ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД УКООПСПІЛКИ
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ БІЗНЕСУ ТА СУЧАСНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

ФОРМА НАВЧАННЯ ДЕННА
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА СОЦІАЛЬНОЇ ІНФОРМАТИКИ

Допускається до захисту

Завідувач кафедри _________О.О. Ємець

«______»__________________2020 р.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
ДО БАКАЛАВРСЬКОЇ РОБОТИ

на тему

Програмна реалізація тренажера з теми «Решітки та булеві алгебри» дистанційного навчального курсу «Дискретна математика»

зі спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»

Виконавець роботи Хорольський Владислав Олександрович
______________«___»_____2021р.

Науковий керівник к.ф.-м.н., проф., Парфьонова Тетяна Олександрівна
____________ «___»______2021р.

ПОЛТАВА 2021 р.

РЕФЕРАТ

Записка: 47 с., 48 рис., 3 додатки (на 28 сторінках), 17 джерел.

Предмет розробки – створення програми-тренажеру з теми «Решітки та булеві алгебри» дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».

Мета роботи – розробка програми-тренажеру для засвоєння теми «Решітки та булеві алгебри» на основі матеріалів дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».

Методи розробки – для програмної реалізації тренажеру використовувалась мова C++ у середовищі Borland Builder. Для побудови алгоритмів обраних задач використано методи дискретної математики.

На основі побудованих алгоритмів створено програмне забезпечення для тренажера дистанційного курсу «Дискретна математика». Реалізовано приклади, які цілком охоплюють тему «Решітки та булеві алгебри». Згідно аналізу оглянутих робіт виявлено, що по заданій темі подібних програмних продуктів немає, а тому програма є новою та може бути впроваджена у начальний процес.

Ключові слова: ТРЕНАЖЕР, ЧАСТКОВЕ ВІДНОШЕННЯ, РЕШІТКИ, МАЖОРАНТА, МІНОРАНТА, БУЛЕВА АЛГЕБРА.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

Умовні позначення, символи, скорочення, терміни	Пояснення умовних позначень, символів, скорочень
Мажоранта (верхня межа) підмножини $Q \subset A$	такий елемент $m \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $q \preccurlyeq m$
Міноранта (нижня межа) підмножини $Q \subset A$	такий елемент $n \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $n \preccurlyeq q$
Точна верхня грань множини Q	мажоранта, менша за інші мажоранти (яка передує)
Точна нижня грань множини Q	міноранта, більша за інші міноранти (якій передують)
$\preccurlyeq$	відношення порядку, читається як «передує»
$m \in A$	елемент m належить множині A
$\subset$	відношення «бути підмножиною»
$\cup$	точна верхня грань (об’єднання)
$\cap$	точна нижня грань (переріз)
$\varnothing$	порожня множина

ВСТУП

Для формування необхідних навичок і вмінь у тій чи іншій галузі важливо набувати досвід розв’язування задач, що є гарним методом засвоєння теоретичного матеріалу. А, отже, для глибшого засвоєння математичної дисципліни необхідно використовувати широкий спектр задач [1]. Часто в процесі навчання у студентів виникають труднощі під час практичної реалізації набутих теоретичних знань. Для полегшення засвоєння та сприймання навчального матеріалу корисно використовувати максимально різні технічні засоби, серед яких важливу нішу займають навчальні тренажери. Основна мета їх навчити студентів розв’язувати задачі із заданої теми. Створення подібних програм є процесом достатньо не простим, так як вимагає високої фахової підготовки розробника. Але не дивлячись на те, що вже розроблено чимало тренажерів з різних тем та з різних курсів, створення їх залишається актуальним.

Метою бакалаврської роботи є розробка програми-тренажеру для засвоєння теми «Решітки та булеві алгебри» на основі матеріалів дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання: опрацювати теоретичний матеріал з даної теми; здійснити огляд існуючих подібних програм; сформулювати питання та підібрати задачі, які необхідно реалізувати; написати алгоритм роботи тренажеру; вибрати мову програмування; створити тренажер; виконати тестування програми.

Об’єктом розробки є створення програмного забезпечення для дистанційного навчання.

Предметом розробки є створення програми-тренажеру з теми «Решітки та булеві алгебри» дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».

Методи розробки – для програмної реалізації тренажеру використовувалась мова С++ у середовищі Borland Builder. Для побудови алгоритмів обраних задач використано методи дискретної математики.

Структура пояснювальної записки – вступ, постановка задачі, інформаційний огляд, теоретична частина, практична частина, висновки, список використаних джерел, додатки. В постановці задачі формулюються ті задачі, які необхідно реалізувати, а також вимоги до інтерфейсу та функціонування тренажеру. Інформаційний огляд містить опис теоретичного матеріалу теми та огляд існуючих подібних програмних продуктів. В теоретичній частині представлені алгоритми задач тренажеру. Зокрема, реалізовані розділи «Деякі поняття, необхідні для означення решітки» та «Решітки». В практичній частині викладено опис програмної реалізації, інструкція по роботі з програмою та блок-схема алгоритму.

Робота має велику практичну цінність, так як створено новий програмний продукт – тренажер з теми, яка не була раніше реалізована. При цьому особистим внеском розробника є вибір задач для реалізації, написання алгоритму роботи тренажеру, розробка структури та дизайну тренажера, створення програмного забезпечення згідно алгоритму. Тренажер «Решітки та булеві алгебри» є завершеним програмним продуктом, який може бути впроваджений у навчальний процес при вивченні курсу «Дискретна математика» Полтавського університету економіки і торгівлі (ПУЕТ).

Обсяг роботи – 75 сторінок, серед них 47 стор. основного матеріалу, та 28 стор. – додатки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Тренажер «Решітки та булеві алгебри» складається із двох частин: 1) Деякі поняття, необхідні для означення решітки. 2) Решітки.

Перш ніж почати роботу над програмною реалізацією тренажера, необхідно виконати ряд завдань. Зокрема, детально опрацювати теоретичний матеріал з теми, підібрати питання та задачі для наповнення тренажеру, продумати його структуру, здійснити вибір мови програмування.

Перед кожним практичним завданням користувачу пропонується відповісти на деякі теоретичні запитання, вибравши правильну відповідь. При цьому необхідно передбачити кожного разу у випадку неправильного вибору появу повідомлення про помилку, що містить правильний варіант відповіді.

У частині «Деякі поняття, необхідні для означення решітки» необхідно реалізувати два приклади, в яких розглянуто діаграму Хассе частково упорядкованої множини $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ по відношенню $\subset$, що представлена на рис. 3.1. Для підмножини $Q\subset P(A)$. виконати наступні дії: в прикладі 1 знайти всі мажоранти, верхню грань підмножини Q, найбільший елемент підмножини Q, в прикладі 2 знайти всі міноранти, нижню грань підмножини Q, найменший елемент підмножини Q.

У частині «Решітки» необхідно реалізувати наступні приклади: 1) для заданої частково впорядкованої множини A (рис. 3.3) визначити, чи є решіткою множина $Q=\{\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\}\}$, $Q\subset A$; 2) чи є решіткою множина натуральних чисел $C=\{2,5,7,10,28,70\}$ (рис. 3.4) з відношенням «ділить»?

При виборі мови програмування необхідно враховувати, що тренажер має бути впроваджений у дистанційний курс. Тому для реалізації елементів тренажеру обрано мову C++ у середовищі Borland Builder.

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОГЛЯД

2.1. Огляд матеріалів з теми

Теми, що стосуються теорії відношень є важливими і застосовуються не тільки в математиці, а й в комп’ютерній техніці. Зокрема, при побудові баз даних у вигляді таблиць зв’язки між групами даних описуються саме мовою відношень [2]. Відношення розглянуті переважно у всіх сучасних підручниках з дискретної математики [1-4]. Серед частково впорядкованих множин суттєву роль відіграють решітки (ґратки, структури) [3]. Далі розглянемо необхідний теоретичний матеріал з теми «Решітки та булеві алгебри» згідно дистанційного курсу ПУЕТ [4].

Нехай є деяке відношення порядку (частковий порядок, лінійний порядок, або інший) на множині A, яке позначаємо $\rho, \leq, \preccurlyeq$.

Мажорантою (верхньою межею) підмножини $Q \subset A$ називається такий елемент $m \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $q \preccurlyeq m$. Підкреслимо, що $m \in A$, не обов’язково, щоб m належав Q.

Мінорантою (нижньою межею) підмножини $Q \subset A$ називається такий елемент $n \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $n \preccurlyeq q$. Не обов’язково n належить Q.

Якщо мажоранта m (міноранта n) належить Q, то m (n) називають *максимумом (мінімумом)* множини Q і позначають $\max Q$ ($\min Q$) (або ще називають відповідно *максимальним (мінімальним)* елементом Q). Максимум (мінімум) множини Q, якщо він існує, – єдиний.

Якщо множина мажорант (мінорант) у свою чергу має максимальний (мінімальний) елемент, то його називають *верхньою (нижньою) гранню підмножини* Q і позначають $\sup Q (\inf Q)$.

Верхня (нижня) грань підмножини Q, що належить Q, називається *найбільшим (найменшим)* елементом підмножини Q.

Теорема 1. Частково впорядкована множина M містить не більше від одного найбільшого (найменшого) елемента.

Доведення. Проведемо його для найбільшого елемента. Нехай є два найбільших елементи $m_1 \in M$, $m_2 \in M$, а $\preccurlyeq$ − відношення часткового порядку.

За означенням найбільшого елемента маємо $m_1 \preccurlyeq m_2$; $m_2 \preccurlyeq m_1$. У силу антисиметричності $\preccurlyeq$ $m_1 = m_2$. Протиріччя, отже, двох найбільших елементів M не містить. Для найменшого доведення аналогічне.

Найбільший елемент, якщо він існує, впорядкованої множини M назвемо *одиничним* і позначимо *1*. *Найменший* – відповідно *нульовим,* позначимо *0* (якщо він існує).

Під *ізоморфізмом* між двома впорядкованими множинами M та M^* будемо розуміти *взаємно однозначну відповідність* η між M і M^* таку, що з $m_i \preccurlyeq m_j$ випливає $\eta(m_i) \preccurlyeq \eta(m_j)$ та із $\eta(m_i) \preccurlyeq \eta(m_j)$ випливає $m_i \preccurlyeq m_j$, де $m_i, m_j \in M$, $\eta(m_i)$, $\eta(m_j) \in M^*$.

Дві впорядковані множини M та M^* називаються ізоморфними, коли між ними існує ізоморфізм.

Згадаємо, що під оберненим відношенням $\overline{\rho}$ до бінарного відношення ρ розуміють таке відношення, при якому $\langle x, y \rangle \in \overline{\rho}$ тоді і тільки тоді, коли $\langle y, x \rangle \in \rho$.

Принцип двоїстості. *Відношення, обернене до відношення порядку, також є відношенням порядку.*

Часто принцип двоїстості формулюють так: *якщо теорема справедлива для частково впорядкованих множин, то справедлива і двоїста їй теорема,* тобто теорема для множин, що є двоїстими до заданих упорядкованих множин.

При цьому двоїстою до частково впорядкованої множини $\overline{M}$ називають частково впорядковану множину M, задану на тому ж носії M за допомогою оберненого відношення.

Розглянемо *лінійно впорядковану* підмножину L (ланцюг) частково впорядкованої множини M.

Довжиною ланцюга називається число $l = |L| - 1$, де $|L|$ − кількість елементів (потужність) носія лінійно впорядкованої множини L. Кожний ланцюг довжини l ізоморфний ланцюгу цілих чисел $1, 2, ..., l+1$.

Висотою $d(m)$ елемента m упорядкованої множини M називається *максимум довжин ланцюгів*, для яких m є найбільшим елементом.

Довжиною $d(M)$ впорядкованої множини M називається *максимум висот* її *елементів.*

Найменшою (або точною) верхньою гранню множини Q називається мажоранта, менша за інші мажоранти. *Найбільшою (або точною) нижньою гранню* називається міноранта, більша (якій передують) за інші міноранти. Очевидно, що їх (точних граней) для підмножини $Q \subset M$ не більше ніж одна. Нагадаємо, що M – упорядкована множина.

Означення 1. Решіткою називається частково впорядкована множина $< M, \preccurlyeq >$, будь-які два елементи x, y якої мають точну нижню грань (або переріз $x \cap y$) і точну верхню грань (або об'єднання $x \cup y$).

Зауваження. Впорядкована множина $\overline{M}$, що двоїста решітці, є решіткою, в якій переріз та об'єднання міняються місцями.

Упорядкована множина, в якій всі підмножини мають найбільшу нижню і найменшу верхню грані, називається *повною решіткою.*

Очевидно, що якщо *всі ланцюги* в решітці *скінченні*, то будь-яка підмножина в решітці *має* точну верхню й точну нижню грані.

Приклад. Розглянемо решітку на рис. 2.1. Знайдемо об’єднання та переріз деяких її елементів: $\{2\}\cup\{1\}=\{1,2\}$, $\{2\}\cap\{2,3\}=\{2\}$; $\{1,2\}\cap\{1,3\}=\{1\}$; $\{1,2,3\}\cup\varnothing=\{1,2,3\}$; $\{1,2\}\cap\{3\}=\varnothing$; $\{1\}\cup\{2,3\}=\{1,2,3\}$.

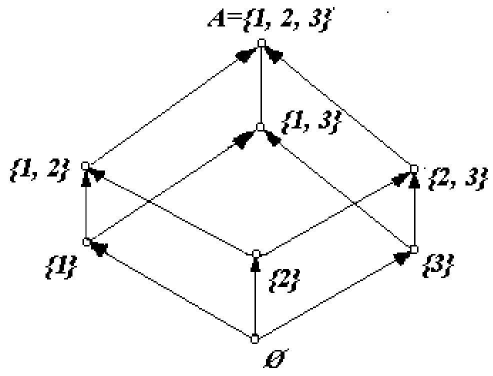

Рис. 2.1 – Приклад діаграми Хассе частково впорядкованої множини

Зауважимо, що $\cup,\cap$ як операції з елементами решітки − це не операції об’єднання і перерізу множин, хоч для цього прикладу, як ми бачимо, є повний збіг формальних записів.

Можна дати інше означення решітки як алгебри $A=<M,\cup,\cap>$, сигнатура якої має властивості: комутативність ($x\cup y=y\cup x, x\cap y=y\cap x$), асоціативність $\left((x\cup y)\cup z=x\cup(y\cup z),(x\cap y)\cap z=x\cap(y\cap z)\right)$, поглинання $\left(x\cup(x\cap y)=x, x\cap(x\cup y)=x\right)$, ідемпотентність $(x\cup x=x,\ x\cap x=x)$.

Тут $x,y,z\in M$, а $\cup,\cap$ – операції взяття точної верхньої (об’єднання) та точної нижньої (перерізу) граней елементів відповідно.

Можна показати, що обидва означення рівносильні, якщо порядок $\preccurlyeq$ ввести так: якщо $x\cap y=x,\ x\cup y=y$, то $x\preccurlyeq y$.

Елементи *0* і *1* у решітці будемо називати *структурними нулем та одиницею*. У решітці A зі структурними нулем і одиницею два елементи x,y називають *доповняльними*, якщо $x\cap y=0$, $x\cup y=1$.

Елемент $\overline{m}$, доповняльний до елемента m, називається також *доповненням* елемента m в решітці A.

Решітка A називається *дистрибутивною,* якщо її сигнатура, крім перерахованих чотирьох властивостей, задовольняє тотожність, яку називають *дистрибутивність перерізу відносно об'єднання:* $(x \cup y) \cap z = (x \cap z) \cup (y \cap z)$ $\forall x, y, z \in M$.

У решітці A зі *структурними нулем і одиницею,* в якій кожен елемент m має доповнення $\overline{m}$, можна вважати заданою операцію (унарну) $f(x) = \overline{x}$.

Решітка A називається *решіткою з доповненнями,* якщо вона *має структурний нуль* і таку унарну операцію $f(x) = \overline{x}$, що $\forall x, y \in M$

$$\overline{\overline{x}} = x, \ \overline{x \cup y} = \overline{x} \cap \overline{y}, \ x \cap \overline{x} = 0.$$

Згідно вищезазначених умов одна з операцій $\cup, \cap$ виражається через іншу й доповнення. Отже, *решітку з доповненням* можна визначити як алгебру $A = < M, \cup, \bar{} >$.

Наслідком цих умов є: $0 \cap m = 0$, $1 \cup m = 1$, $m \cup \overline{m} = 1$.

Означення 2. Дистрибутивна решітка з доповненнями називається булевою алгеброю.

Можна дати інше означення булевої алгебри, що еквівалентне даному.

Означення 3. Булева алгебра – це не порожня множина *B,* з операціями $\cup, \cap, \bar{}$ над елементами $x, y, z \in B$, що задовольняють аксіоми: комутативність, дистрибутивність $\left(x \cap (y \cup z) \equiv (x \cap y) \cup (x \cap z), x \cup (y \cap z) \equiv (x \cup y) \cap (x \cup z)\right)$ асоціативність, поглинання, склеювання $\left((x \cap \overline{x}) \cup y = y, \ (x \cup \overline{x}) \cap y = y\right)$.

У булевій алгебрі *вводиться впорядкованість* елементів: $x \preccurlyeq y$, тоді і тільки тоді, коли $x = x \cap y$.

Булева алгебра містить 1 та 0 як результат таких операцій: $1 = x \cup \overline{x}$, $0 = x \cap \overline{x}$. Тобто булева алгебра – це: $< B, \cap, \cup, \bar{}, 0, 1 >$.

2.2. Огляд тренажерів

Сьогодні серед Інтернет ресурсів можна знайти велику кількість програмного забезпечення для реалізації тих чи інших методів чи задач. На рис. 2.2-2.4 представлено деякі приклади таких програм, створених з використанням різних мов програмування [5-7]. Але переважна їх кількість – це програми, які просто реалізують метод, при цьому не надають можливості користувачу навчатись. В цих програмах не передбачені вказівки до дій, підказки, можливості самостійного розв’язування задачі. В навчальному процесі саме програми, які мають навчальні властивості мають більшу цінність. До таких програм належать навчальні тренажери. В ПУЕТ студентами спеціальностей «Комп’ютерні науки», «Комп’ютерні науки та інформаційні технології», «Соціальні інформатика» створено та впроваджено в дистанційне навчання багато різних тренажерів з різних курсів [8-15]. Розглянемо декілька з них.

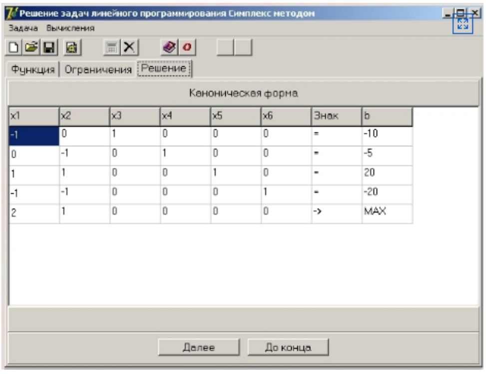

Рис. 2.2 – Розв’язок задач лінійного програмування двоїстим симплекс-методом (програма на Delphi 7)

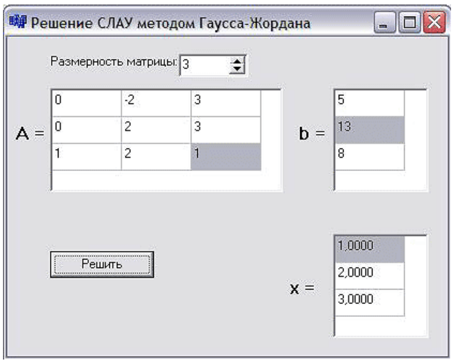

Рис. 2.3 – Розв’язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь довільної розмірності методом Жордана-Гаусса (програма на C++ Builder 6.0)

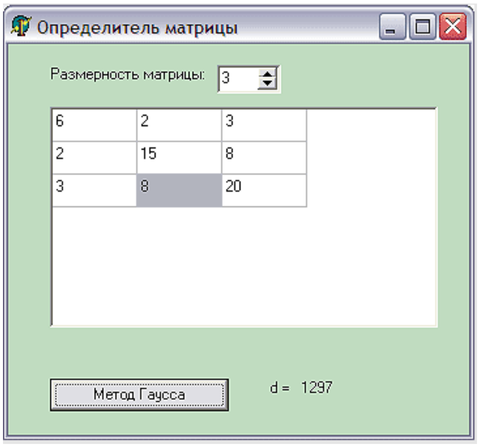

Рис. 2.4 – Знаходження визначника для довільної додатньо-визначеної матриці методом Гаусса. (програма на Delphi 7.0)

Тренажер з теми «Метод Дальтона-Ллевеліна» (розробник Голубенко Р.В.) створено із використанням мови програмування C#, в середовищі Microsoft Visual Studio (рис.2.5).

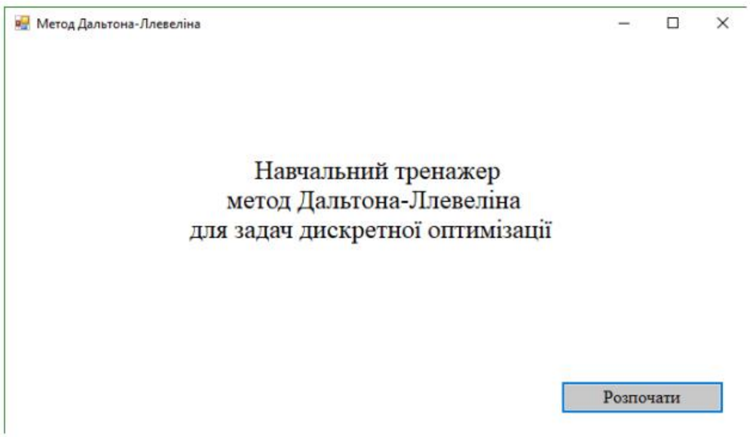

Рис. 2.5 – Стартова сторінка тренажера «Метод Дальтона-Ллевеліна»

Перш ніж перейти до реалізації прикладу, в тренажері пропонується ряд теоретичних запитань із варіантами відповідей. Таким чином здійснюється підготовка студента до розв’язування задачі з даної теми. Серед позитивного можна виділити – зручний та приємний інтерфейс, різні форми запитань (вибір однієї відповіді із запропонованих, введення даних в комірки та ін.), передбачена можливість доступу у будь-який момент до умови задачі, натиснувши відповідну однойменну кнопку (рис. 2.6).

На деяких етапах є рекомендації-підказки щодо введення даних (рис.2.7).

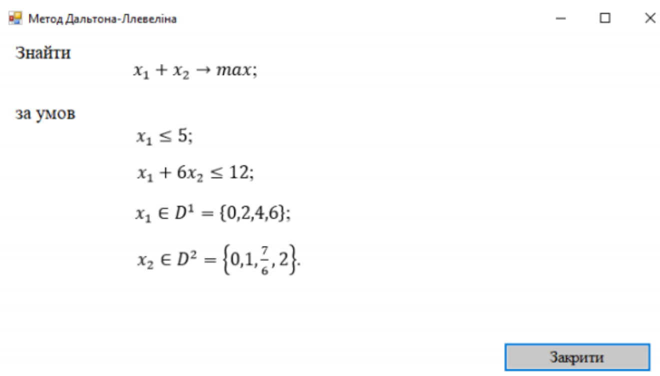

Рис. 2.6 – Умова задачі тренажера «Метод Дальтона-Ллеveліна»

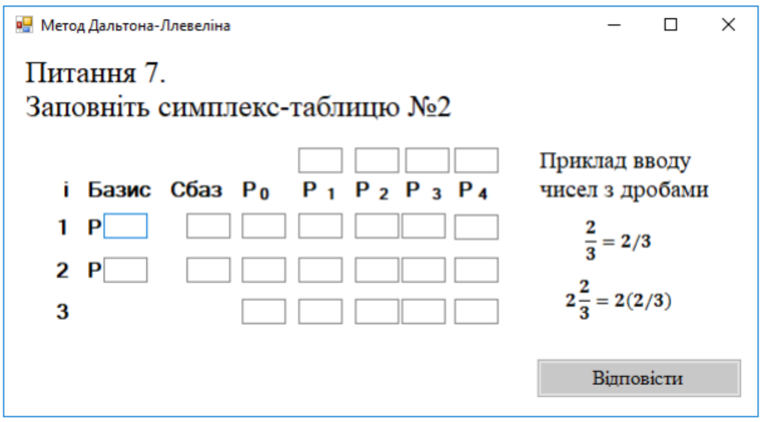

Рис.2.7 – Заповнення комірок на одному із кроків тренажера «Метод Дальтона-Ллевеліна»

Серед недоліків можна виділити наступне. Можна було б більше наповнювати рекомендаціями чи вказівками повідомлення, які з’являються в разі помилки, а не просто інформувати про її наявність. Або ж можливо доцільно було б додати постійний доступ до теоретичного матеріалу. Адже головна мета тренажера – це навчити, а не проконтролювати, тому наявність великої кількості підказок і вказівок не є зайвою.

Далі розглянемо тренажер дистанційного курсу «Проектне навчання з курсу «Методи оптимізації та дослідження операцій»», в якому реалізується моделювання задачі оптимізації виробництва столів (розробник Мороз А.В).

Програму реалізовано у середовищі програмування Microsoft Visual Studio, з використанням мови програмування С++ (рис. 2.8-2,9).

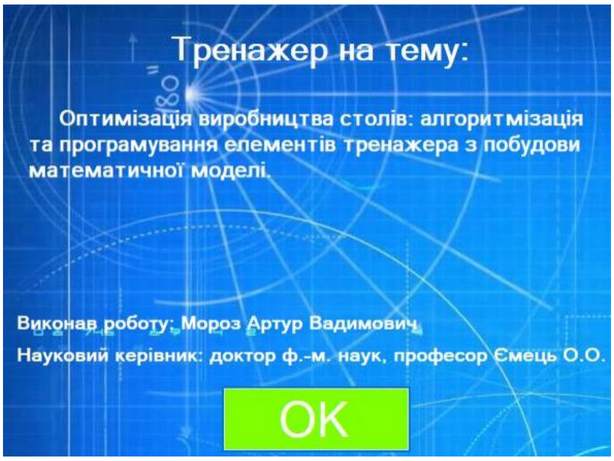

Рис. 2.8 – Стартова сторінка тренажера курсу

«Методи оптимізації та дослідження операцій»

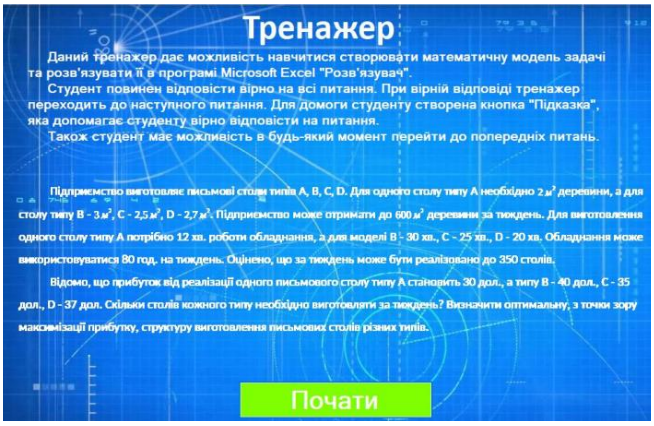

Рис.2.9 – Умова задачі тренажера курсу

«Методи оптимізації та дослідження операцій»

Серед позитивного слід відмітити, що створено працюючий тренажер, який реалізує моделювання задачі оптимізації,у програмі є постійний доступ до кожного питання. Крім реалізації прикладу покроково описано спосіб розв’язування даної задачі засобами Microsoft Excel, використовуючи «Розв’язувач».

Негативними сторонами можна відмітити:

- замалий розмір шрифту і фон не сприяють зручному сприйманню матеріалу,

- деякі інформативні повідомлення не вдало сформульовано, що веде за собою незрозумілість користувачем даних вказівок.

Тренажер з теми «Матриці суміжності для орієнтованих та неорієнтованих графів без петель» (розробник Шабоян А.Т.) (рис.2.10).

Програму створено мовою С++ у середовищі програмування Borland Builder 5.

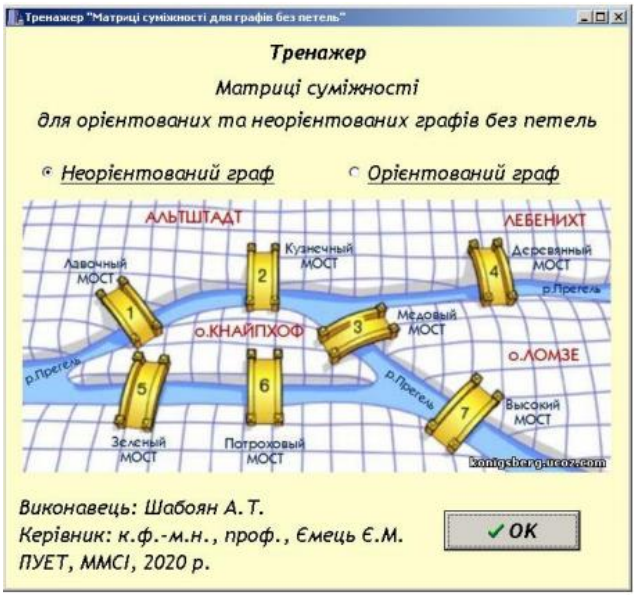

Рис. 2.10 – Стартова сторінка тренажера (автор Шабоян А.Т)

Слід відмітити, що даний тренажер має зручний інтерфейс, передбачені пояснення помилок, різні форми запитань. Суттєвих недоліків не виявлено, даний тренажер може бути впроваджений у навчальний процес.

Всі наведені роботи звісно мають своє практичне значення, але кроки по вдосконаленню створених програм обов’язково мають проводитись, адже це стимулює студентів покращувати свої знання та самовдосконалюватись.

3. ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

3.1. Алгоритм реалізації розділу «Деякі поняття, необхідні для означення решітки»

Крок 1. На екрані з'являються наступні запитання:

Нехай є деяке відношення порядку (частковий порядок, лінійний порядок або інший) на множині A, яке позначаємо ρ, $\le$, $\prec$).

Мажорантою (верхньою межею) підмножини $Q \subset A$ називається

- такий елемент $n \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $n \prec q$.
- <u>такий елемент $m \in A$, що для всіх $q \in Q$ справедливо $q \prec m$.</u>
- максимальний елемент із множини A.
- мінімальний елемент із множини A.

Максимумом підмножини Q ($\max Q$) називається

- міноранта n, яка належить Q.
- міноранта n, яка не належить Q.
- <u>мажоранта m, яка належить Q.</u>
- мажоранта m, яка не належить Q.

Верхньою гранню підмножини Q ($\sup Q$) називають

- <u>максимальний елемент множини мажорант.</u>
- одну із мажорант.
- максимальний елемент множини $P(A)$.
- максимальний елемент множини мінорант.

Найбільшим елементом підмножини Q називають

- одну із мажорант.
- <u>верхню грань підмножини Q, що належить Q.</u>
- верхню грань підмножини Q, що не належить Q
- максимальний елемент множини $P(A)$.

Перехід на крок 2.

Крок 2. *(Умова прикладу разом з рисунком має бути постійно на екрані під час виконання завдань.)*

Приклад 1. Розглянемо діаграму Хассе частково упорядкованої множини $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ по відношенню $\subset$, що представлена на рис. 3.1. $Q\subset P(A)$.

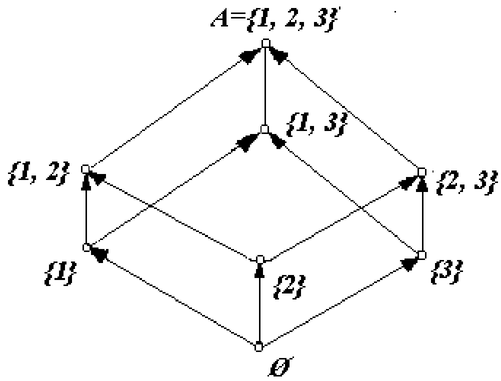

Рис. 3.1 – Діаграма Хассе частково упорядкованої множини

Вибрати правильні відповіді.

1) Для множини $Q=\{\{2\},\{3\},\varnothing\}$ мажорантами є:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\underline{\{2,3\}}$ - $\underline{\{1,2,3\}}$ - жоден із варіантів

Повідомлення про помилку при першому виборі: – «Вибір помилковий. Мажорантами підмножини Q є всі елементи множини $P(A)$, яким передують всі елементи із множини Q, тобто такі елементи $m\in P(A)$, що справедливо $q\preccurlyeq m$ для всіх $q\in Q$». Користувачу надається можливість ще раз виконати вибір.

Повідомлення про помилку про повторному помилковому виборі – «Мажорантами є $\{1,2,3\}$, $\{2,3\}$, так як $\{2\}\preccurlyeq\{2,3\}$, $\{3\}\preccurlyeq\{2,3\}$, $\varnothing\preccurlyeq\{2,3\}$, а також $\{2\}\preccurlyeq\{1,2,3\}$, $\{3\}\preccurlyeq\{1,2,3\}$, $\varnothing\preccurlyeq\{1,2,3\}$.». Перехід на крок 3.

Крок 3. 2) Верхньою гранню підмножини $Q=\{\{2\},\{3\},\varnothing\}$ є:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\{2,3\}$ - $\underline{\{1,2,3\}}$ - жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: – «Вибір помилковий. Верхньою гранню підмножини $Q=\{\{2\},\{3\},\varnothing\}$ є максимальний елемент в множині мажорант. Так як множина мажорант множини Q – $\{\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ і максимальним є $\{1,2,3\}$, то елемент $\{1,2,3\}$ є верхньою гранню множини Q». Перехід на крок 4.

Крок 4. 3) Найбільшим елементом підмножини $Q=\{\{2\},\{3\},\varnothing\}$ є:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\{2,3\}$ - $\{1,2,3\}$ - <u>жоден із варіантів</u>

Повідомлення про помилку: – «Вибір помилковий. Найбільшого елементу у підмножині $Q=\{\{2\},\{3\},\varnothing\}$ немає, так як верхня грань $\{1,2,3\}$ підмножини Q не належить Q.». Перехід на крок 5.

Крок 5. На екрані з’являються наступні запитання:

Нехай є деяке відношення порядку (частковий порядок, лінійний порядок або інший) на множині A, яке позначаємо ρ, $\le$, $\prec$).

Мінорантою (нижньою межею) підмножини $Q\subset A$ називається

- <u>такий елемент $n\in A$, що для всіх $q\in Q$ справедливо $n\prec q$.</u>
- такий елемент $m\in A$, що для всіх $q\in Q$ справедливо $q\prec m$.
- максимальний елемент із множини A.
- мінімальний елемент із множини A.

Мінімумом підмножини Q ($\min Q$) називається

- мінoранта n, яка не належить Q.
- <u>міноранта n, яка належить Q.</u>
- мажоранта m, яка належить Q.
- мажоранта m, яка не належить Q.

Нижньою гранню підмножини Q ($\inf Q$) називають

- одну із мінорант.

- мінімальний елемент множини $P(A)$.
- мінімальний елемент множини мажорант.
- мінімальний елемент множини мінорант.

Найменшим елементом підмножини Q називають

- одну із мінорант.
- нижню грань підмножини Q, що належить Q.
- нижню грань підмножини Q, що не належить Q
- мінімальний елемент множини $P(A)$.

Перехід на крок 6.

Крок 6. *(Умова прикладу разом з рисунком має бути постійно на екрані під час виконання завдань.)*

Приклад 2. Розглянемо діаграму Хассе частково упорядкованої множини $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ по відношенню $\subset$, що представлена на рис. 3.2 $Q\subset P(A)$.

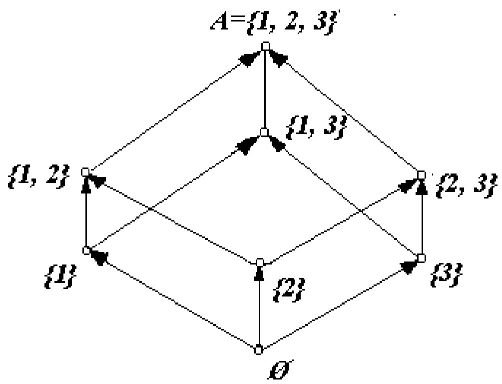

Рис. 3.2 – Діаграма Хассе частково упорядкованої множини

Вибрати правильні відповіді.

1) Для множини $Q=\{\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ мінорантами є:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\{2,3\}$ - $\{1,2,3\}$ - жоден із варіантів

Повідомлення про помилку при першому виборі: – «Вибір помилковий. Мінорантами підмножини Q є всі елементи множини $P(A)$, які передують усім елементам із підмножини Q, тобто такі елементи $n \in P(A)$, що справедливо $n \preccurlyeq q$ для всіх $q \in Q$». Користувачу надається можливість ще раз виконати вибір.

Повідомлення про помилку про повторному помилковому виборі – «Мінорантами є $\{2\}$, $\varnothing$, так як $\{2\} \preccurlyeq \{1,2\}$, $\{2\} \preccurlyeq \{2,3\}$, $\{2\} \preccurlyeq \{1,2,3\}$, а також $\varnothing \preccurlyeq \{1,2\}$, $\varnothing \preccurlyeq \{2,3\}$, $\varnothing \preccurlyeq \{1,2,3\}$.». Перехід на крок 7.

Крок 7. 2) Нижньою гранню підмножини $Q = \{\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ є:

- <u>$\varnothing$</u> - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\{2,3\}$ - $\{1,2,3\}$ - жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: – «Вибір помилковий. Нижньою гранню підмножини $Q = \{\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ є мінімальний елемент в множині мінорант. Так як множина мінорант підмножини Q – $\{\{2\},\varnothing\}$ і мінімальним є $\varnothing$, то елемент $\varnothing$ є нижньою гранню множини Q». Перехід на крок 8.

Крок 8. 3) Найменшим елементом підмножини $Q = \{\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ є:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{3\}$

- $\{1,2\}$ - $\{1,3\}$ - $\{2,3\}$ - $\{1,2,3\}$ - <u>жоден із варіантів</u>

Повідомлення про помилку: – «Вибір помилковий. Найменшого елементу у підмножині $Q = \{\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$ немає, так як нижня грань $\varnothing$ підмножини Q не належить Q.». Алгоритм завершено.

3.2. Алгоритм реалізації розділу «Решітки»

Розділ «Решітки» містить три частини: теоретичні питання, приклад 1 та приклад 2.

Теоретичні питання.

На екрані з'являються декілька теоретичних запитань:

1. Найменшою (або точною) верхньою гранню множини Q називається

- мажоранта, менша за інші мажоранти (яка передує),
- мажоранта, більша за інші мажоранти (якій передують),
- мінoранта, менша за інші мінoранти (яка передує),
- мінoранта, більша за інші мінoранти (якій передують).

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Найменшою (або точною) верхньою гранню множини Q називається мажоранта, менша за інші мажоранти (яка передує).».

2. Найбільшою (або точною) нижньою гранню множини Q називається

- мажоранта, менша за інші мажоранти (яка передує),
- мажоранта, більша за інші мажоранти (якій передують),
- мінoранта, менша за інші мінoранти (яка передує),
- мінoранта, більша за інші мінoранти (якій передують).

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Найбільшою (або точною) нижньою гранню множини Q називається мінoранта, більша за інші мінoранти (якій передують).».

3. Частково впорядкована множина $<M \; \prec>$, будь-які два елементи x та y якої мають точну нижню грань (або переріз $x \cap y$) і точну верхню грань (або об'єднання $x \cup y$) називається

- булевою алгеброю,
- решіткою (структурою),
- повною решіткою,
- дистрибутивною решіткою.

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Частково впорядкована множина $<M \; \prec>$, будь-які два елементи x та y якої мають точну нижню грань (або переріз $x \cap y$) і точну верхню грань (або об'єднання $x \cup y$) називається *решіткою (структурою)*».

4. Упорядкована множина, в якій всі підмножини мають найбільшу нижню і найменшу верхню грані, називається

- булевою алгеброю,
- решіткою (структурою),
- <u>повною решіткою,</u>
- дистрибутивною решіткою.

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Упорядкована множина, в якій всі підмножини мають найбільшу нижню і найменшу верхню грані, називається *повною решіткою*.».

5. Означення решітки як алгебри: Решітка – це $A = \langle M, \cup, \cap \rangle$, де М – носій, $\cup, \cap$ – сигнатура, яка має наступні властивості:

1. $x \cup y = y \cup x,\ x \cap y = y \cap x,$ •
2. $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z),\ (x \cap y) \cap z = x \cap (y \cap z),$ •
3. $x \cup (x \cap y) = x, x \cap (x \cup y) = x,$ •
4. $x \cup x = x,\ x \cap x = x.$ •

Біля кожної властивості з'являється випадаючий список, в якому вказані наступні назви: «комутативність, ідемпотентність, асоціативність, поглинання». Користувачу необхідно вибрати відповідну назву.

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий.

1. $x \cup y = y \cup x,\ x \cap y = y \cap x$ – комутативність,
2. $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z),\ (x \cap y) \cap z = x \cap (y \cap z)$ – асоціативність,
3. $x \cup (x \cap y) = x, x \cap (x \cup y) = x$ – поглинання,
4. $x \cup x = x,\ x \cap x = x$ – ідемпотентність.».

Блок «Теоретичні питання» завершено.

Приклад 1. Крок 1. На екрані умова: «Задана частково впорядкована множина A діаграмою Хассе (рис. 3.3).

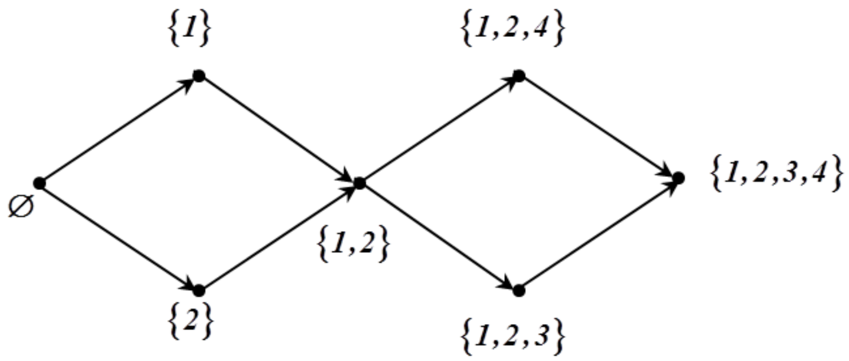

Рис. 3.3 – Діаграма Хассе до прикладу 1.

Визначити, чи є решіткою множина

$$Q = \{\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\}\},\ Q \subset A.$$

Виберіть всі мажоранти Q:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{1,2\}$ - $\{1,2,3\}$ - $\underline{\{1,2,3,4\}}$

- жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Мажорантою є лише $\{1,2,3,4\}$, так як їй передують всі елементи множини Q.». Перехід на крок 2.

Крок 2. Виберіть всі міноранти Q:

- $\underline{\varnothing}$ - $\underline{\{1\}}$ - $\underline{\{2\}}$ - $\underline{\{1,2\}}$ - $\{1,2,3\}$ - $\{1,2,3,4\}$

- жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Мінорантами є: $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$ та $\{1,2\}$, так як вони передують всім елементам множини Q.».

Перехід на крок 3.

Крок 3. Точна верхня грань множини Q:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - $\{1,2\}$ - $\{1,2,3\}$ - $\underline{\{1,2,3,4\}}$

- жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Точна верхня грань множини Q – це найменша мажоранта. Так як для Q вона єдина, то елемент $\{1,2,3,4\}$ – точна верхня грань.». Перехід на крок 4.

Крок 4. Точна нижня грань множини Q:

- $\varnothing$ - $\{1\}$ - $\{2\}$ - <u>$\{1,2\}$</u> - $\{1,2,3\}$ - $\{1,2,3,4\}$

- жоден із варіантів

Повідомлення про помилку: «Вибір помилковий. Точна нижня грань множини Q – це найбільша мінoранта. Мінорантами Q є $\varnothing$, $\{1\}$, $\{2\}$ та $\{1,2\}$. Найбільша (тобто та, якій передують всі інші мінoранти) – $\{1,2\}$. Тому $\{1,2\}$ – точна нижня грань.». Перехід на крок 5.

Крок 5. Чи є решіткою множина

$$Q=\{\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\}\},\ Q\subset A?$$

- <u>так,</u> - ні.

Повідомлення про помилку: «Відповідь помилкова. Множина $Q\subset A$ є решіткою, так як будь-які два елементи Q мають точну нижню грань і точну верхню грань.». Алгоритм завершено.

Приклад 2. Чи є решіткою множина натуральних чисел $C=\{2,5,7,10,28,70\}$ (рис. 3.4) з відношенням «ділить»?

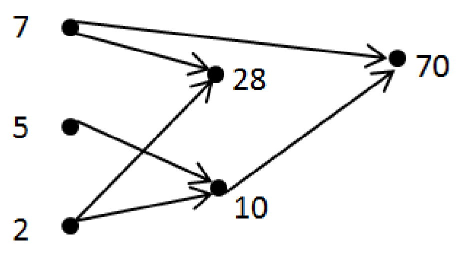

Рис. 3.4 – Діаграма до прикладу 2.

- так, - <u>ні.</u>

Повідомлення про помилку: «Відповідь помилкова. Множина C не є решіткою, так як для пар $\{2,5\}$, $\{5,7\}$, $\{7,10\}$, немає нижніх граней, а пари $\{10,28\}$ і $\{28,70\}$ не мають верхніх граней.». Алгоритм завершено.

4. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

4.1. Блок-схема алгоритму

На рис. 4.1, А.1-А.3 відображена блок-схема алгоритму першої теми для першого кроку, 1-4 питань.

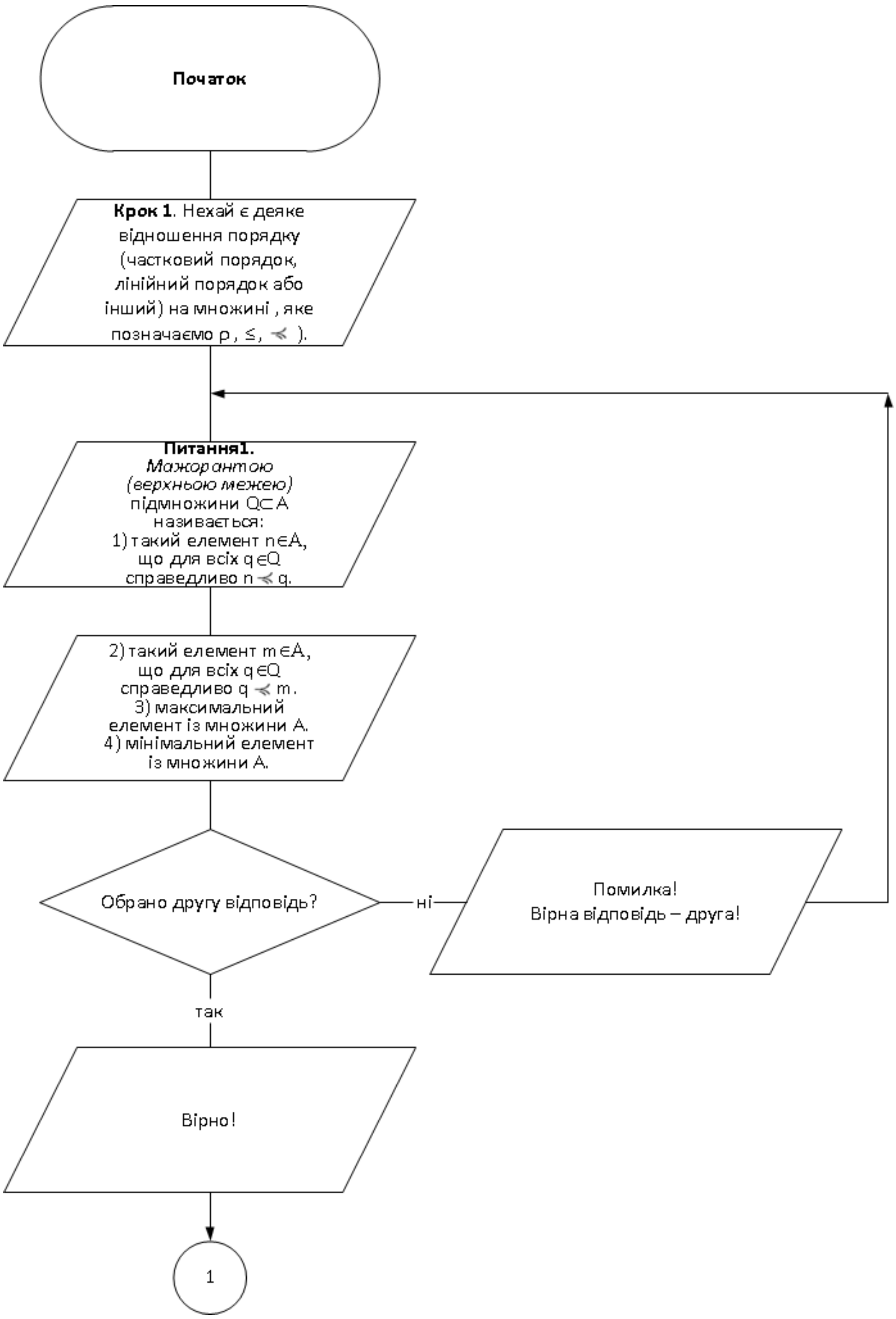

Рис. 4.1 – Блок-схема, питання 1

4.2. Опис програмної реалізації

Тренажер був програмно реалізований з використанням мови C++ у середовищі Borland Builder.

Розглянемо створення програми на прикладі першого кроку, першого питання.

На рис. 4.2 показано структури форми. Як видно, форма містить дві панелі. Перша – призначена для виводу питання та варіантів відповіді. Друга – для підтвердження вірності, або пояснення помилки.

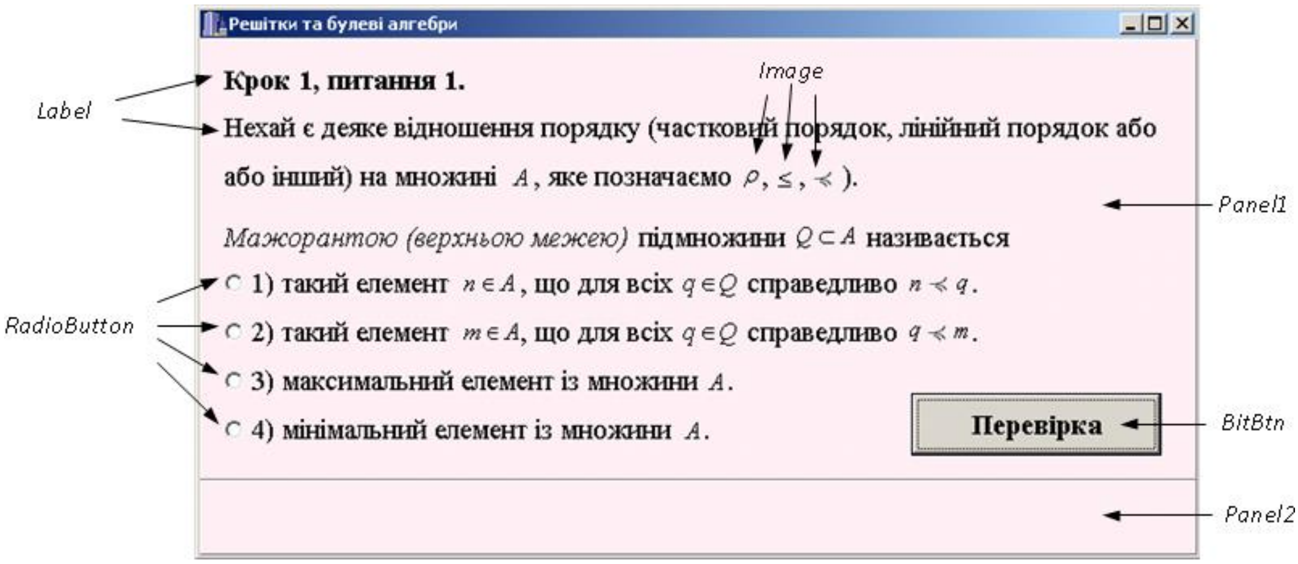

Рис. 4.2 – Структура форми

Текст питань та відповідей був розміщений за допомогою компонентів Label. Формули були розміщені як малюнки в компонентах Image. Для можливості вибору одного питання з декількох було обрано компоненти RadioButton. Для створення діалогу з користувачем був обраний компонент BitBtn.

Після налаштування зовнішнього виду форми (рис. 4.2) був створений код (рис. 4.3).

Спочатку кнопка містить напис «Перевірка». Після обрання вірної відповіді вона змінить напис на «Далі». Отже, це є ознакою, чи переходити до наступної форми чи ні.

```
void    __fastcall    TForm2::FormClose(TObject    *Sender,
TCloseAction &Action)
{
  Application->Terminate();
}

// крок 1, питання 1
void __fastcall TForm2::BitBtn1Click(TObject *Sender)
{
  if (BitBtn1->Caption=="Перевірка")
  {
    if (RadioButton2->Checked==true)
    {
      Panel2->Caption="Вірно!";
      BitBtn1->Caption="Далі";
      return;
    }
    else
    {
      Panel2->Caption="Помилка! Вірна відповідь - друга.";
    }
  }

  if (BitBtn1->Caption=="Далі")
  {
    Form2->Hide();
    Form3->Show();
  }
}
```

Рис. 4.3 – Код

Якщо написом є «Перевірка», то визначається, чи вірну відповідь обрали. Тут це другий варіант.

Якщо обрано другий варіант, то на другій панелі з`являється фраза «Вірно», змінюється напис кнопки на «Далі», здійснюється примусовий вихід із процедури.

Якщо обрано інший варіант відповіді, то на другій панелі з`являється пояснення помилки.

Якщо напис на кнопці – «Далі», то ця форма приховується, а наступна відображається на екрані.

Перевірка вірності відповіді була написана в процедурі OnClick для кнопки BitBtn1. Тобто це код виконається тоді, коли користувач клацає по кнопці.

При закритті форми буде відбуватись подія OnClose для форми Form2. В ній здійснюється завершення програми.

Інший код (лістинг для кроків 1-4 та першого вікна програми) показано у додатках.

4.3. Інструкція по роботі з програмою

Робота програми відображена на рисунках 4.4-4.34, Б.1-Б.24.

Принцип роботи програми наступний.

Користувач обирає відповідь, натискає кнопку «Перевірити». Якщо відповідь помилкова, то з'являється пояснення помилки. Користувач знову відповідає.

Якщо відповідь вірна, є підтвердження цього у нижні панелі вікна, кнопка змінює напис на «Далі». Користувач натискає кнопку «Далі» і переходить до чергового кроку.

Для другого і шостого кроків пояснення помилки будуть різними. При першій помилці, буде одне пояснення, при всіх наступних – інше.

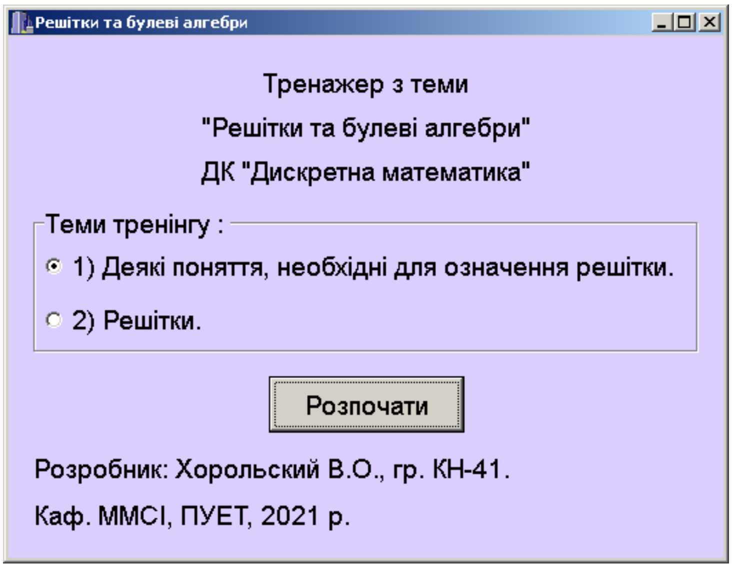

Рис. 4.4 – Початок програми

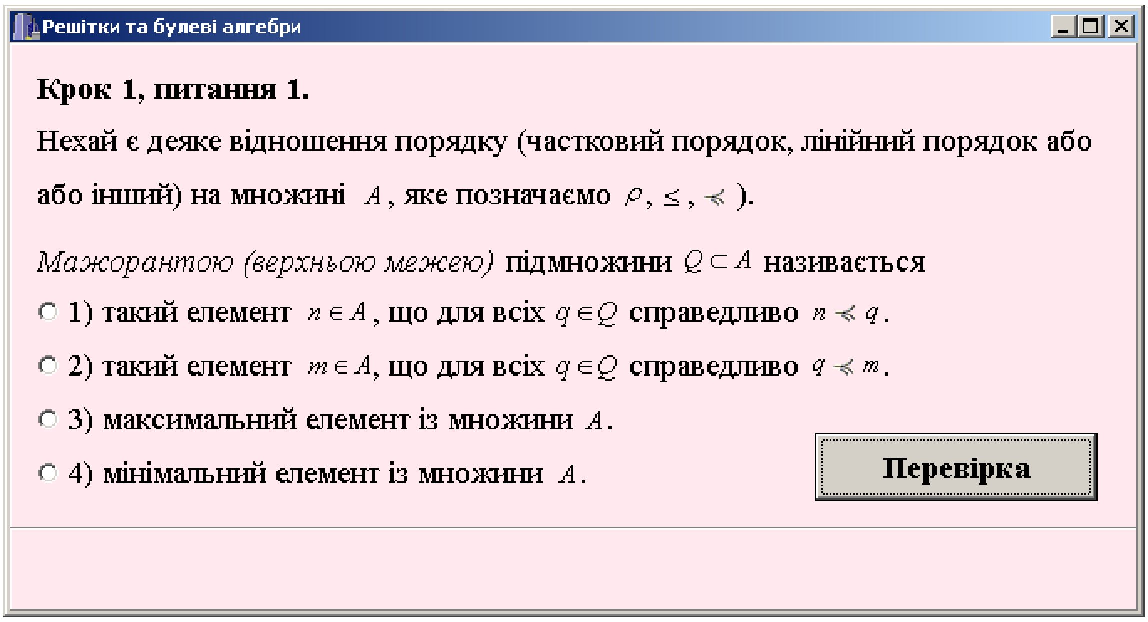

Рис. 4.5 – Перший крок, перше питання

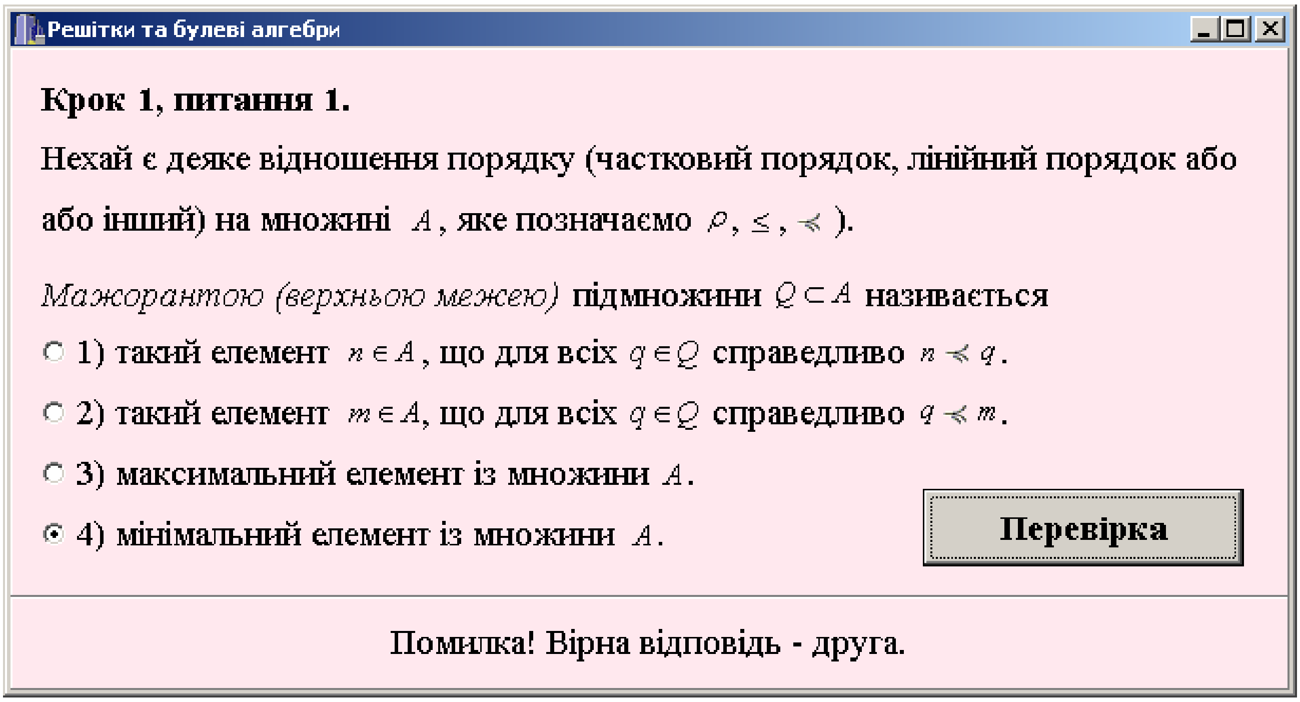

Рис. 4.6 – Перший крок, перше питання з невірною відповіддю

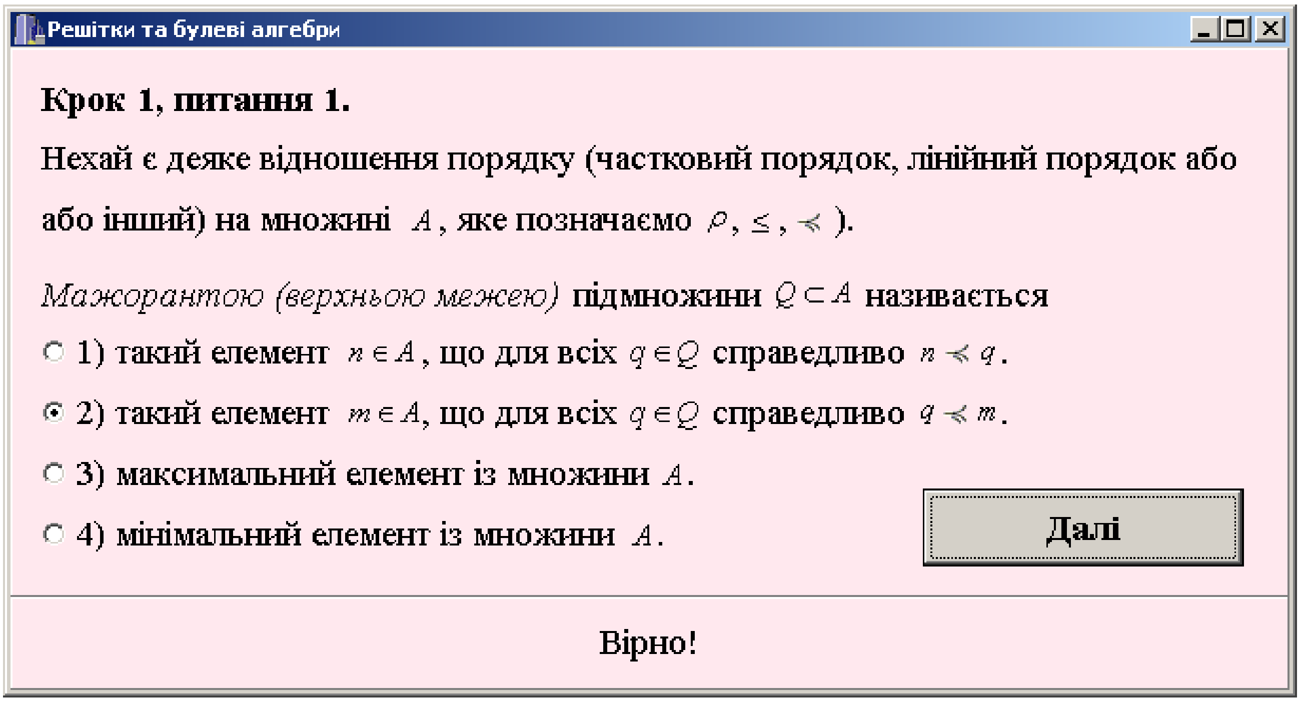

Рис. 4.7 – Перший крок, перше питання з вірною відповіддю

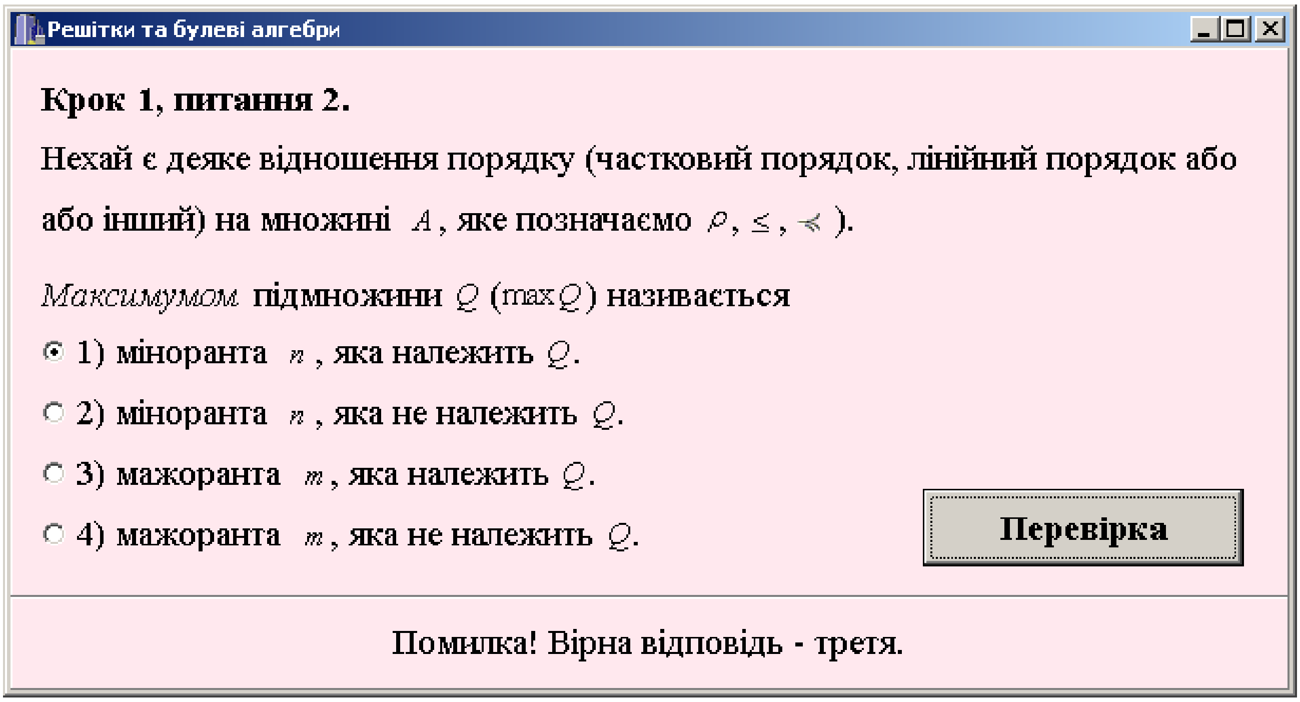

Рис. 4.8 – Перший крок, друге питання з невірною відповіддю

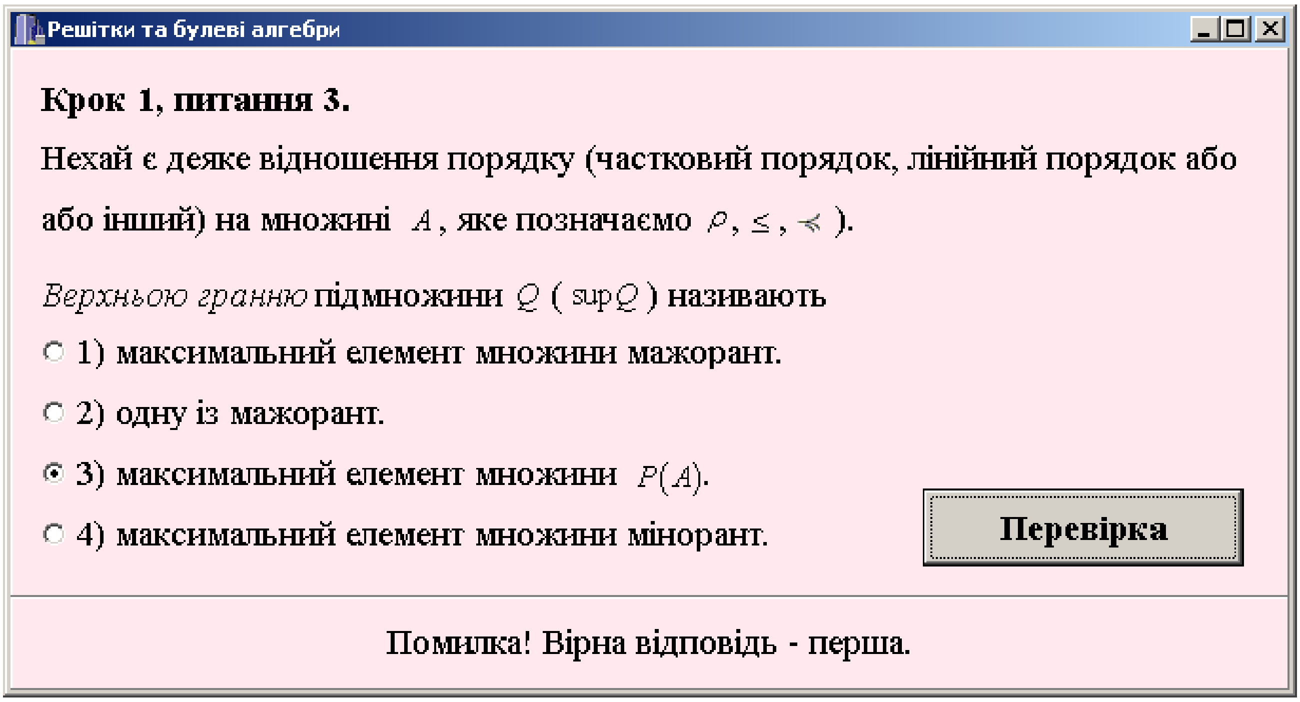

Рис. 4.9 – Перший крок, третє питання з невірною відповіддю

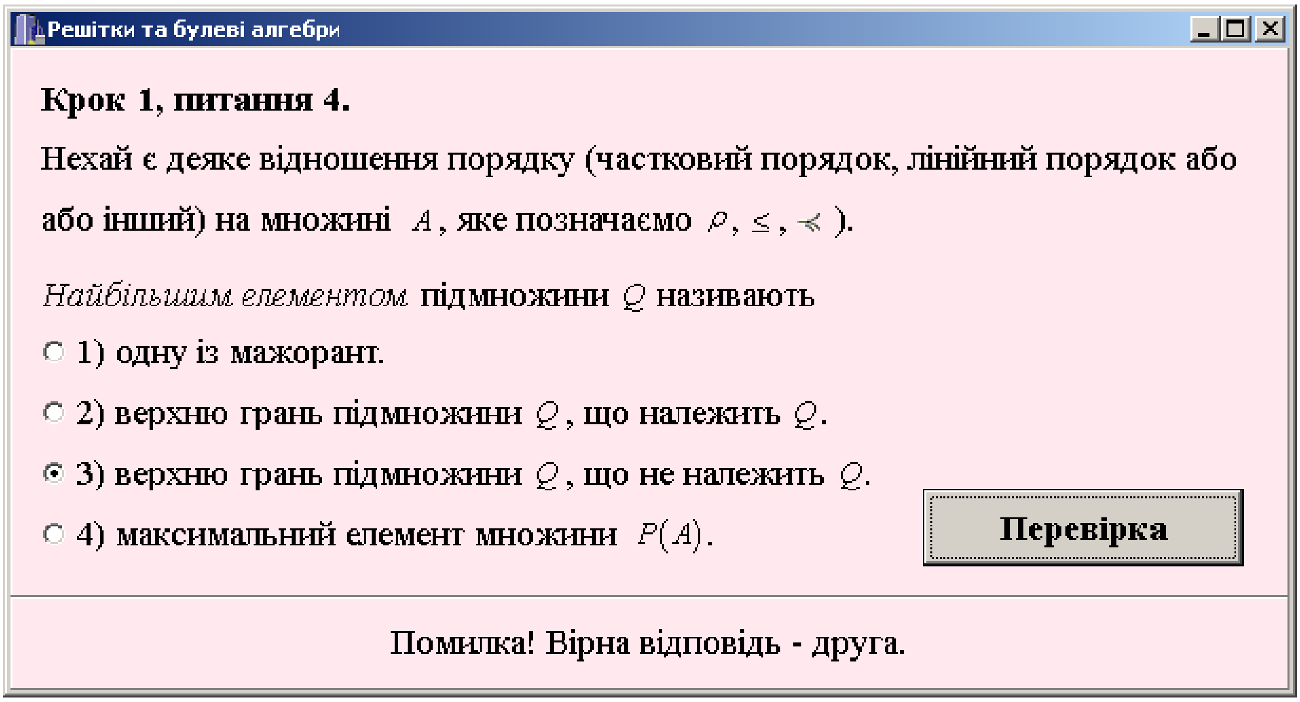

Рис. 4.10 – Перший крок, четверте питання з невірною відповіддю

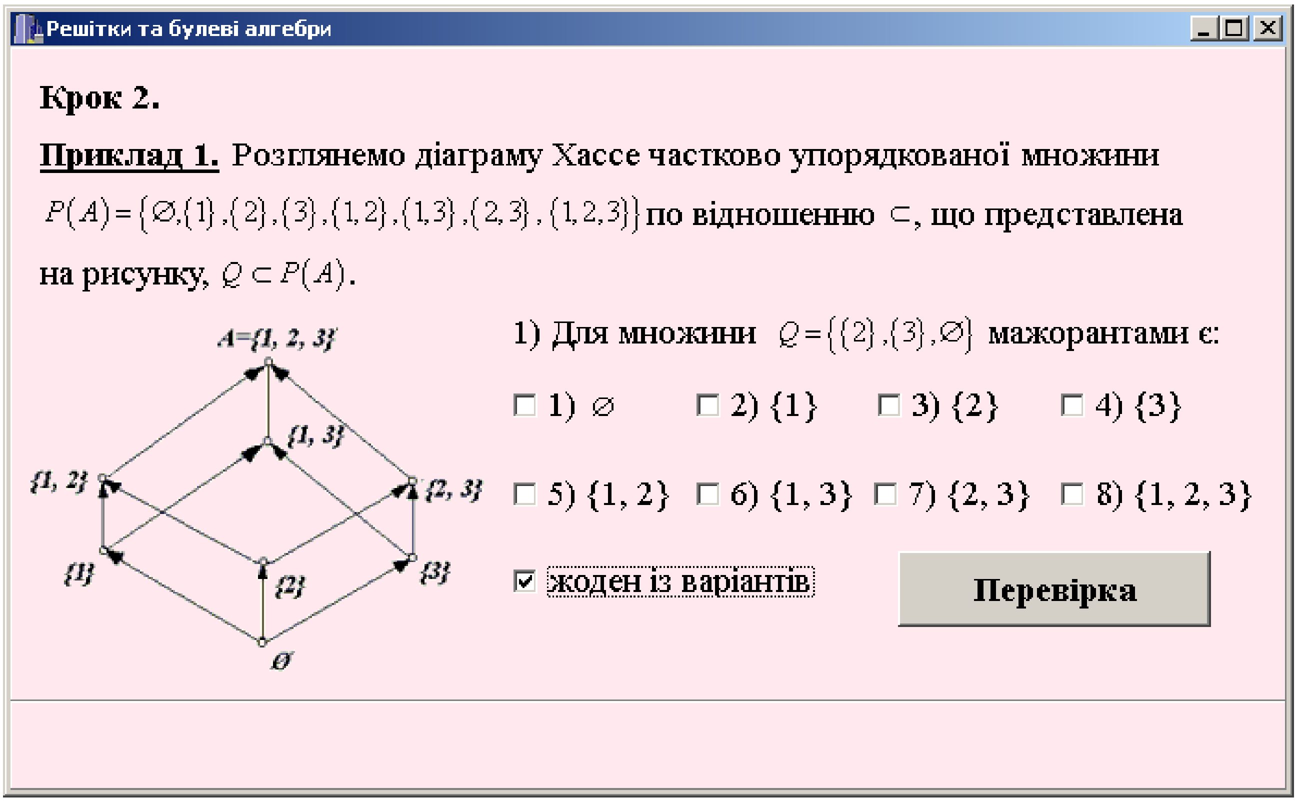

Рис. 4.11 – Другий крок з невірною відповіддю

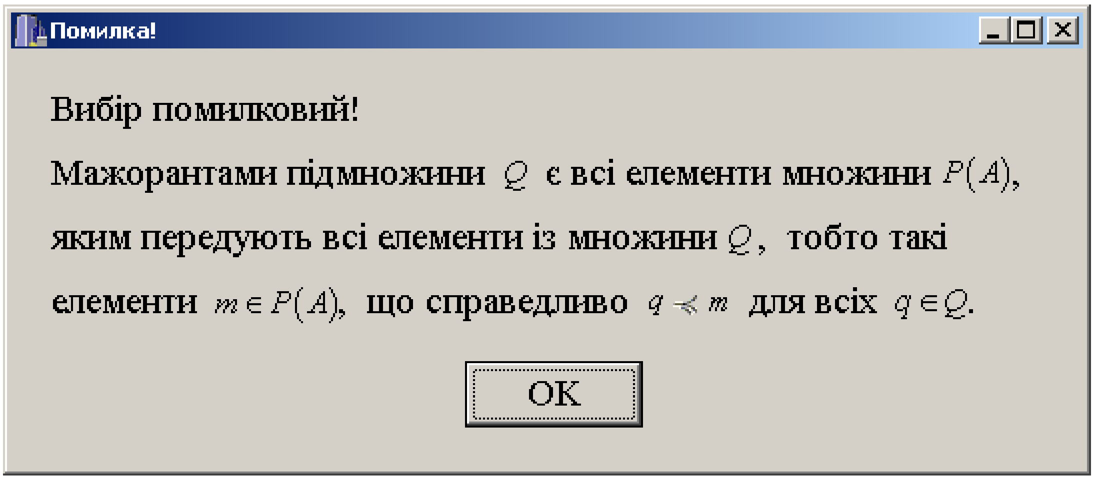

Рис. 4.12 – Перше пояснення помилки на другому кроці

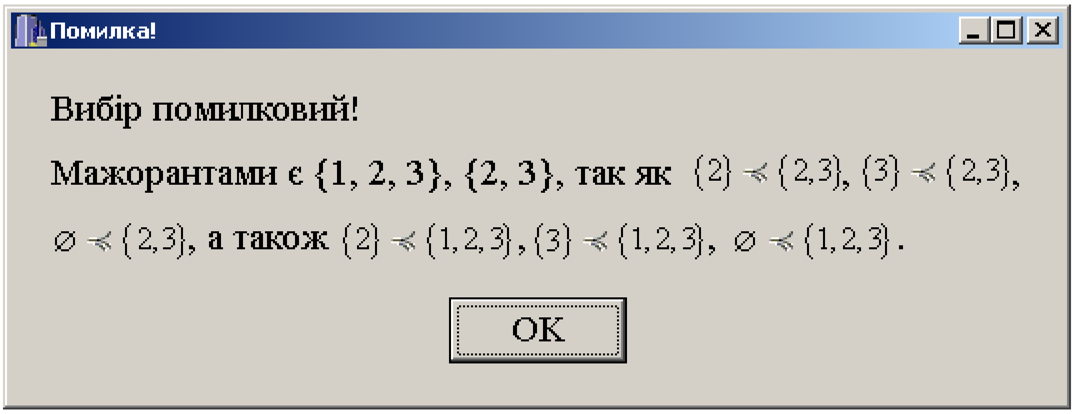

Рис. 4.13 – Друге і наступні пояснення помилки на другому кроці

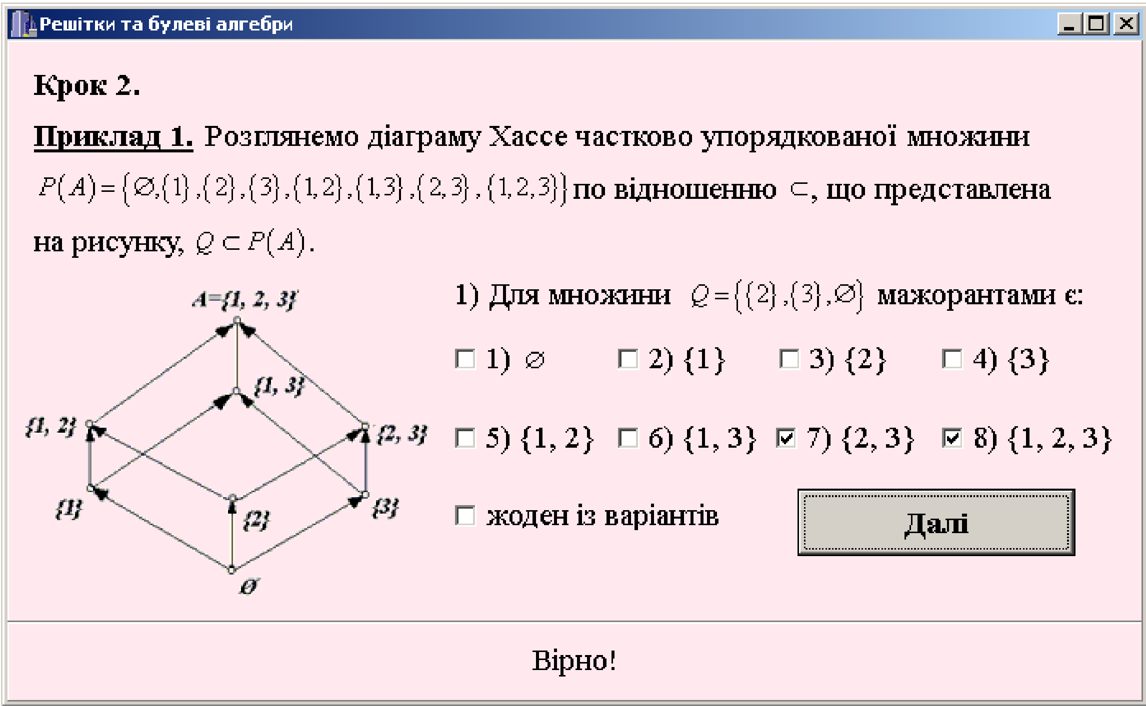

Рис. 4.14 – Другий крок з вірною відповіддю

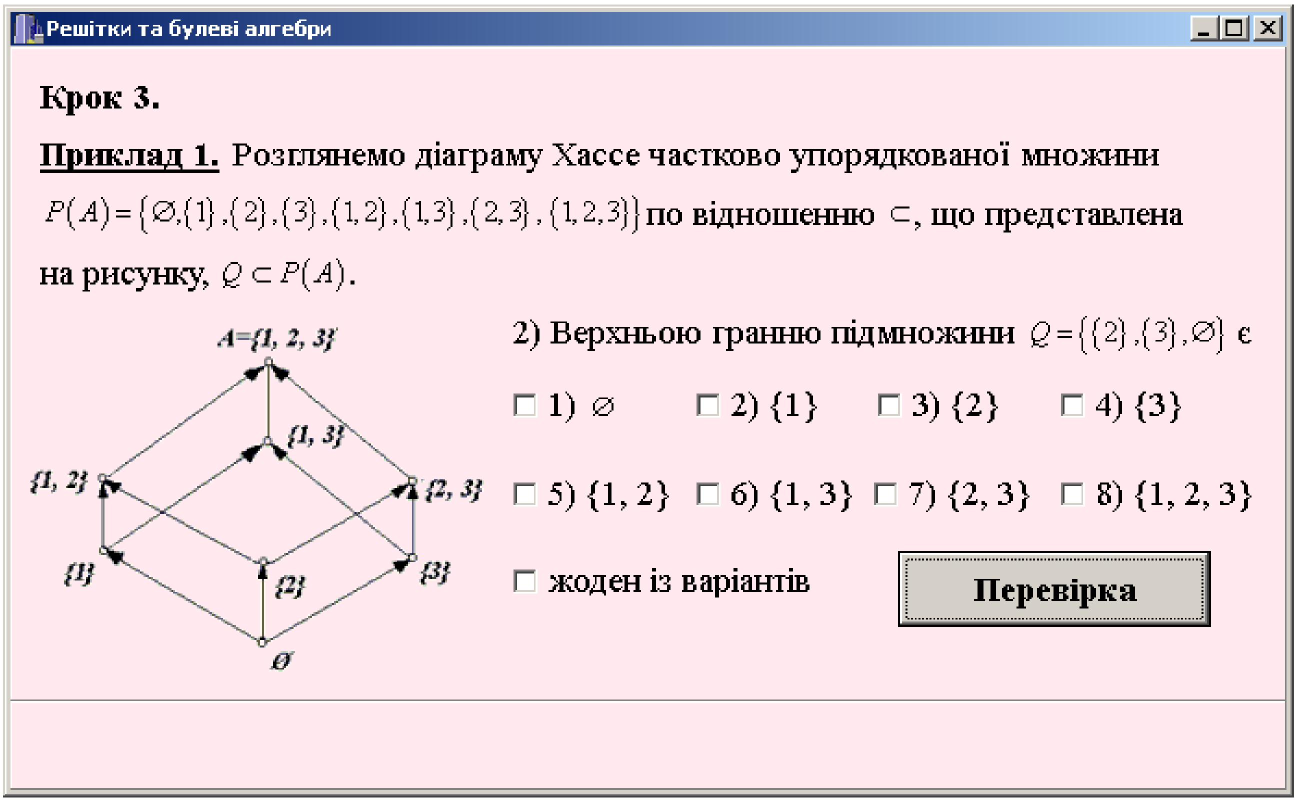

Рис. 4.15 – Третій крок

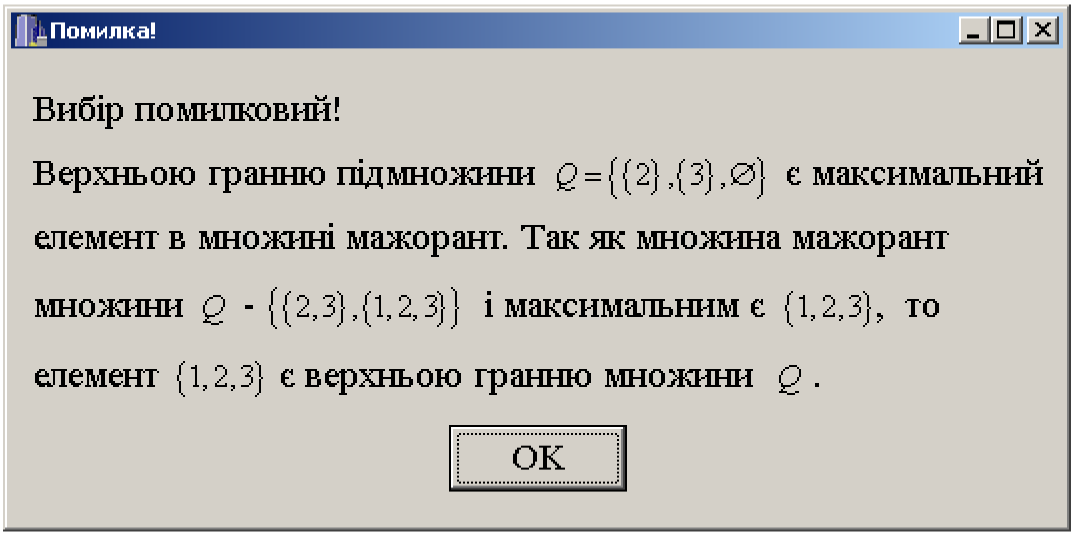

Рис. 4.16 – Пояснення помилки на третьому кроці

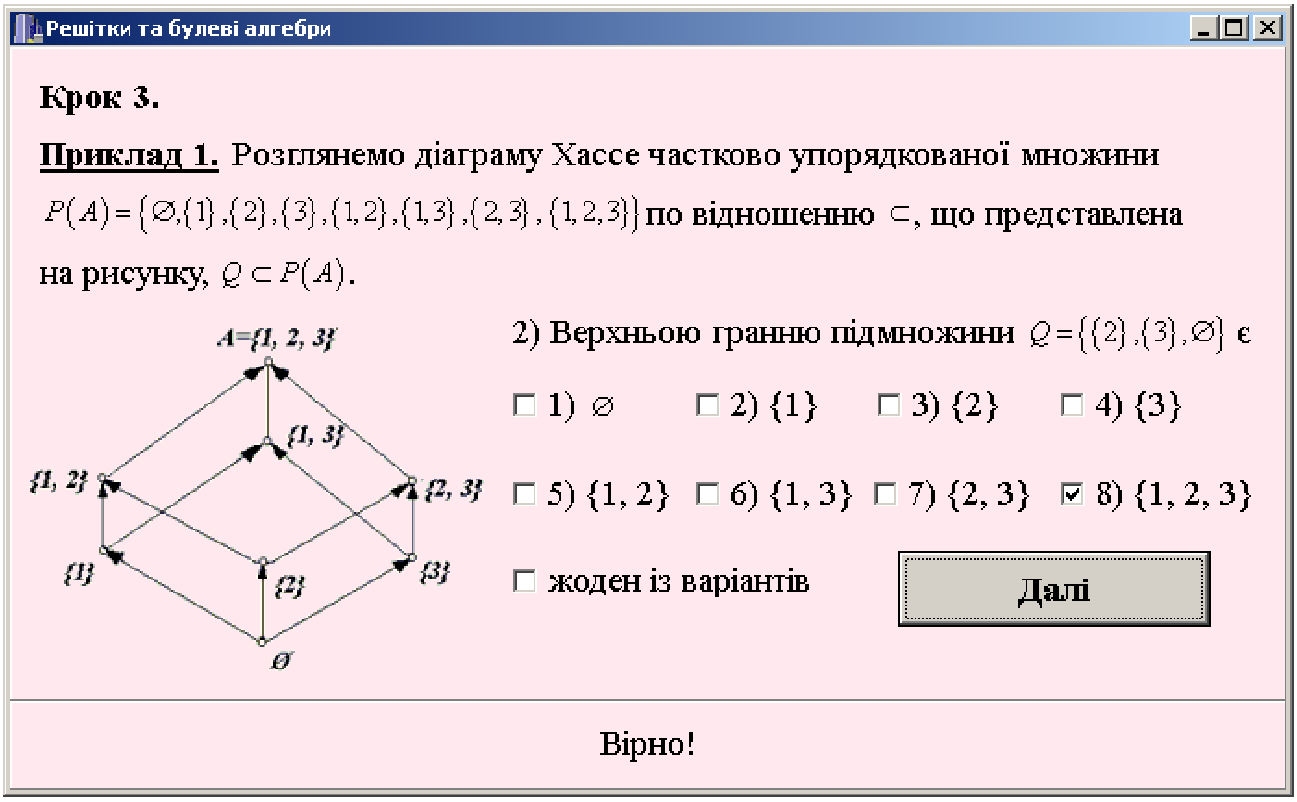

Рис. 4.17 – Третій крок з вірною відповіддю

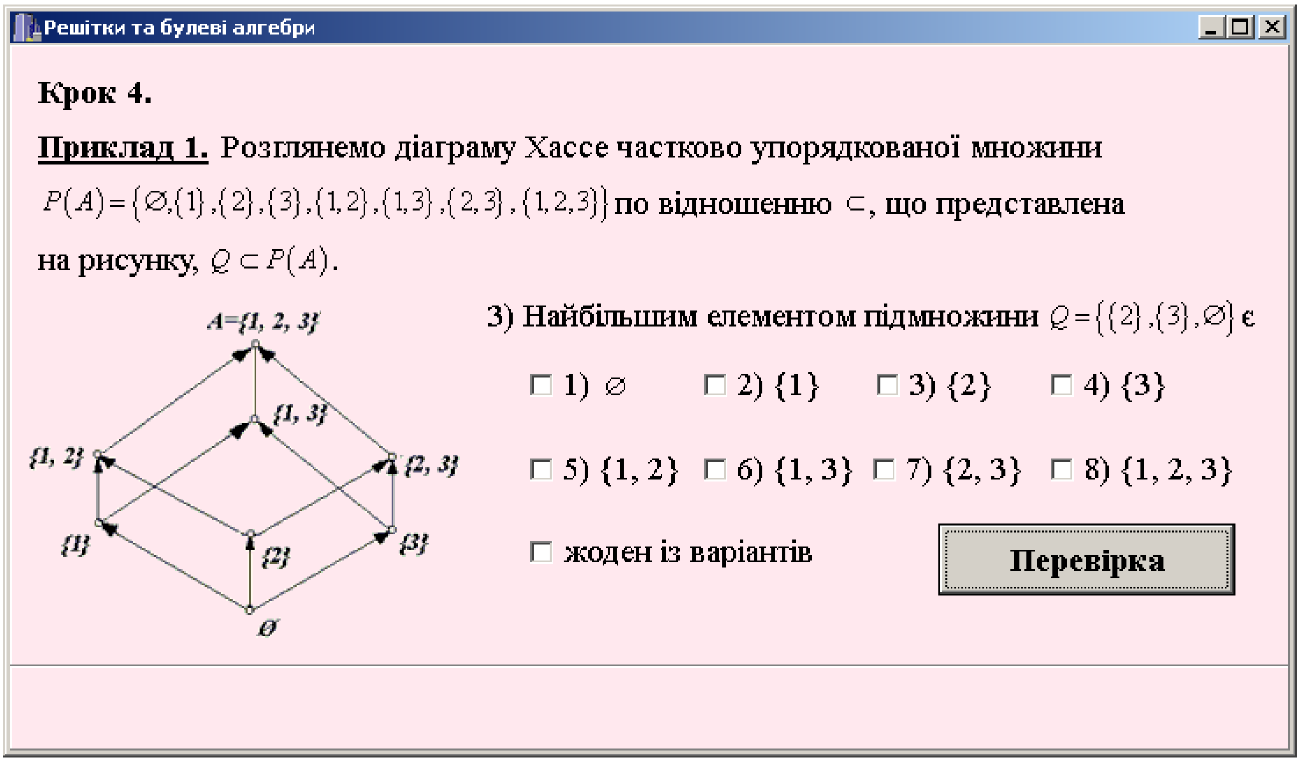

Рис. 4.18 – Четвертий крок

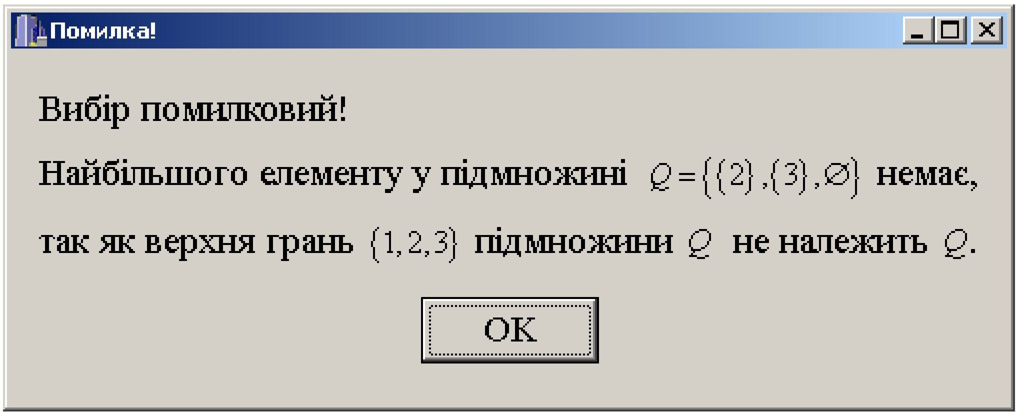

Рис. 4.19 – Пояснення помилки на четвертому кроці

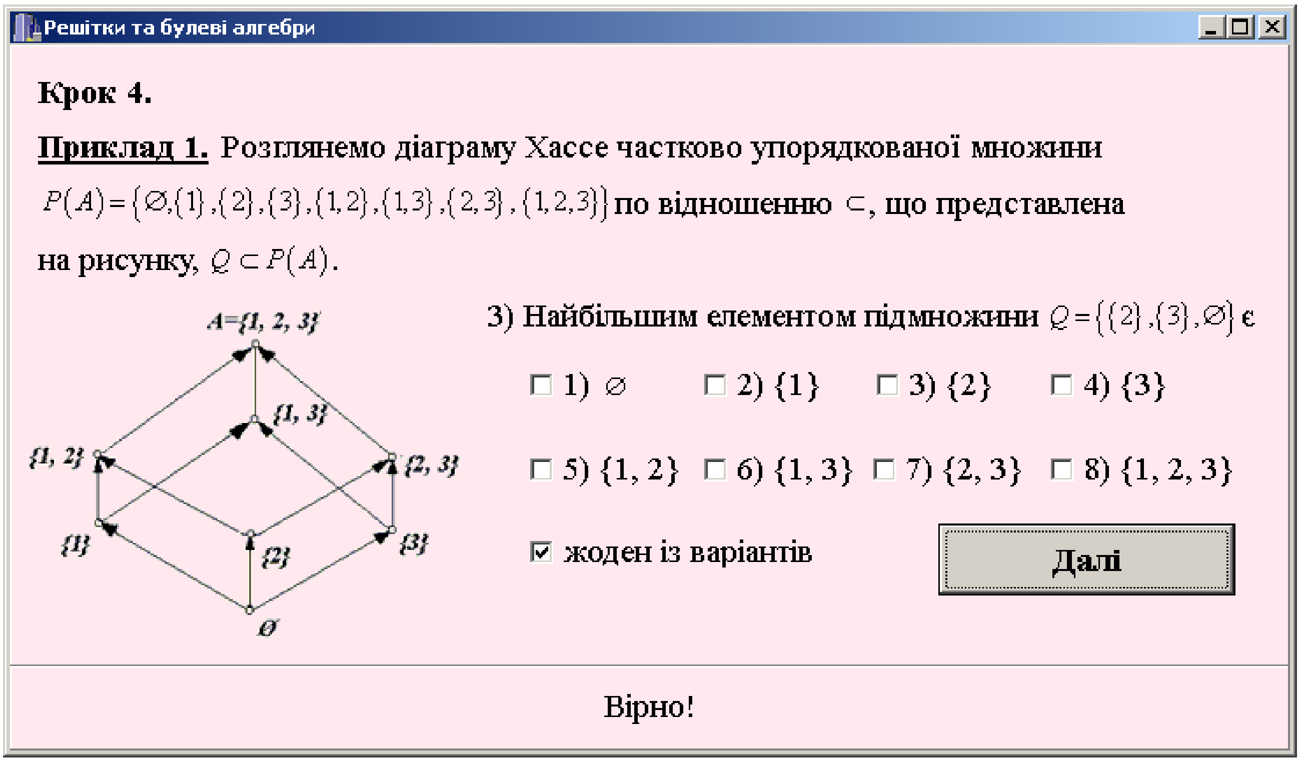

Рис. 4.20 – Четвертий крок з вірною відповіддю

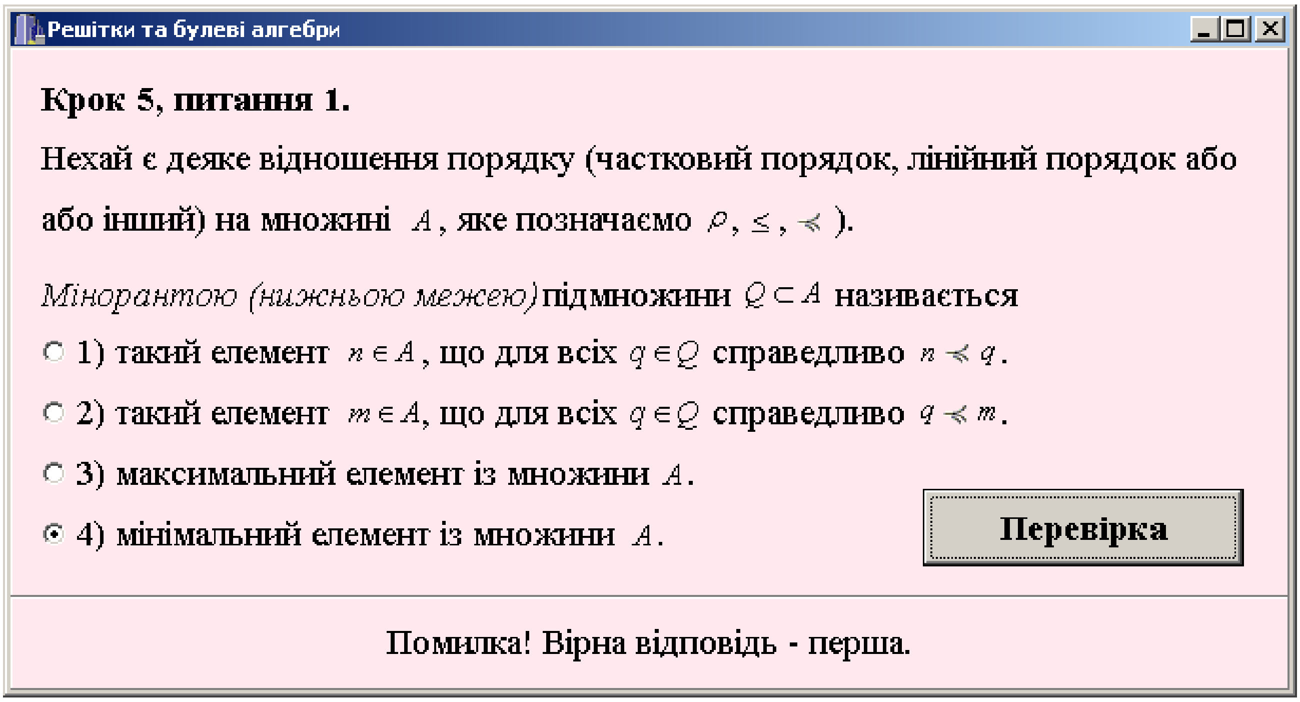

Рис. 4.21 – П’ятий крок, перше питання з невірною відповіддю

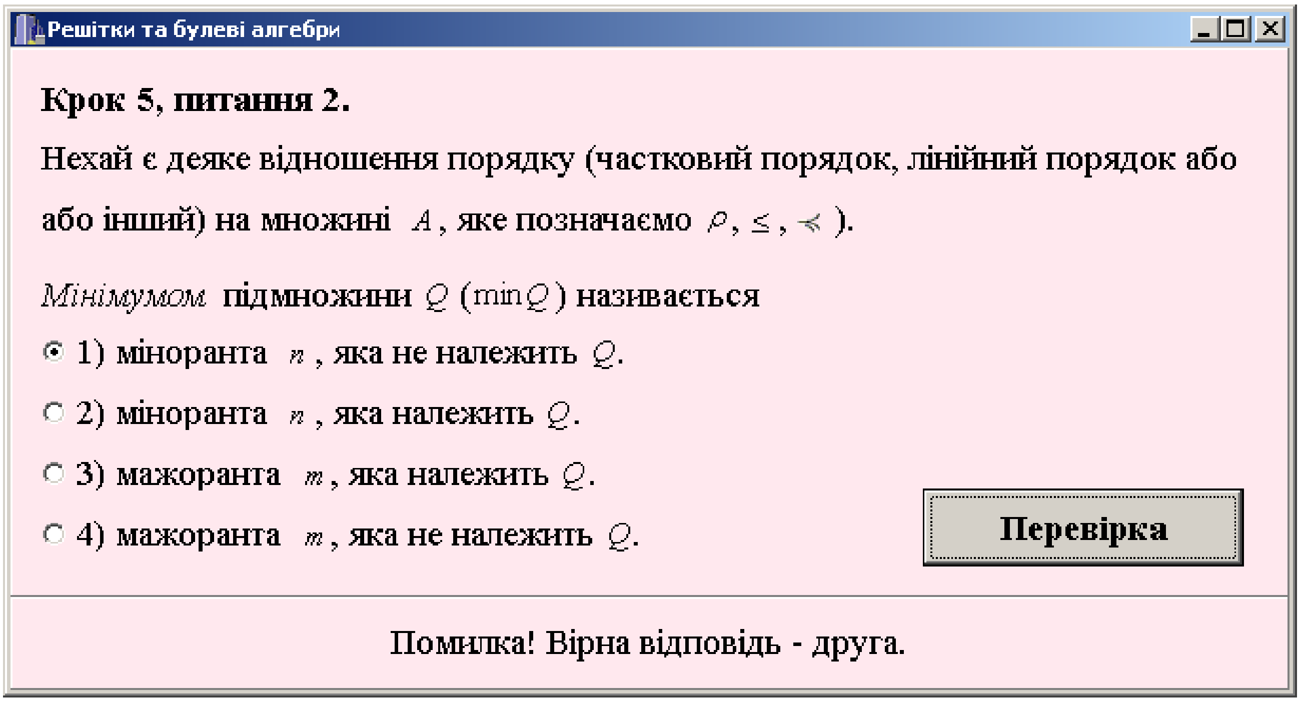

Рис. 4.22 – П’ятий крок, друге питання з невірною відповіддю

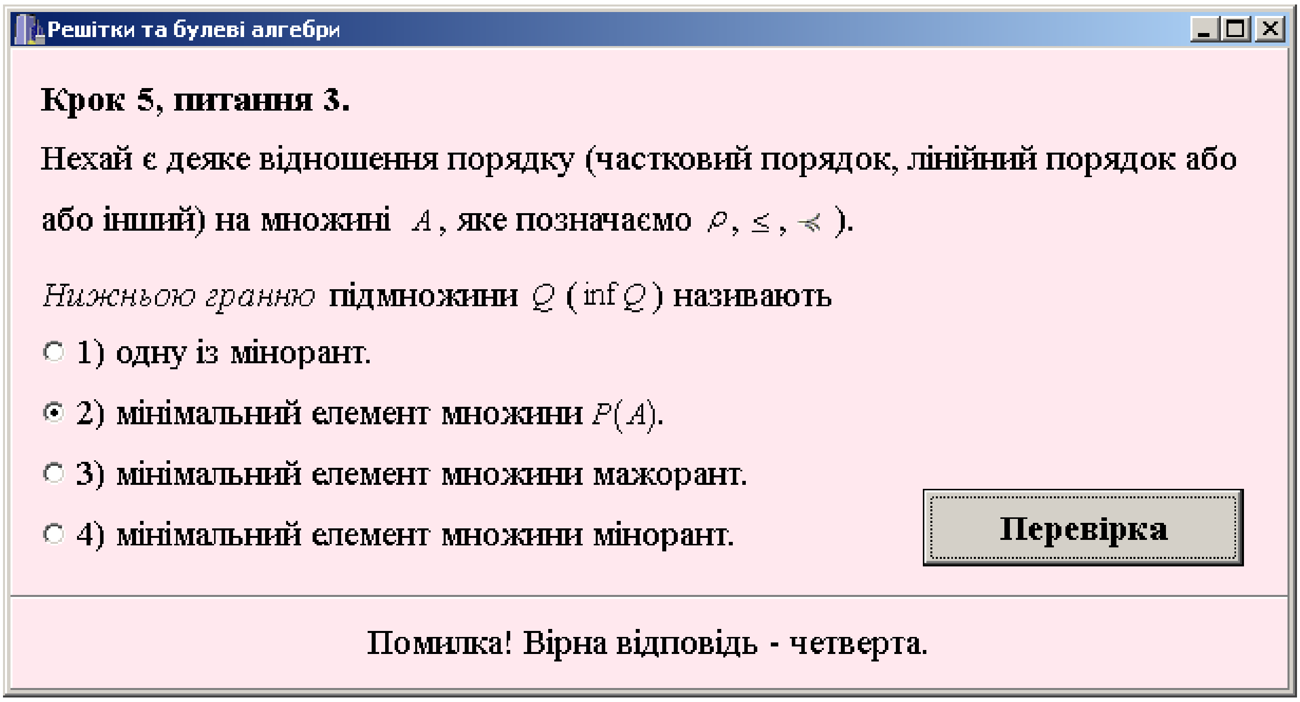

Рис. 4.23 – П’ятий крок, третє питання з невірною відповіддю

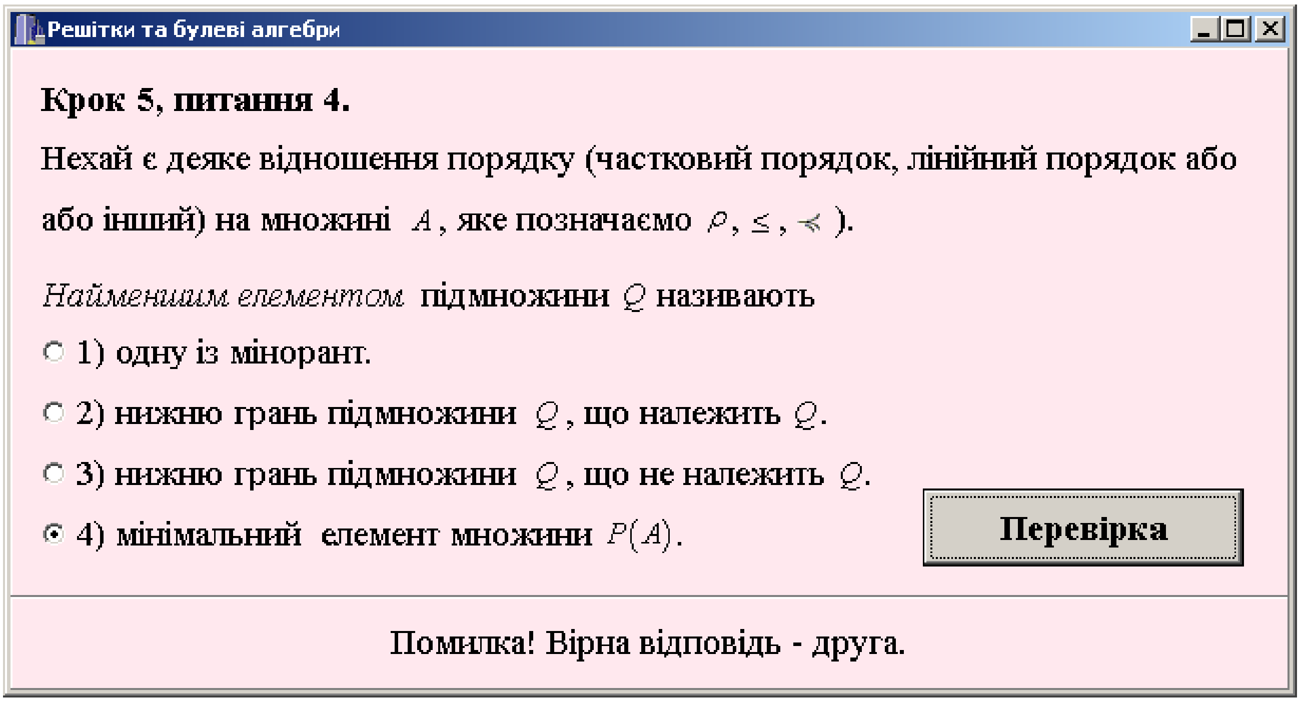

Рис. 4.24 – П’ятий крок, четверте питання з невірною відповіддю

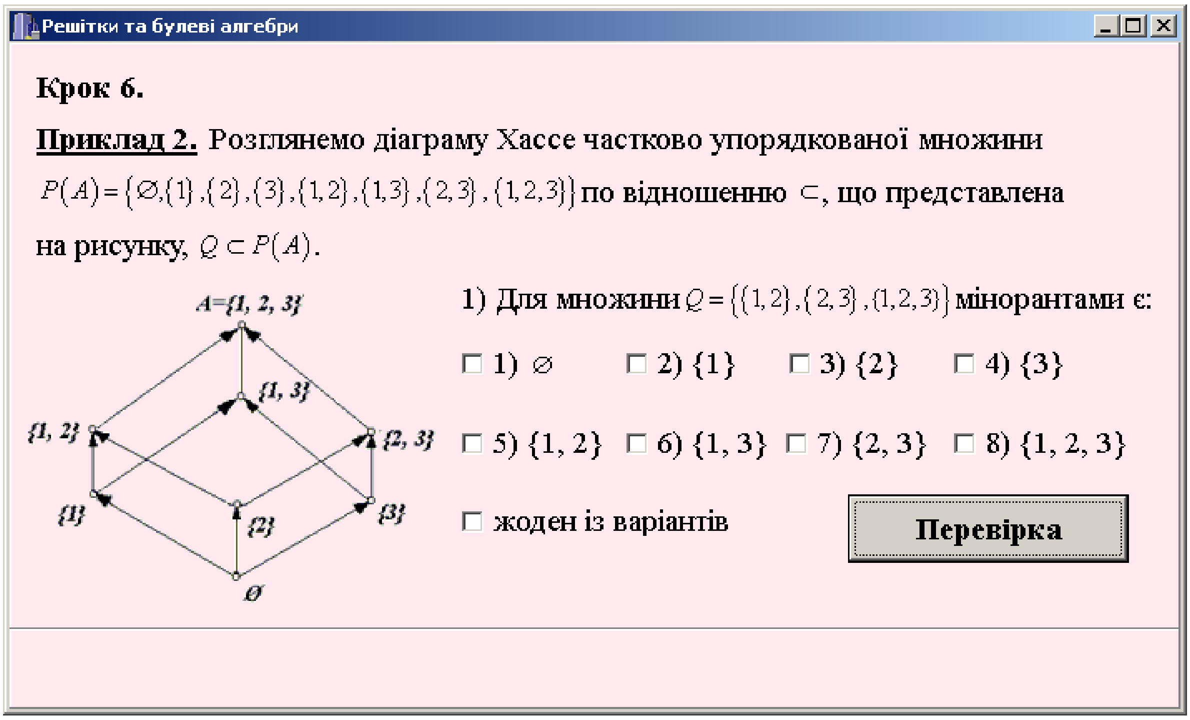

Рис. 4.25 – Шостий крок

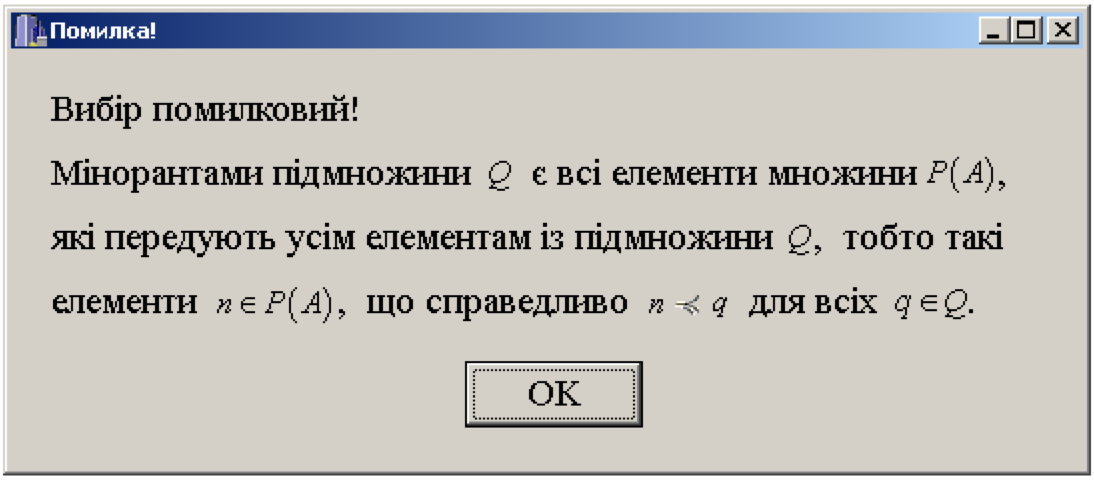

Рис. 4.26 – Перше пояснення помилки на шостому кроці

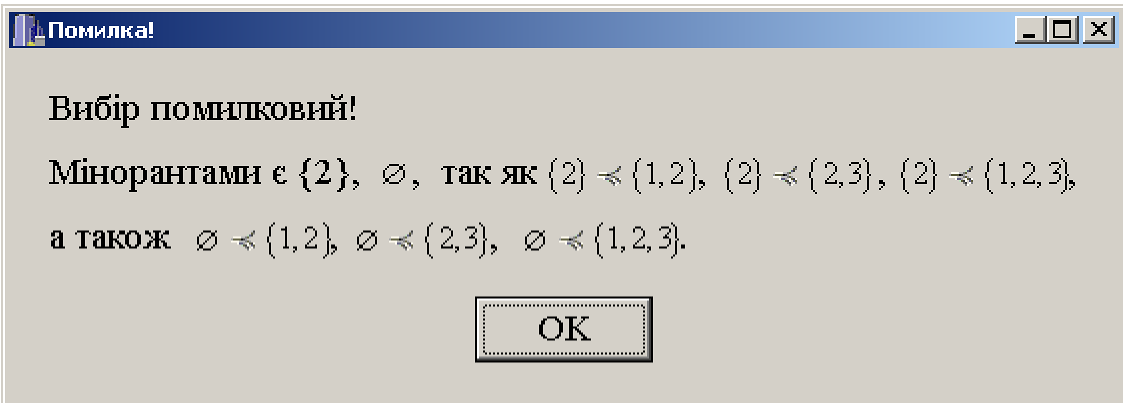

Рис. 4.27 – Друге і наступні пояснення помилки на шостому кроці

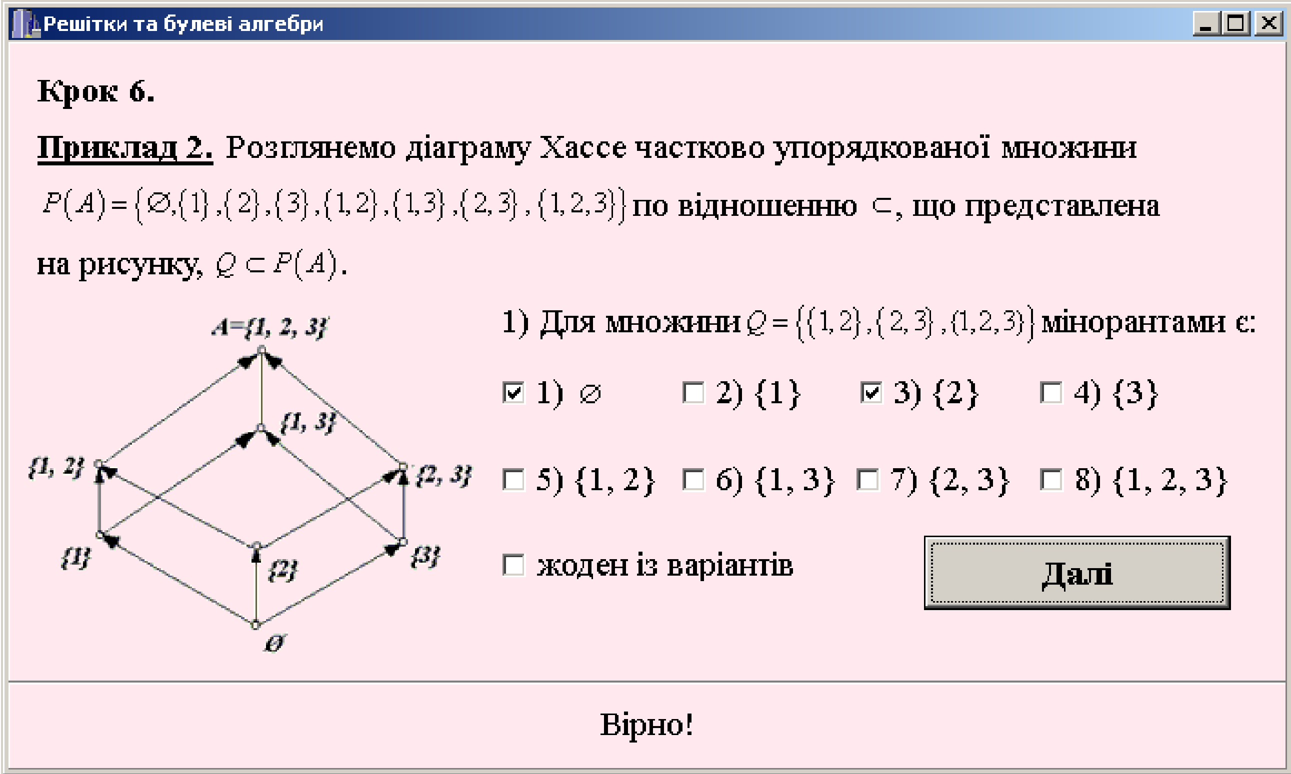

Рис. 4.28 – Шостий крок з вірною відповіддю

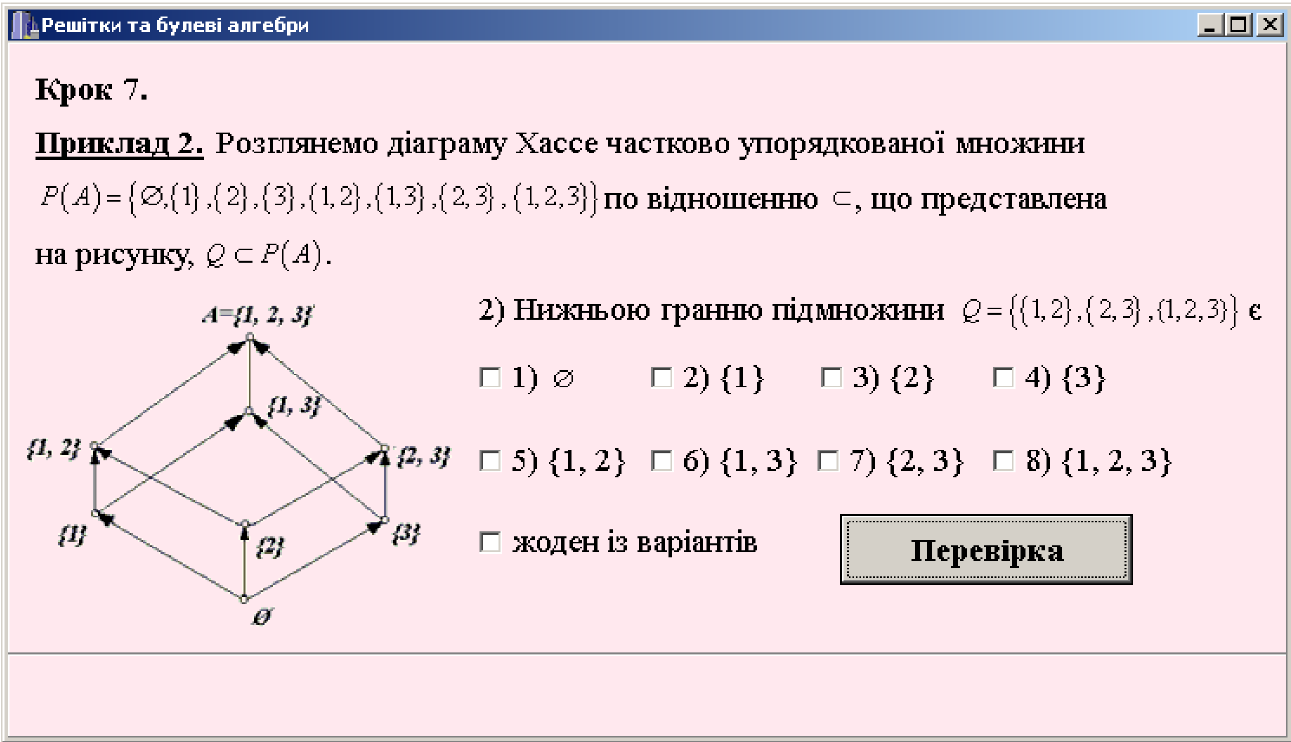

Рис. 4.29 – Сьомий крок

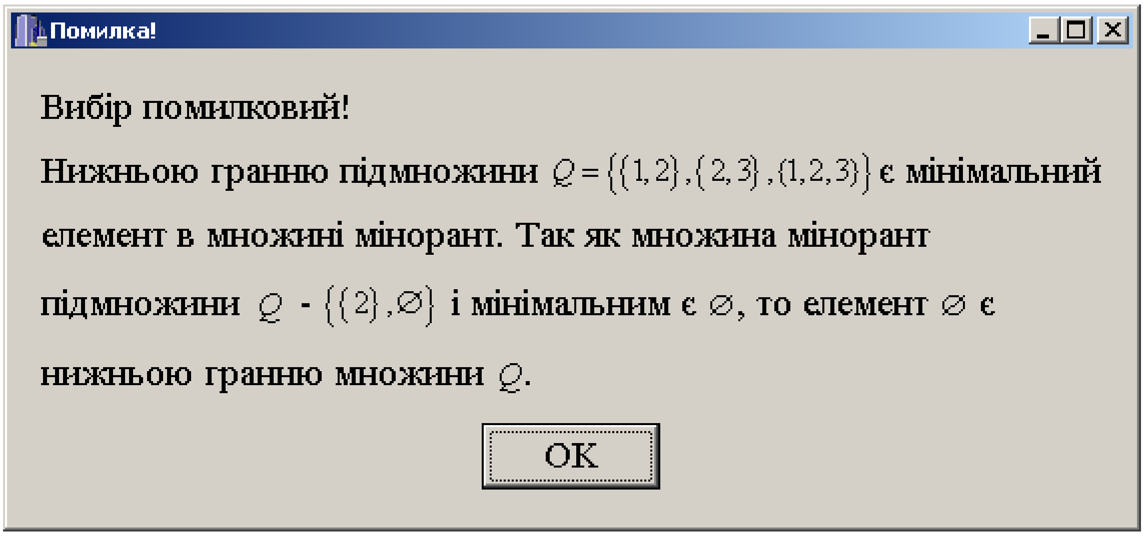

Рис. 4.30 – Пояснення помилки на сьомому кроці

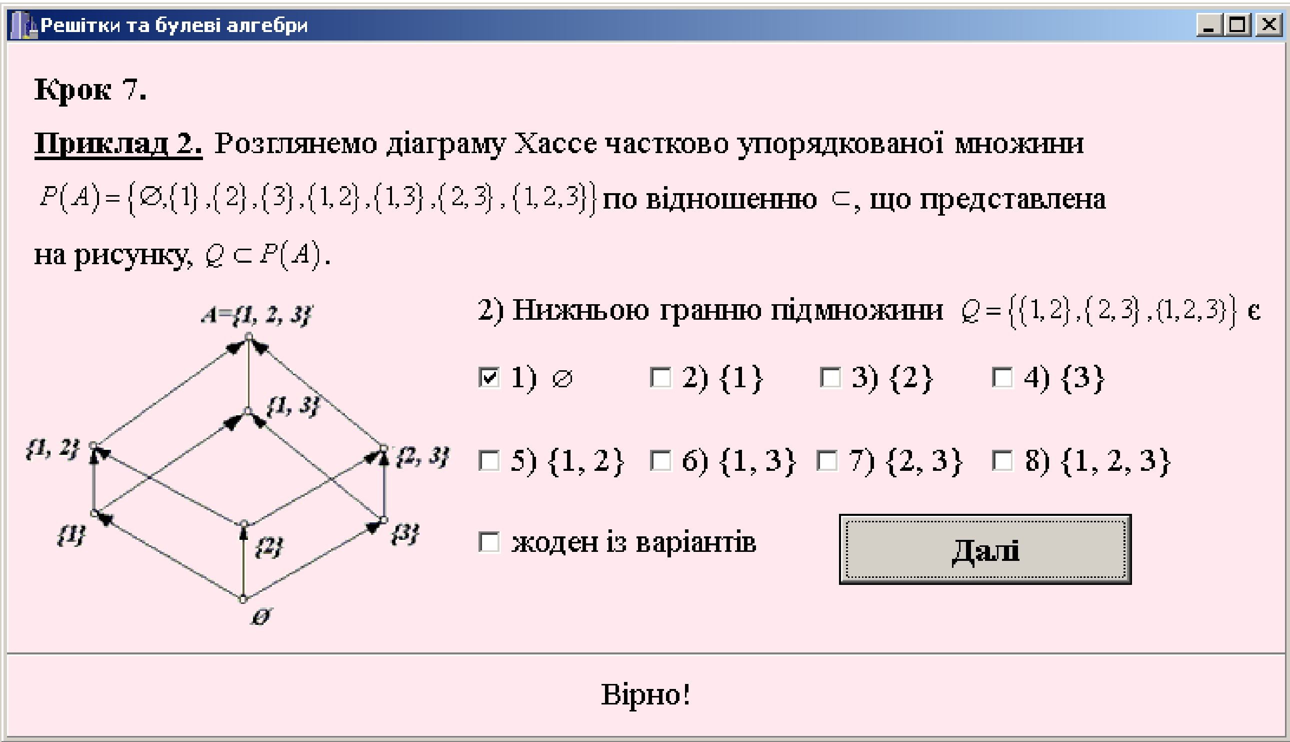

Рис. 4.31 – Сьомий крок з вірною відповіддю

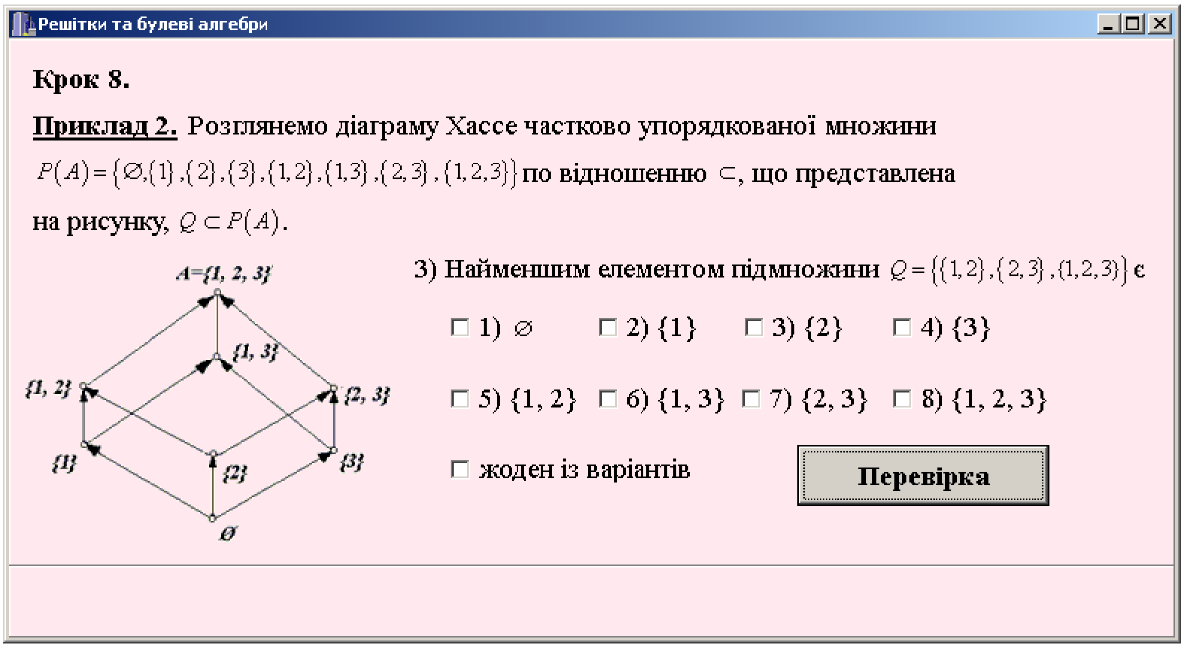

Рис. 4.32 – Восьмий крок

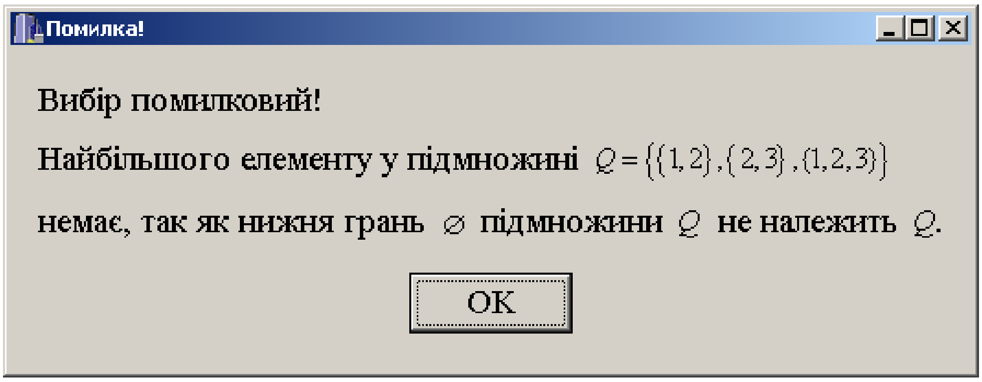

Рис. 4.33 – Пояснення помилки на восьмому кроці

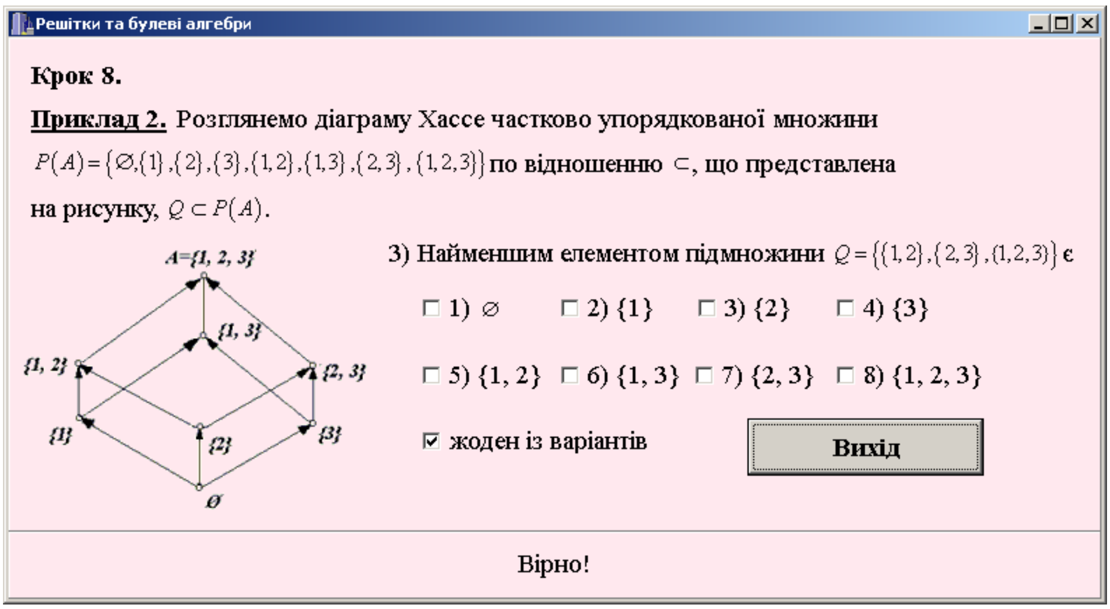

Рис. 4.34 – Восьмий крок з вірною відповіддю

ВИСНОВКИ

В результаті роботи створено програму-тренажер, що дозволяє опрацювати тему «Решітки та булеві алгебри». Для створення даного продукту використовувались навчальні матеріали дистанційного навчального курсу «Дискретна математика».

Для досягнення поставленої мети було виконано ряд завдань, зокрема:

- опрацьовано теоретичний матеріал з даної теми;
- здійснено огляд існуючих подібних програм;
- сформульовано запитання та підібрано задачі, які необхідно реалізувати;
- побудовано алгоритм роботи тренажеру;
- обрано мову програмування;
- створено тренажер;
- виконано тестування програми.

Для програмної реалізації тренажеру використовувалась мова C++ у середовищі Borland Builder, що дозволяє впроваджувати цей продукт на платформі MOODLE.

Створене програмне забезпечення є новим, так як тема тренажеру «Решітки та булеві алгебри» не була раніше реалізована. Створена програма є завершеним програмним продуктом, який може бути впроваджений у навчальний процес при вивченні курсу «Дискретна математика» ПУЕТ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Трохимчук Р. М. Дискретна математика у прикладах і задачах : навч. посібник / Р. М. Трохимчук, М. С. Нікітченко ; М-во освіти і науки України, Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. – Київ : Київський університет, 2017. – 248 с.
2. Матвієнко М.П. Дискретна математика: Навчальний посібник. – К.: Видавництво Ліра-К, 2016. – 348 с.
3. Трохимчук Р. М. Дискретна математика: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – К.: ДП «Видавничий дім «Персонал», 2010. – 528 с.
4. Ємець, О. О. Дискретна математика: навч. посібник / О. О. Ємець, Т. О. Парфьонова. – 2-ге вид., доп. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2009. – 287 с. – Режим доступу: http://dspace.uccu.org.ua/handle/123456789/552
5. Електронний ресурс: https://plati.market/itm/simplex-method-v1-0/675747
6. Електронний ресурс: https://kursovik.com/programming/181306.html
7. Електронний ресурс: https://kursovik.com/programming/180551.html
8. Ємець О. О. Про розробку тренажерів для дистанційних курсів 7 кафедрою ММСІ ПУЕТ / О. О. Ємець // Інформатика та системні науки (ІСН-2015): матеріали VI Всеукр. наук.-практ. конф. за міжн. участю (м. Полтава, 19-21 березня 2015 р.) / за ред. Ємця О. О. – Полтава: ПУЕТ, 2015. – С. 152-161. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2488.
9. Парфьонова Т. О. Про розробку тренажерів для дистанційного навчального курсу "Алгебра і геометрія" / Т. О. Парфьонова // Інформатика та системні науки (ІСН2016): матеріали VII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 10–12 берез. 2016 р.) – Полтава: ПУЕТ, 2016.
10. Чілікіна Т. В. Огляд тренажерів з дисципліни "Математичний аналіз" на прикладі розробок студентів 32 напряму "Інформатика" / Т. В. Чілікіна // Інформатика та системні науки (ІСН-2016): матеріали VII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 10–12 берез. 2016 р.). – Полтава: ПУЕТ, 2016. – С. 329-330.

11. Ємець О. О. Інформатика та системні науки (ІСН-2013) [Електронний ресурс]: матеріали IV Всеукраїнської науковопрактичної конференції, (м. Полтава, 21-23 березня 2013 р.) / за ред. О. О. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2013 – 323 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua//handle/123456789/1552
12. Ємець О. О. Інформатика та системні науки (ІСН-2015) [Електронний ресурс]: матеріали VI Всеукраїнської науковопрактичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 19-21 березня 2015 р.) / за ред. О. О. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2015. –402 с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/ 123456789/2616
13. Ємець О. О. Інформатика та системні науки (ІСН-2017) [Електронний ресурс]: матеріали VIII Всеукраїнської науковопрактичної конференції за міжнародною участю, (м. Полтава, 16-18 березня 2017 р.) / за ред. О. О. Ємець. – Полтава: ПУЕТ, 2017.–333с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/ 123456789/2616
14. Голубенко Р.В. Програмна реалізація тренажера для методу Дальтона-Ллевеліна дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій» / Р.В. Голубенко, О. О. Ємець. – Полтава: Кафедра математичне моделювання та соціальна інформатика ПУЕТ, 2019. – 3с. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/7024
15. Шабоян А. Т. Тренажер «Матриці суміжності для неорієнтованих графів без петель» / А. Т. Шабоян, Є. М. Ємець, О. О. Ємець // Комп’ютерні науки і прикладна математика (КНіПМ-2020): матеріали наук.-практ. семінару. Випуск 5. / За ред. Ємця О. О. – Полтава: Кафедра ММСІ ПУЕТ, 2020. – Режим доступу: http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/8269.
16. Архангельский А.Я. C++ Builder. Работа с документами Excel / А.Я. Архангельский. – М.: Бином-Пресс, 2009. – 480 с.
17. Глинський Я.М. C++ і C++ Builder [Текст]: навч. посіб. / Я.М. Глинський, В.Є. Анохін, В.А. Ряжська. – 5-те вид. – Львів: 2011. – 190 с.