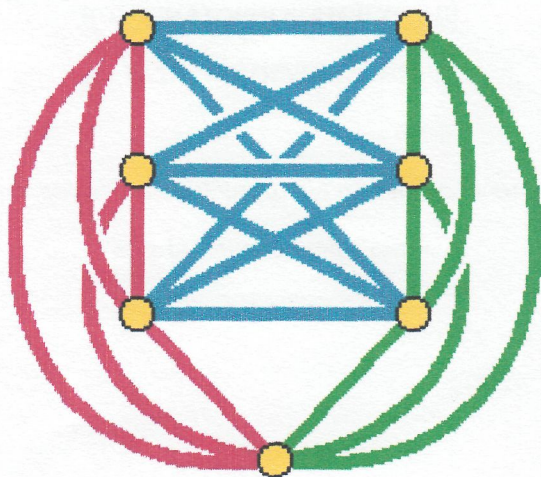


# *Комбінаторні конфігурації та їх застосування*

16-17 квітня 2010 року



Кіровоград  
2010

Міністерство освіти і науки України

Кіровоградський національний технічний університет

## *Матеріали*

Дев'ятого Міжвузівського науково-практичного семінару

### **“КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ”,**

присвяченого 70 річниці від дня народження

**Георгія Панасовича Донця**

**16–17 квітня 2010 року**

**Кіровоград**

**2010**

|                                                                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Кузнецов С.Т. Деякі факти з наукового життя Г.П.Донця.....                                                                                                                                                         | 9  |
| 2. А. С. Бондаренко Графы линейных расширений и их<br>регулярные подграфы .....                                                                                                                                       | 11 |
| 3. Бондарь О.П. Конфигурации линий уровня<br>функций на многообразиях.....                                                                                                                                            | 15 |
| 4. Буй Д.Б., Глушко І.М. Теорія табличних алгебр: узагальнене<br>числення рядків.....                                                                                                                                 | 16 |
| 5. Буй Д.Б., Богатирьова Ю.О. Побудова (повної) решітки<br>мультимножин.....                                                                                                                                          | 18 |
| 6. О.А. Валуцкая, В. В. Плахотниченко Про погружение<br>специальных комбинаторных множеств евклидовое<br>арифметическое пространство.....                                                                             | 20 |
| 8. В.А.Воблый Об асимптотике $m$ -присоединенных чисел<br>Стирлинга 2-го рода.....                                                                                                                                    | 24 |
| 9. Волков Ю.І., Войналович Н.М. Про курс “Конкретна математика”<br>професійній підготовці фахівців.....                                                                                                               | 26 |
| 10. Волченко М.В. Автоматизация алгоритма резолюции логики<br>высказываний с помощью матричного представления<br>дизъюнктов.....                                                                                      | 29 |
| 11. Вороненко А. А. Новое доказательство одного факта из теории<br>графов, широко используемого в теории бесповторных функций.....                                                                                    | 32 |
| 12. Г. П. Донець, О. В. Мироненко Про необхідні умови<br>Т-факторизації повних графів.....                                                                                                                            | 35 |
| 13. Емец А.О. Числовые эксперименты для задачи о рюкзаке с<br>нечеткими данными.....                                                                                                                                  | 39 |
| 14. Ємець О.О., Ємець Є.М., Ольховський Д.М. Другий метод<br>комбінаторного відсікання в задачах на вершинно розташованих<br>множинах з виключенням виродженості в допоміжних задачах<br>лінійного програмування..... | 44 |

затрат, так и с точки зрения близости получаемого значения целевой функции к оптимальному.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ємець О.О., Ємець Ол-ра О. Операції та відношення над нечіткими числами // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2008 – №5. – С. 39-46. 2. Донец Г.А., Ємець А. О. Постановка и решение задачи о рюкзаке с нечеткими данными // Проблемы управления и информатики – 2009. – №5. – С. 65-76. 3. Донець Г.П., Ємець Ол-ра О. Евристичний алгоритм для комбінаторної задачі упакування нечітких прямокутників // Матеріали другої ювілейної міжн. наук.-техн. конф. «Комп'ютерна математика в інженерії, науці та освіті» (CMSEE-2008), 29-31 жовтня 2008 р.: тези доп. – Полтава, ПолтНТУ, 2008. – С.8.

## ДРУГИЙ МЕТОД КОМБІНАТОРНОГО ВІДСІКАННЯ В ЗАДАЧАХ НА ВЕРШИННО РОЗТАШОВАНИХ МНОЖИНАХ З ВИКЛЮЧЕННЯМ ВИРОДЖЕНОСТІ В ДОПОМІЖНИХ ЗАДАЧАХ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Ємець О.О., Ємець Є.М., Ольховський Д.М.

*yemetsli@mail.ru, contacts@informatics.org.ua*

*Полтавський університет споживчої кооперації України*

В доповіді розглядається другий метод комбінаторного відсікання для задач оптимізації лінійних функцій з лінійними додатковими обмеженнями, в яких допустима точка має переставні властивості.

Розглянемо задачу [1]: знайти пару  $\langle C(y^*), y \rangle$

$$C(y^*) = \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j, \quad (1)$$

$$y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*) = \arg \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j \quad (2)$$

за додаткових лінійних умов

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_i, \quad \forall i \in J_r; \quad (3)$$

$$y_j \geq 0, \quad \forall j \in J_n \quad (4)$$

та за комбінаторних обмежень

$$x = (x_1, \dots, x_k) = (y_1, \dots, y_k) \in E_{kv}(G) \subset R^k, \quad (5)$$

де  $n, r, k, v$  - визначені натуральні константи ( $k \leq n$ ),  $R^n$  -  $n$ -вимірний арифметичний евклідовий простір,  $J_r = \{1, 2, \dots, r\}$  - множина перших  $r$  натуральних чисел,  $c_j, a_{ij}, b_i$  - задані дійсні числа  $\forall i \in J_r, \forall j \in J_n$ , а  $E_{kv}(G)$  - множина переставлень з повтореннями з елементів мультимножини  $G = \{g_1, \dots, g_k\}$ , основа  $S(G)$  якої має  $v$  елементів:  $|S(G)| = v$ .

В [2]-[4] запропоновано метод комбінаторного відсікання для розв'язування задач (1)-(5). При цьому умова (5) замінюється в допоміжній задачі лінійного програмування (ДЗЛП) на умову належності точки  $x$  переставному многограннику  $\Pi_{kv}(G)$  - опуклій оболонці многогранника переставлень  $E_{kv}$ :

$$x \in \Pi_{kv}(G). \quad (6)$$

В [2]-[4] множина точок, по якій проводиться відсікання визначається як многогранником, що задається системою умов (3), (4), (6), так і нерівностями-відсіканнями, які приєднуються до ДЗЛП в ході розв'язування задачі (1)-(5).

В даній роботі розглядається метод, в якому відсікання необхідно робити тільки на переставному многограннику, а перевірку умови  $x^* \in E_{kv}(G)$  об'єднати з перевіркою умови (3), (4). Вироджений базисний розв'язок ДЗЛП перетворюється в невивроджений шляхом виключення небазисної змінної з найбільшим номером.

Розглянемо цей (другий) метод комбінаторного відсікання.

Крок 0. Задаємо цілочислову змінну  $q$  рівною нулю:  $q = 0$ .

Крок 1. Розв'язуємо ДЗЛП (1), (2), (4), (6). (Зауважимо, що за умови  $g_i \geq 0$ , умова (4) автоматично виконується). Розв'язок ДЗЛП позначимо  $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$ , де  $(y_1^*, \dots, y_k^*) = x^*$ .

Крок 2. Перевіряємо умову, що точка  $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$  задовольняє співвідношенням (3), (4).

Якщо умови:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j^* = b_i, \quad \forall i \in J_r;$$

$$y_j^* \geq 0, \quad \forall j \in J_n$$

виконалися, то вихідна задача (1)-(5) розв'язана. Алгоритм закінчує роботу.

В іншому разі – перехід на крок 3.

Крок 3. Збільшуємо  $q$  на одиницю.

Крок 4. Будуємо нерівність-відсікання точки  $y^*$ :

$$\sum_{\substack{i_j \in J \\ \theta_j \neq 0}} \frac{y_{ij}}{\theta_j} \geq 1, \quad (7)$$

де  $J$  - множина небазисних змінних в точці  $y^*$ ,

$$\theta_j = \min_{i: \alpha_{ij} > 0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}} = \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}}, \quad j \in J, \quad (8)$$

де  $\alpha_{ij}, \beta_j$  - елементи останньої симплекс таблиці ДЗЛП ( $i$  - номер її рядка,  $j$  - номер стовпця небазисної змінної).

В випадку, якщо знайдений коефіцієнт  $\theta_j = 0$  (тобто в ситуації з виродженням базисом в отриманій задачі), проводиться виключення відповідного рівняння з симплекс-таблиці. Це зменшує на одну кількість змінних задачі та кількість рівнянь. Після проведення виключення такого

рівняння з системи знову обраховуємо нерівність-відсікання за формулами (7)-(8).

Перетворюємо нерівність (7) у рівність:

$$-\sum_{\substack{i,j \in J \\ \theta_{ij} \neq 0}} \frac{y_{ij}}{\theta_{ij}} + y_{n+q} = -1, \quad (9)$$

де  $y_{n+q} \geq 0$  - додаткова змінна, та додаємо до системи (6).

В формулах (7), (9)  $J = \{j_1, \dots, j_r\}$  - множина номерів небазисних змінних в останній точці  $y^*$  (одержаної як розв'язок поточної ДЗЛП);  $r$  - кількість небазисних змінних.

Переходимо на крок 1.

Правильність відсікання (тобто те, що  $y^*$  відсікається, а жодна допустима точка задачі (1)-(5) - ні) обґрунтовує теорема 1.

Теорема 1. Нехай нерівність-відсікання задається формулою (7), в якій величини  $\theta_j$  визначаються умовою (8). Нехай точка  $y^* = (y_1^*, \dots, y_{n+q}^*)$  - розв'язок ДЗЛП, який відсікається. Тоді нерівності (7) точка  $y^*$  не задовольняє, а всі вершини, що суміжні з  $y^*$  в допустимому многограннику ДЗЛП, справджують нерівність (7) як рівність. Всі переставлення з множини  $E_{kv}(G)$ , що задовольняють умови (3), (4) задовольняють і (7).

Здійснена програмна реалізація даного методу з використанням апарату раціональних дробів. Проведена серія числових експериментів. Показана практична ефективність методу для задач на множині переставлень до 12 елементів. Подальше збільшення вимірності ускладнене через обмеженість обчислювальних ресурсів. Поєднання даного методу комбінаторного відсікання з методом послідовного приєднання обмежень [1] дозволить значно збільшити вимірність задач, які можуть бути розв'язані.

### Висновки.

Запропоновано та обґрунтовано другий метод комбінаторного відсікання в умовних лінійних задачах на вершинно розташованих множинах

з виключенням виродженості в допоміжних задачах лінійного програмування. Здійснена програмна реалізація цього методу та проведені числові експерименти, що підтверджують практичну ефективність методу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян Ю. Г., Ємець О. О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – Київ: Інститут систем. досліджень освіти, 1993. – 188с.

2. Емец О.А. Об одном методе отсечений для задач комбинаторной оптимизации // Экономика и матем. методы. – 1997. – Т. 33, вып. 4. – С. 120-129.

3. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.

4. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах // Кибернетика и сист. анализ. – 2009. - № 5. – С. 129-136.

### ОПТИМИЗАЦИЯ НА ВЕРШИННО РАСПОЛОЖЕННЫХ МНОЖЕСТВАХ: МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД КОМБИНАТОРНОГО ОТСЕЧЕНИЯ

О.А. Емец, Е.М. Емец

[yemetsli@mail.ru](mailto:yemetsli@mail.ru)

*Полтавский университет потребительской кооперации Украины*

Рассмотрим задачу максимизации линейной функции при дополнительных линейных ограничениях на вершинно расположенном множестве в таком виде: найти

$$C(y^*) = \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j \quad (1)$$