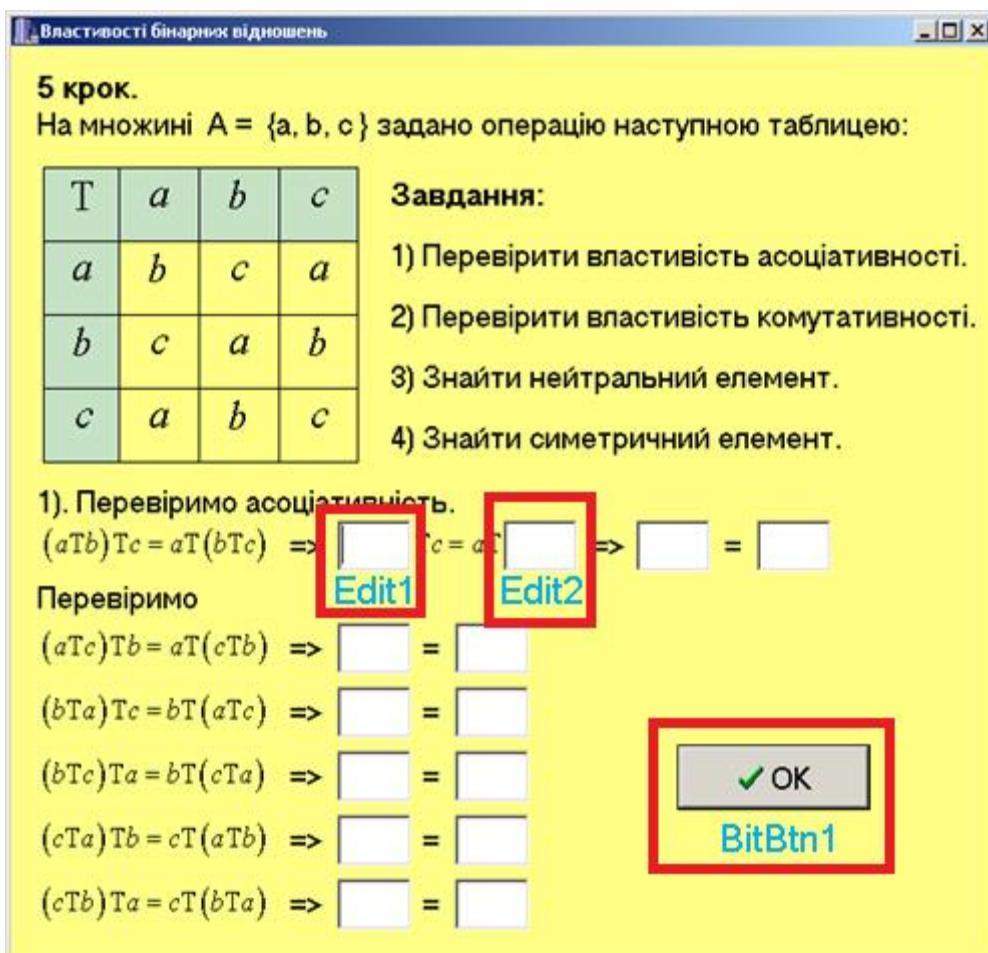


Рис. 4.2 – Крок 5

На цьому кроці слід почергово вводити відповіді в текстові компоненти. У першому компоненті Edit1 повинна бути відповідь «с».

Проаналізуємо код (рис. 4.3).

Було обрано подію OnExit, яка виникне тоді, коли цей компонент буде залишено. Якщо введений текст не літера «с» (тут передбачено, що користувач може ввести цю літеру на англійській мові або на російські/українські мовах; для мови C++ – це різні символи, оскільки вони зберігаються в різних позиціях ASCII-

таблиці, або іншої таблиці, яка відповідає за кодування символів), то з'являється повідомлення про помилку.

```
// клітинка 1 -> "с"
void __fastcall TForm11::Edit1Exit(TObject *Sender)
{
    // англійське "с" і російське "с"
    if (!((Edit1->Text=='с') || (Edit1->Text=='с' )) )
    {
        MessageDlg("Помилка!\n" "За таблицею знайдемо aTb.\n" "На
перетині первого рядка (позначеного a) та другого стовпця
(позначеного b)\n" "знаходиться елемент с. Тому aTb = с. Отже,
(aTb)Tc = cTc.", mtError, TMsgDlgButtons() << mbOK, 0);
        Edit1->SetFocus();
    }
    else
    {
        Edit2->SetFocus();
    }
}
```

Рис. 4.3 – Код для Edit1

Це повідомлення організовано за допомогою стандартної функції C++ `MessageDlg()`. При цьому курсор повинен залишитися в цьому ж компонентові (для зручності виправлення помилки).

Якщо введений текст – літера «с», то курсор переходить до наступного компоненту.

Ознайомитися з іншим кодом можна у додатку Б.

### **4.3. Інструкція по роботі з програмою**

Робота програми зображена на рисунках 4.4-4.46, В.1-В.37. Всі крокі побудовані по одному принципу: при помилці слід виправляти відповідь на вірну самостійно.



Рис. 4.4 – Початок програми

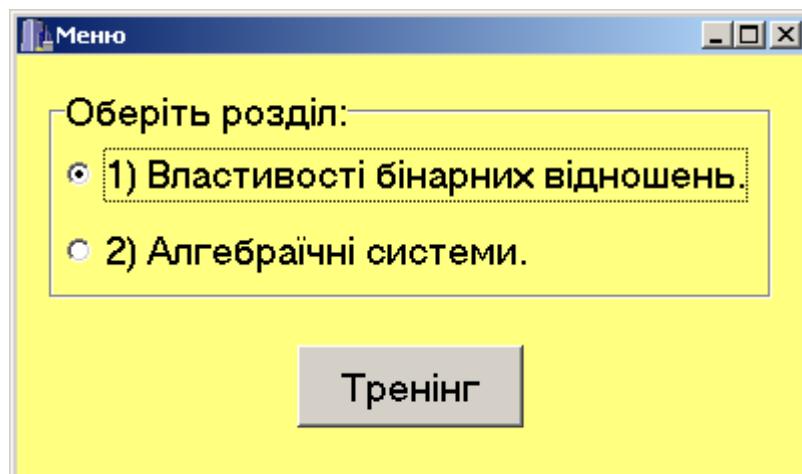


Рис. 4.5 – Меню программы

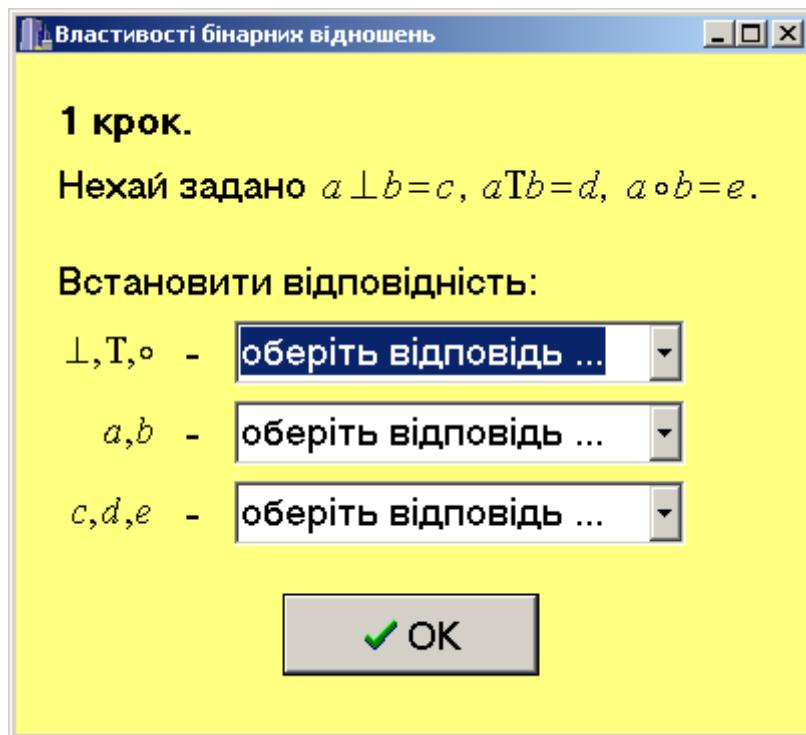


Рис. 4.6 – 1 крок

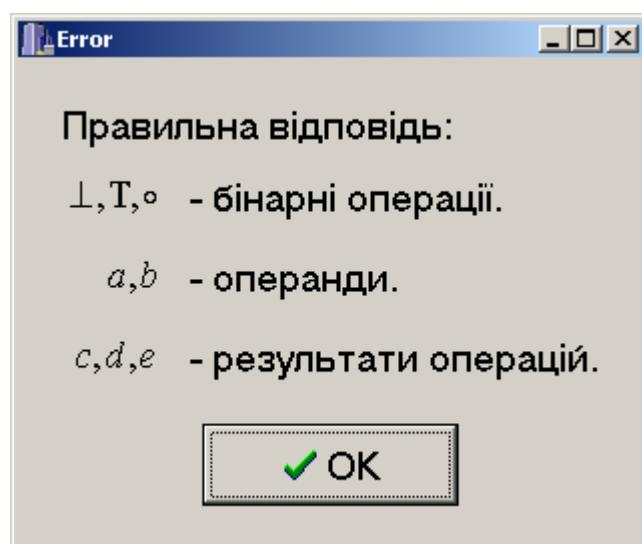


Рис. 4.7 – Обробка помилки для 1 кроку

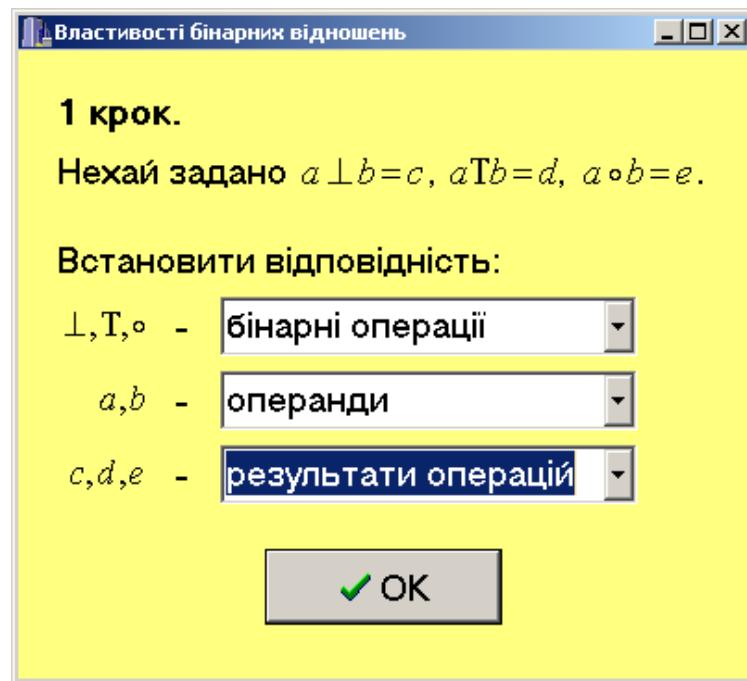


Рис. 4.8 – 1 крок (вірна відповідь)

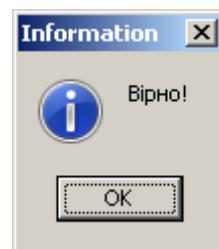


Рис. 4.9 – Вікно «Вірно!»

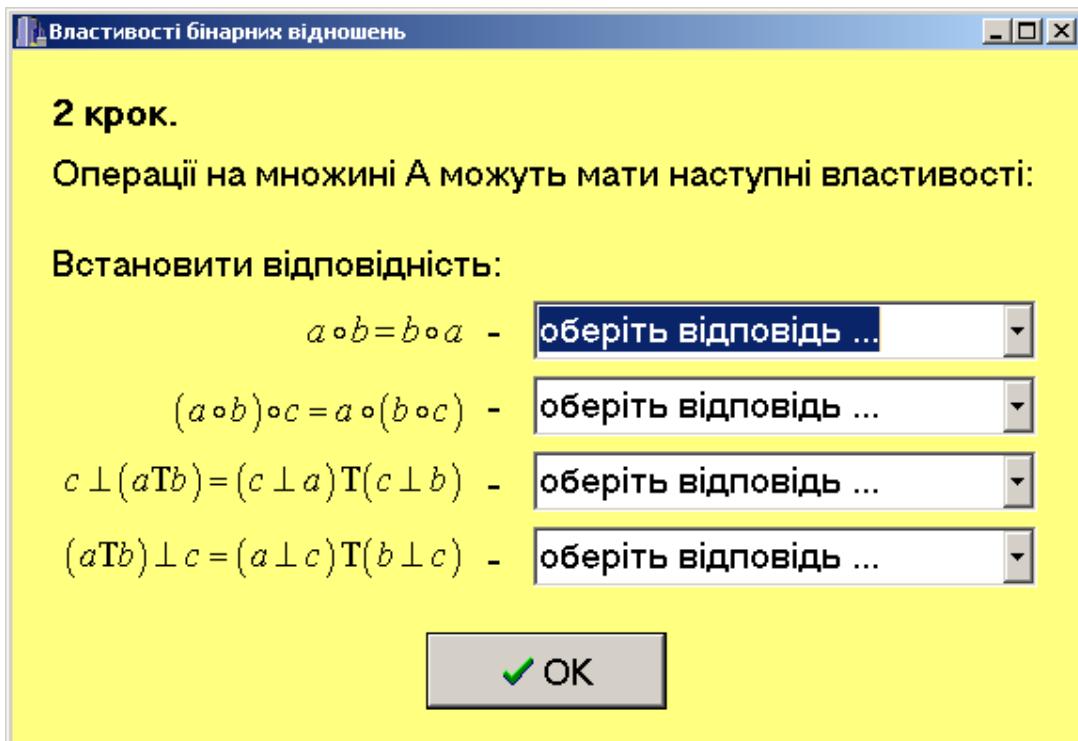


Рис. 4.10 – 2 крок

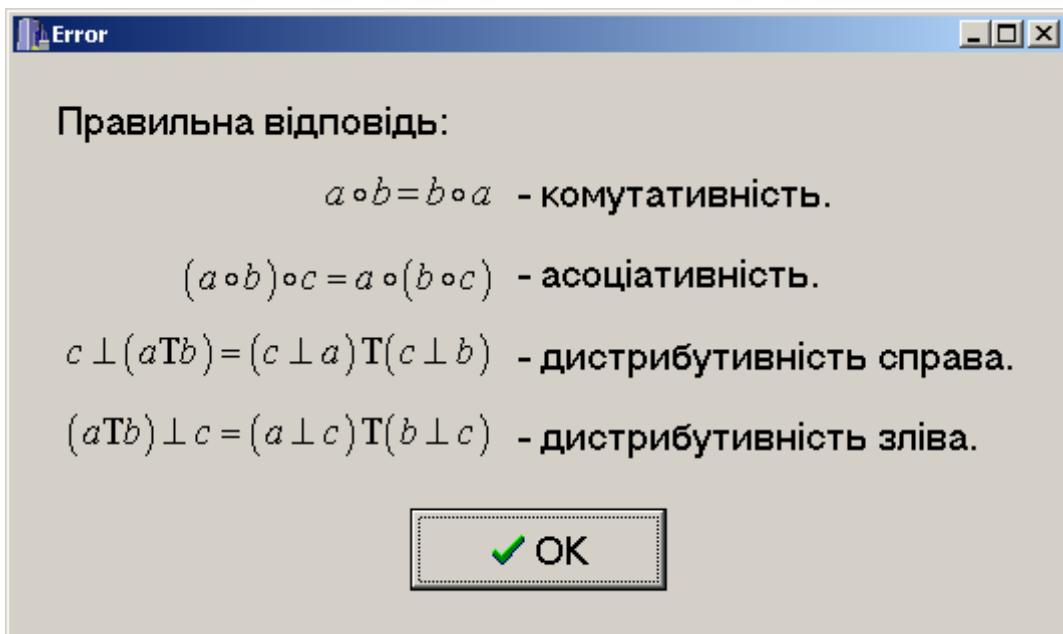


Рис. 4.11 – Обробка помилки для 2 кроку

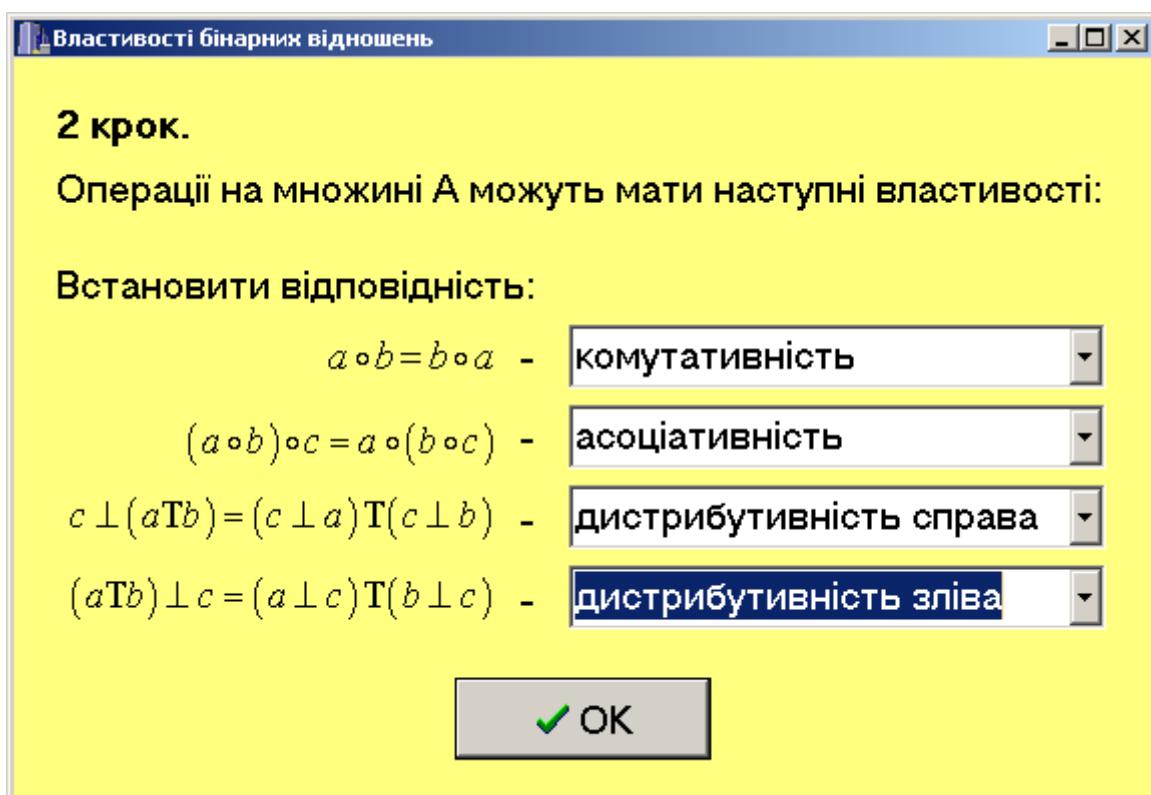


Рис. 4.12 – 2 крок (вірна відповідь)

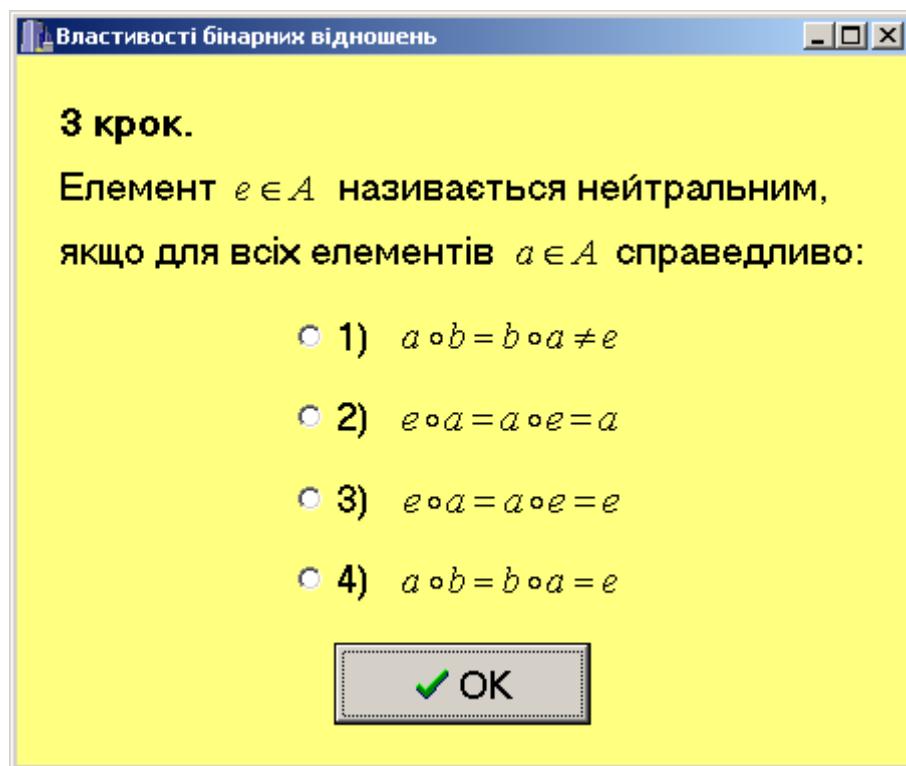


Рис. 4.13 – З крок

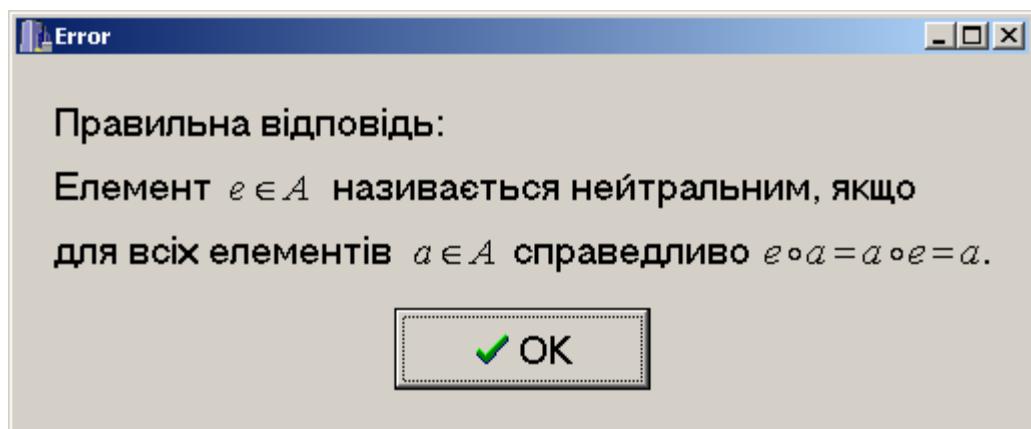


Рис. 4.14 – Обробка помилки для З кроку

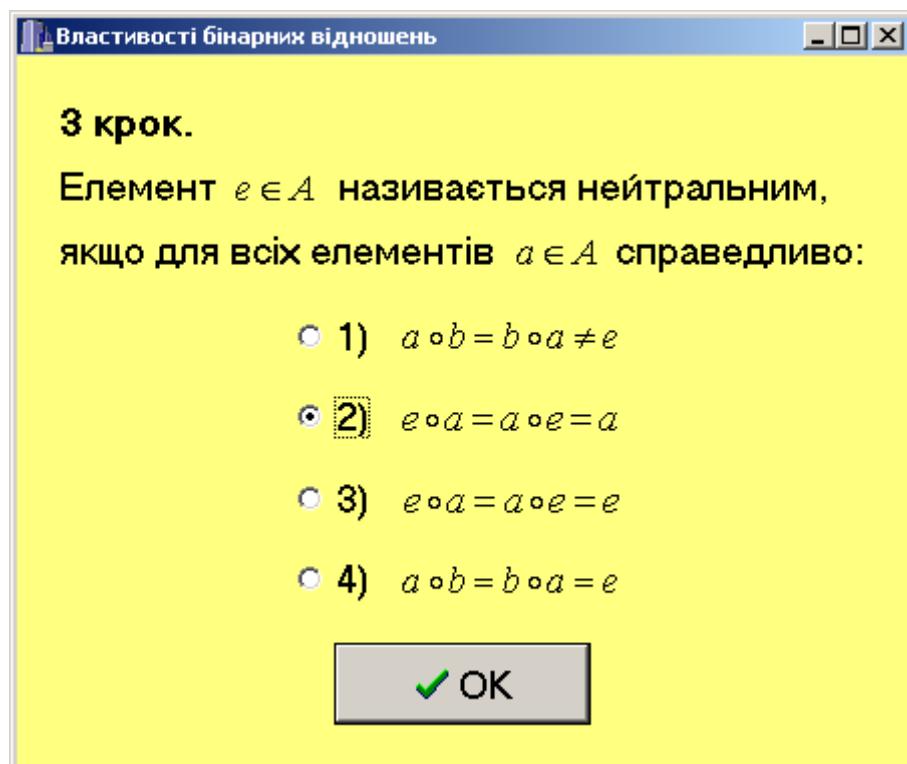


Рис. 4.15 – 3 крок (вірна відповідь)

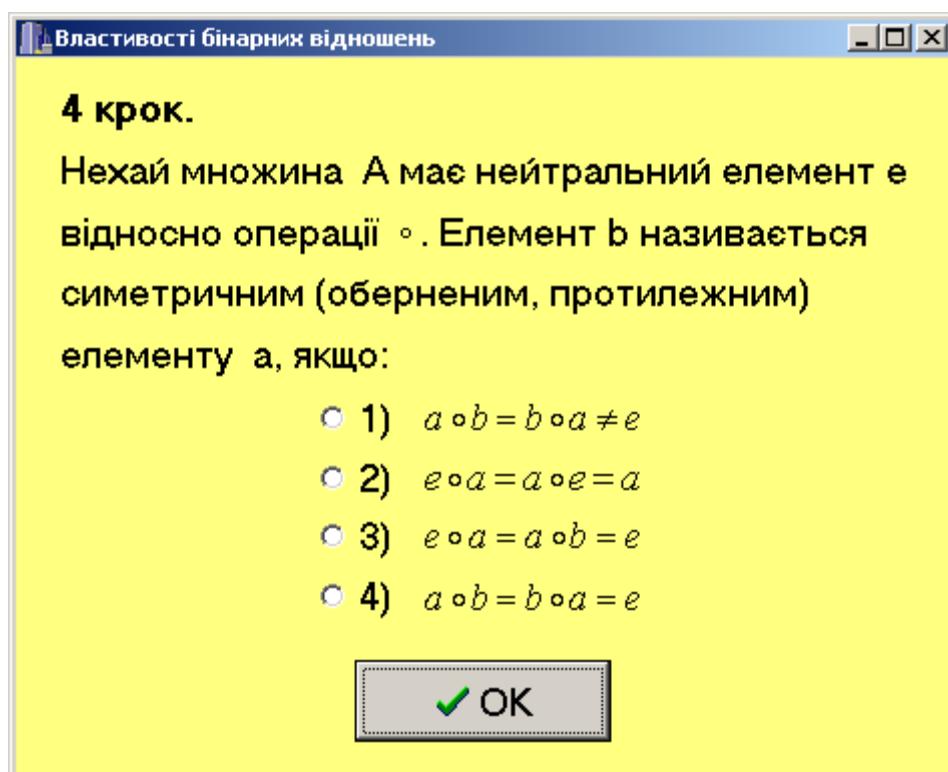


Рис. 4.16 – 4 крок

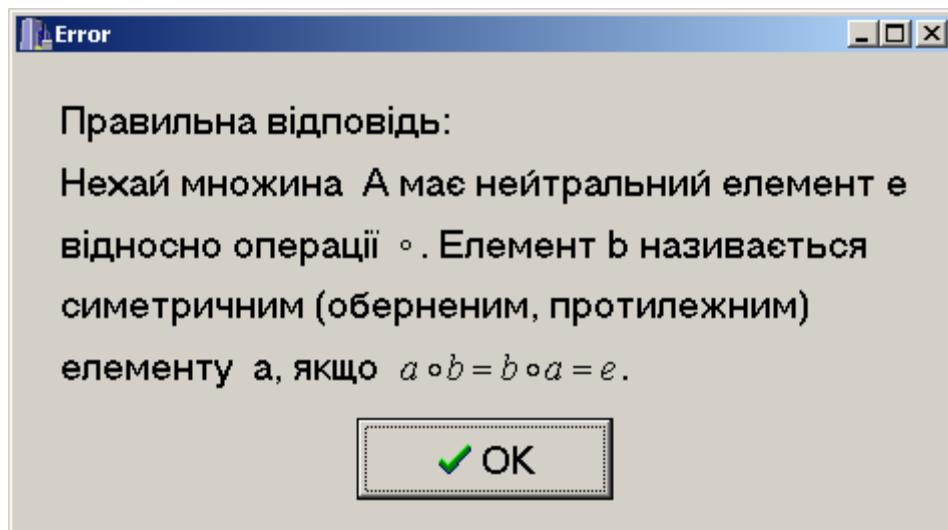


Рис. 4.17 – Обробка помилки для 4 кроку

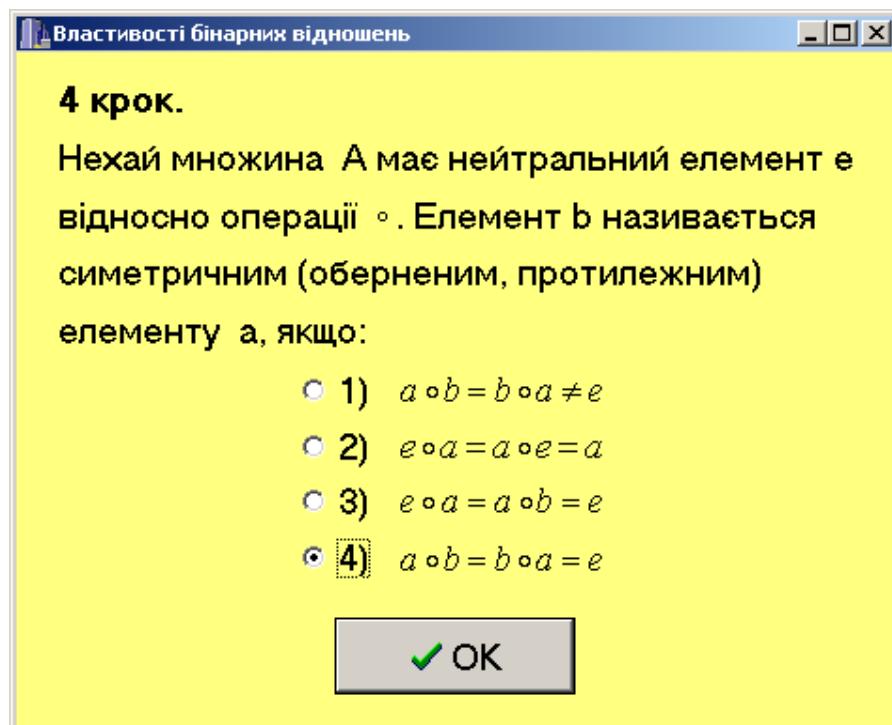


Рис. 4.18 – 4 крок (вірна відповідь)

**Властивості бінарних відношень**

**5 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

1). Перевіримо асоціативність.  
 $(aTb)Tc = aT(bTc) \Rightarrow \boxed{\quad} Tc = aT \boxed{\quad} \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

Перевіримо

$(aTc)Tb = aT(cTb) \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$(bTa)Tc = bT(aTc) \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$(bTc)Ta = bT(cTa) \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$(cTa)Tb = cT(aTb) \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

$(cTb)Ta = cT(bTa) \Rightarrow \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$

OK

Рис. 4.19 – 5 крок

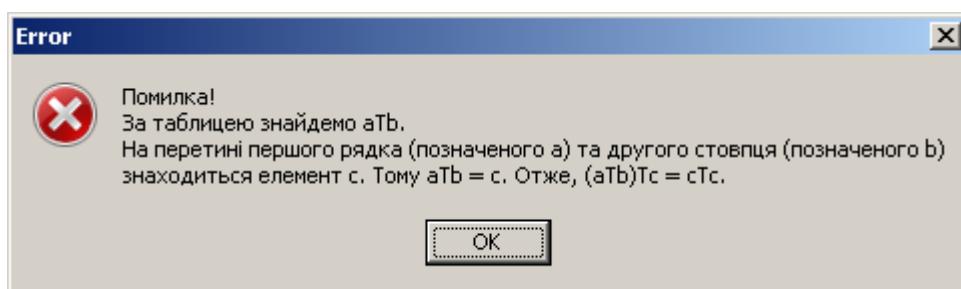


Рис. 4.20 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинки 1

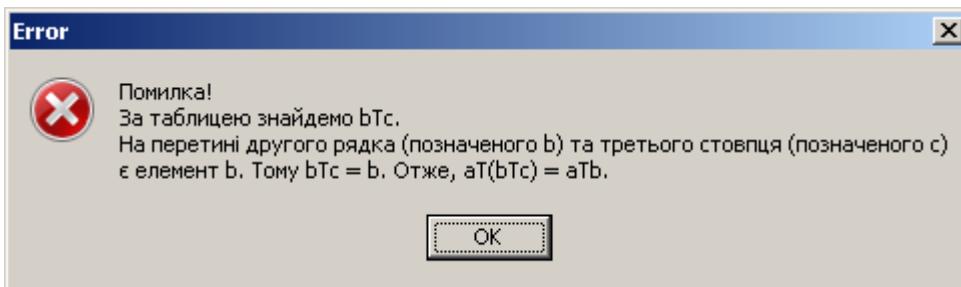


Рис. 4.21 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинки 2

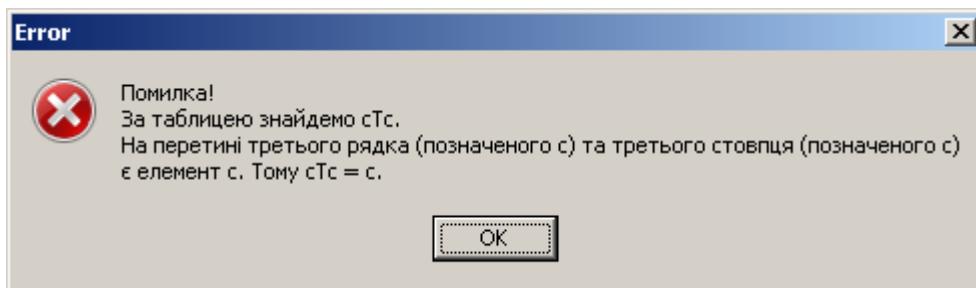


Рис. 4.22 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинки 3

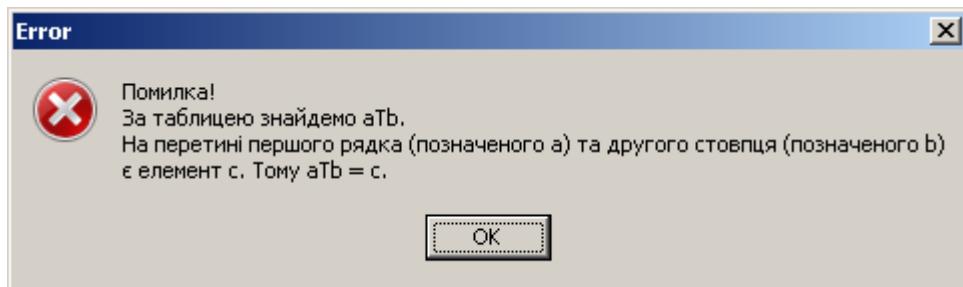


Рис. 4.23 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинки 4

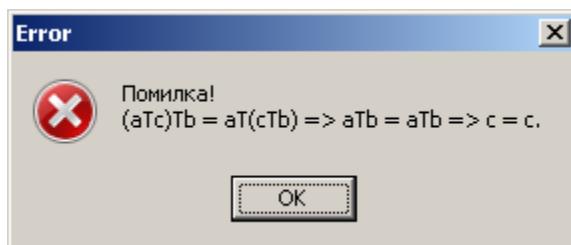


Рис. 4.24 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинок 5 і 6

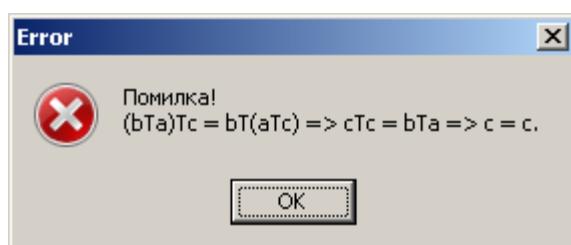


Рис. 4.25 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинок 7 і 8

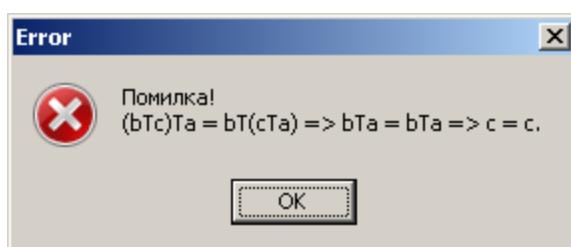


Рис. 4.26 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинок 9 і 10

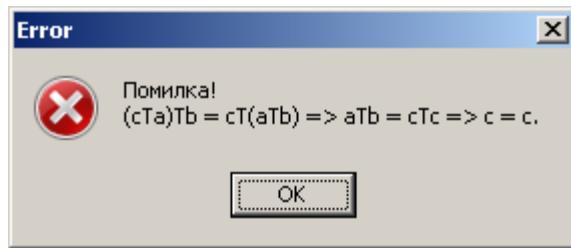


Рис. 4.27 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинок 11 і 12

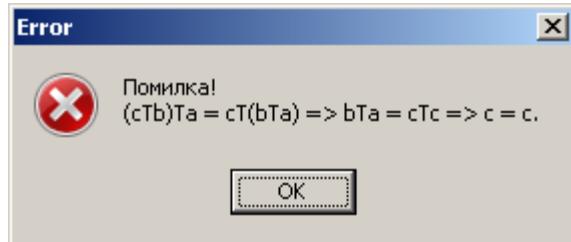


Рис. 4.28 – Обробка помилки для 5 кроку для клітинок 13 і 14

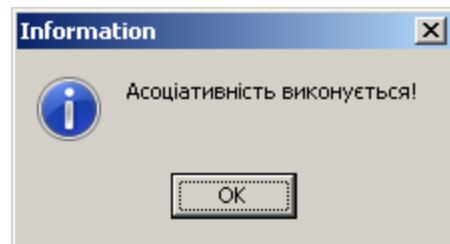


Рис. 4.29 – Кінець 5 кроку

**Властивості бінарних відношень**

**5 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

**1). Перевіримо асоціативність.**  
 $(aTb)Tc = aT(bTc) \Rightarrow [c] Tc = aT[b] \Rightarrow [c] = [c]$

Перевіримо

$(aTc)Tb = aT(cTb) \Rightarrow [c] = [c]$
$(bTa)Tc = bT(aTc) \Rightarrow [c] = [c]$
$(bTc)Ta = bT(cTa) \Rightarrow [c] = [c]$
$(cTa)Tb = cT(aTb) \Rightarrow [c] = [c]$
$(cTb)Ta = cT(bTa) \Rightarrow [c] = [c]$

OK

Рис. 4.30 – 5 крок (вірна відповідь)

**Властивості бінарних відношень**

**6 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

**2). Перевіримо комутативність.**

$aTc = cTa \Rightarrow \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$

$aTb = bTa \Rightarrow \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$

$bTc = cTb \Rightarrow \boxed{\phantom{0}} = \boxed{\phantom{0}}$

OK

Рис. 4.31 – 6 крок

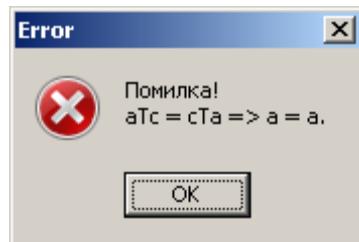


Рис. 4.32 – Обробка помилки для 6 кроку для клітинок 1 та 2

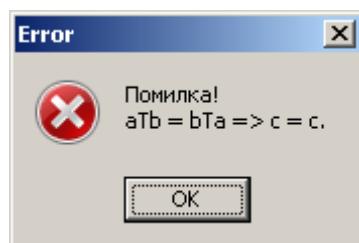


Рис. 4.33 – Обробка помилки для 6 кроку для клітинок 3 та 4



Рис. 4.34 – Обробка помилки для 6 кроку для клітинок 3 та 4

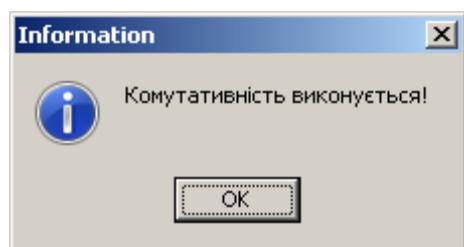


Рис. 4.35 – Кінець 6 кроку

**Властивості бінарних відношень**

**6 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

**2).** Перевіримо комутативність.

$aTc = cTa \Rightarrow [a] = [a]$   
 $aTb = bTa \Rightarrow [c] = [c]$   
 $bTc = cTb \Rightarrow [b] = [b]$

OK

Рис. 4.36 – 6 крок (вірна відповідь)

**Властивості бінарних відношень**

**7 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

3). Зайдемо нейтральний елемент, тобто такий елемент  $e$ , для якого виконується  $eTa = aTe = a$ ,  $eTb = bTe = b$ ,  $eTc = cTe = c$ .

1) a.  
 2) b.  
 3) c.  
 4) нейтрального елементу не існує.

**OK**

Рис. 4.37 – 7 крок

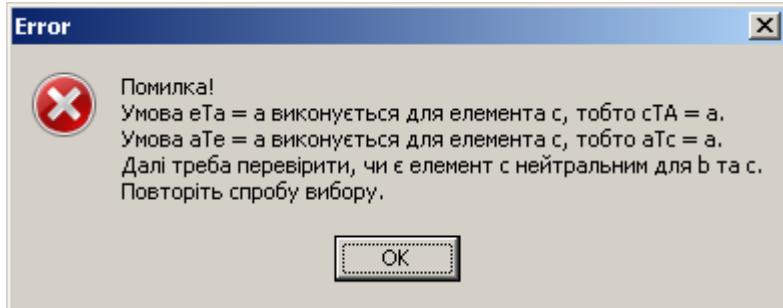


Рис. 4.38 – Обробка помилки для 7 кроku (перша помилка)

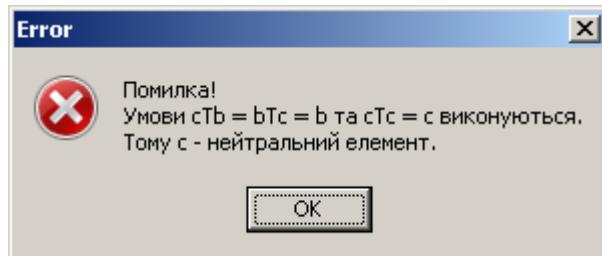


Рис. 4.39 – Обробка помилки для 7 кроku (друга і наступна помилка)

**Властивості бінарних відношень**

**7 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

3). Знайдемо нейтральний елемент, тобто такий елемент  $e$ , для якого виконується  $eTa = aTe = a$ ,  $eTb = bTe = b$ ,  $eTc = cTe = c$ .

1) a.  
 2) b.  
 3) c.  
 4) нейтрального елементу не існує.

OK

Рис. 4.40 – 7 крок (вірна відповідь)

**Властивості бінарних відношень**

**8 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

4). Так як нейтральний елемент існує (c), то знайдемо симетричний елемент, тобто такий елемент  $x$ , для якого виконується  $aTx = xTa = c$ ,  $bTx = xTb = c$ ,  $cTx = xTc = c$ .

Симетричний елемент для елемента a -   
 Симетричний елемент для елемента b -   
 Симетричний елемент для елемента c -

Вихід

Рис. 4.41 – 8 крок

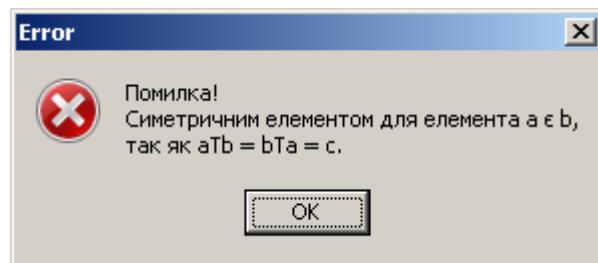


Рис. 4.42 – Обробка помилки для 8 кроку для клітинки 1

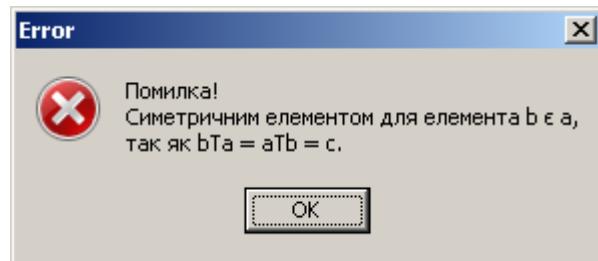


Рис. 4.43 – Обробка помилки для 8 кроку для клітинки 2

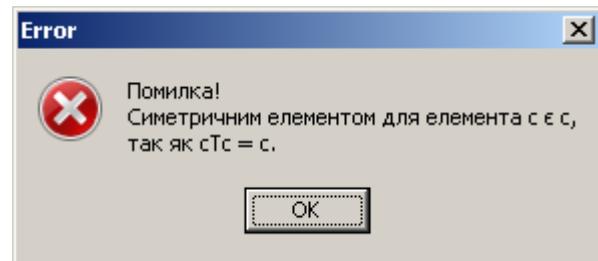


Рис. 4.44 – Обробка помилки для 8 кроку для клітинки 3

**Властивості бінарних відношень**

**8 крок.**  
На множині  $A = \{a, b, c\}$  задано операцію наступною таблицею:

T	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

**Завдання:**

- 1) Перевірити властивість асоціативності.
- 2) Перевірити властивість комутативності.
- 3) Знайти нейтральний елемент.
- 4) Знайти симетричний елемент.

4). Так як нейтральний елемент існує (c), то знайдемо симетричний елемент, тобто такий елемент x, для якого виконується  $aTx = xTa = c$ ,  $bTx = xTb = c$ ,  $cTx = xTc = c$ .

Симетричний елемент для елемента a -   
 Симетричний елемент для елемента b -   
 Симетричний елемент для елемента c -

Вихід

Рис. 4.45 – 8 крок (вірна відповідь)

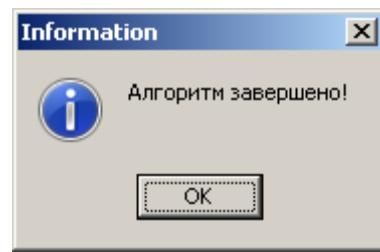


Рис. 4.46 – Кінець прикладу 1

## ВИСНОВКИ

В результаті виконання бакалаврської роботи побудовано алгоритм навчального тренажера дистанційного курсу «Дискретна математика» з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості» та здійснена його програмна реалізація.

Виконано наступні завдання:

- Опрацьовано методичні рекомендації до оформлення бакалаврської роботи та стандарти,
- Систематизовано та вивчено теоретичний матеріал з теми «Алгебраїчні системи та їх властивості»
- Проведено аналіз тренажерів, які створені раніше та розроблені для різних навчальних дисциплін, але з однією і тією ж метою, навчити студентів застосовувати набуті теоретичні знання при розв'язуванні задач з теми.
- Побудовано алгоритми, що реалізують в тренажері обрані задачі та підготовлені відповідні запитання.
- Обрано мову програмування для створення тренажеру.
- Реалізована програма тренажеру. При цьому використано середовище програмування Borland Builder та мова C++.
- Проведено перевірку на коректність роботи програми.

Створено новий програмний продукт, що дотепер не був реалізований. Тренажер цілком охоплює тему «Алгебраїчні системи та їх властивості» та може бути впроваджений у дистанційний курс «Дискретна математика» Полтавського університету економіки і торгівлі.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бондаренко М.Ф. Комп'ютерна дискретна математика: Підручник / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус, А.Г. Руткас. – Харків: «Компанія СМІТ», 2008. – 480 с.
2. Ємець, О.О. Дискретна математика: навч. посібник / О.О. Ємець, Т.О. Парфьонова. – 2-ге вид., доп. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2009. – 287 с. – Режим доступу: <http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/552>
3. Ємець О. О. Про розробку тренажерів для дистанційних курсів 7 кафедрою ММСІ ПУЕТ / О. О. Ємець // Інформатика та системні науки (ICH-2015): матеріали VI Всеукр. наук.-практ. конф. за міжн. участю (м. Полтава, 19-21 березня 2015 р.) / за ред. Ємця О. О. – Полтава: ПУЕТ, 2015. – С. 152-161. – Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2488>.
4. Ємець О. О. Інформатика та системні науки (ICH-2017) [Електронний ресурс]: матеріали VIII Всеукраїнської науковопрактичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 16-18 березня 2017 р.) / за ред. О. О. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2017.–333с. – Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2616>
5. Савельєв, А.О. Програма-тренажер як форма реалізації електронних дидактичних засобів для самостійної роботи іноземних студентів на етапі довузівської підготовки / А. О. Савельєв, Н. М. Матвєєва // Пр. Одес. політехн. ун-ту. - Одеса, 2015. - Вип. 2 (46). - С. 207-212.
6. Дуванов С.С. Кваліфікаційна робота бакалавра «Інтерактивний додаток для вивчення побудови геометричних примітивів з курсу "Комп'ютерна графіка"». Сумський державний університет. Режим доступу: [https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/download/123456789/78091/1/Bachelor\\_thesis\\_Duvanov.pdf;jsessionid=3F7614A6F15F12ACCF502FB3A7CEBCF](https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/download/123456789/78091/1/Bachelor_thesis_Duvanov.pdf;jsessionid=3F7614A6F15F12ACCF502FB3A7CEBCF)
7. Пономарьова А.Є. Кваліфікаційна робота бакалавра «Онлайн-тренажер з вивчення властивостей CSS» Сумський державний університет. Режим доступу:

[https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-  
download/123456789/78385/1/Ponomarova\\_Bachelous\\_paper.pdf](https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream/download/123456789/78385/1/Ponomarova_Bachelous_paper.pdf)

8. Борута І. В. Тренажер «Відношення. Область визначення, область значень, граф, матриця відповідності, переріз за елементами» дистанційного навчального курсу»Дискретна математика» / І. В. Борута, Т. О. Парфьонова // Комп'ютерні науки і прикладна математика (КНіПМ-2021): матеріали наук.-практ. семінару. Випуск 6. / За ред. Ємця О. О. – Полтава: Кафедра ММСІ ПУЕТ, 2021. – Режим доступу:  
<http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/10352>
9. Архангельский, А. Я. Компоненты C++Builder. Справочное и методическое пособие / А.Я. Архангельский. – М.: Бином-Пресс, 2008. – 960 с.
10. Дейтел, Х.М. Как программировать на C++ / Х.М. Дейтел, П.Дж. Дейтел. – М.: Бином, 2001. – 1152 с.