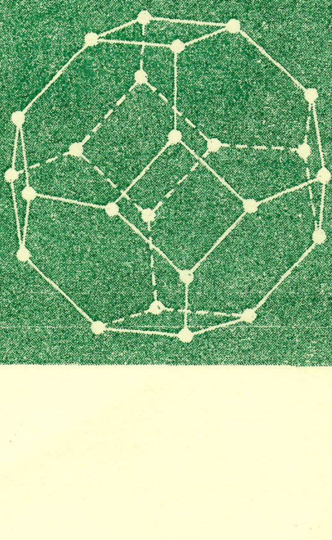
2012 International Year of Cooperatives

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2012)

Матеріали II всеукраїнського наукового семінару
(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)



Полтава
2012

Українська Федерація інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» (ПУЕТ)

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2012)

Програма II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)

Полтава
ПУЕТ
2012

УДК 519.7+519.8
ББК 22.18
К63

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2012) : матеріли II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава, 7–8 вересня 2012 р.) / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2012. – 84 с.
ISBN 978-966-184-177-1

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 519.7+519.8
ББК 22.18

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-177-1

ЗМІСТ

Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 43–50.
2. Форд Л. Потоки в сетях / Форд Л., Фалкерсон Д. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
3. Ємець О. О. Задача оптимального розміщення виробництва / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали III Всеукраїн. наук.-практ. конф. (1–3 березня 2012, Полтава). – Полтава : РВВ ПУЕТ. – С. 80–83.
4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г Стоян, О. О. Ємець. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.

УДК 519.85

ДО КОМБІНАТОРНОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ ПЕРЕСТАВНИХ МНОГОГРАННИКІВ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., професор*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
М. В. Леонова, *пошукач*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка

Поставимо задачу визначення комбінаторної еквівалентності переставних многогранників [1]. Першим із можливих способів встановлення комбінаторних типів еквівалентності многогранників є знаходження їх f-векторів [2].

Нехай M – k-многогранник і i – ціле число, $i \in J_{k-1} = \{1,\ 2,\ \ldots,\ k-1\}$. Позначимо через $f_i(M)$ число i-граней многогранника M. Таким чином, з кожним k-многогранником M зв'язуємо k-вимірний вектор $f(M) = (f_0, f_1, \ldots, f_{k-1})$. Такий вектор називається f-вектором многогранника [2].

Два многогранника M і M' називаються [2] f-еквівалентними (позначка $M \sim M'$), якщо їх f-вектори збігаються, тобто $f(M) = f(M')$.

Приклад. Нехай маємо два переставні многогранника $\Pi_{32}(G_1)$, $\Pi_{32}(G_2)$ з первинними специфікаціями $[G_1] = (2,1)$, $[G_2] = (1,2)$ відповідно. Кількість вершин многогранника переставлень рівна кількості елементів множини переставлень з повтореннями: $f_0 = \dfrac{k!}{\eta_1!\ldots\eta_n!} = \dfrac{3!}{2} = 3$, кількість ребер f_1, як неважко бачити, дорівнює для кожного з двох переставних многогранників 3.

f-вектори цих многогранників рівні: $f_1\left(\Pi_{32}\left(G_1\right)\right) = f_2\left(\varPi_{32}\left(G_2\right)\right) = (3;3)$. Отже, в цьому випадку $\varPi_{32}\left(G_1\right) \sim \varPi_{32}\left(G_2\right)$, оскільки їх *f*-вектори рівні.

Наведемо для $k = 4$ різні комбінаторні типи переставних многогранників (рис. 1–4).

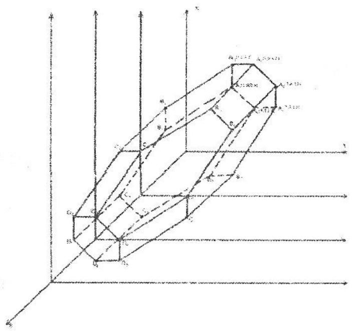


Рис. 1. $\varPi_{44}(G)$, $G = (1,2,3,4)$

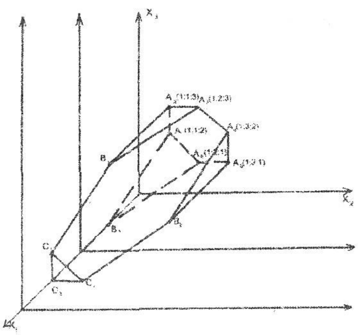


Рис. 2. $\varPi_{43}(G)$, $G = (1,1,2,3)$

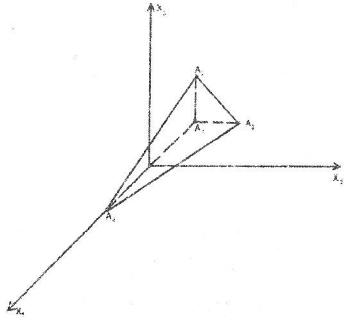


Рис. 3. $\varPi_{42}(G)$, $G = (0,0,2,2)$

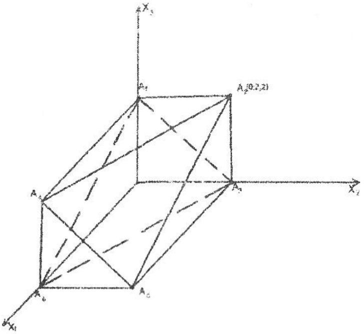


Рис. 4. $\varPi_{42}(G)$, $G = (1,1,1,2)$

Комплексом називається [2] скінченна сукупність $K=\{M_1,\ldots,M_q\}$ многогранників в R^k, що задовольняє умовам: 1) поряд з кожним многогранником M із сімейства K в K входить також і будь-яка грань многогранника M; 2) переріз будь-яких двох многогранників із K є гранню кожного з них.

Множина всіх граней многогранника M вимірності, що не перевищує d є комплексом. Останній називається [2] d-скелетом многогранника M. $(k-1)$-скелет многогранника M називається граничним комплексом многогранника і позначається $K_\Gamma(M)$.

Позначимо граничний комплекс многогранника M $K_\Gamma(M)=\{\Gamma_0,\Gamma_1,\ldots,\Gamma_{d-1}\}$, де Γ_0 – множина вершин многогранника, Γ_1 – множина ребер, Γ_i – множина i-граней, Γ_{k-1} – множина $(k-1)$-граней (гіперграней).

Два комплекси K і K′ називаються [2] ізоморфними, якщо між ними існує взаємно однозначне відображення φ, що зберігає операцію включення: $\forall M_i, M_j \in K$; $\forall\varphi(M_i)$, $\varphi(M_j)\in K'$, $M_i\subset M_j \Leftrightarrow \varphi(M_i)\subset\varphi(M_j)$.

Друге означення комбінаторної еквівалентності многогранників таке [2]. Два многогранника M і M' називаються комбінаторно еквівалентними (позначка $M\cong M'$), якщо ізоморфні їх граничні комплекси $K_\Gamma(M)$ і $K_\Gamma(M')$.

Іншими словами, многогранники M і M' комбінаторно еквівалентні, якщо між їх граничними комплексами існує взаємно однозначне відображення φ, що зберігає порядок включення. Про два комбінаторно еквівалентні многогранника кажуть, що вони є многогранниками одного типу.

Твердження. *Якщо два многогранника M і M' є комбінаторно еквівалентними $(M\cong M')$, то вони є f-еквівалентними* $(M\sim M')$.

Одним з небагатьох загальних методів дослідження комбінаторної структури многогранників є метод діаграм Гейла [2, 3]. Продемонструємо можливості методу діаграм Гейла для розв'язування задач знаходження комбінаторних типів многогранників.

Нехай M – k-многогранник в R^k і нехай $V = vert\,M = \{v^1,\ldots,v^n\}$. Розглянемо простір $L(V)$ всіх розв'язків $(\lambda_1,\ldots,\lambda_n)$ наступної системи лінійних однорідних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i v^i = 0,\ \sum_{i=1}^{n}\lambda_i = 0.$$

Нехай $a^1,\ldots,a^{n-k-1}$ – деякий базис простору $L(V)$. Тобто $a^i = (\alpha_{i1},\ldots,\alpha_{in})\ \forall i \in J_{n-k-1}$. Нехай $A(V)-((n-k-1)\times n)$ – матриця, в якості рядків якої взяті вектори $a^1,\ldots,a^{n-k-1}$. Для кожного $j \in J_n$ позначимо через $\overline{v}^j$ j-стовпець матриці $A(V)$, він має компоненти $(\alpha_{1j},\ldots,\alpha_{n-k-1,j})$.

Для кожної підмножини $Z \subseteq V$ використаємо позначення $\Gamma(Z)$, маючи на увазі множину $\{\overline{v}^j : v^j \in Z\}$. Множина $\Gamma(V)$ називається множиною Гейла многогранника M. Очевидно, що множина Гейла не єдина. Обираючи різні базиси простору $L(V)$, отримаємо різні (з точністю до лінійного оператора) множини Гейла. Підмножина $Z \subseteq V$ називається когранню многогранника M, якщо $F = conv(V \setminus Z)$ є гранню M.

Як відомо (теорема 2.1. [2]), підмножина $Z \subseteq V$ є когранню многогранника M тоді і тільки тоді, коли $0 \in rel\,int\,conv\,\Gamma(Z)$, де $rel\,int\,M$ – відносна внутрішність деякого многогранника M.

Дві множини точок $\overline{V} = \{\overline{v}^1,\ldots,\overline{v}^n\}$ і $\overline{U} = \{\overline{u}^1,\ldots,\overline{u}^n\}$ в евклідовому просторі R^{n-k-1}, які мають властивість $0 \in int\,conv\,\overline{V}$, $0 \in int\,conv\,\overline{U}$, називаються ізоморфними, якщо відповідність $\varphi : \overline{v}^j \leftrightarrow \overline{u}^j$, має властивість: для кожної пари підмножин $Z \subseteq \overline{V}$, $\varphi(Z) \subseteq \overline{U}$, або $0 \in rel\,int\,conv\,Z$, $0 \in rel\,int\,conv\,\varphi(Z)$, або $0 \notin rel\,int\,conv\,Z$, $0 \notin rel\,int\,conv\,\varphi(Z)$.

Наприклад, всі множини Гейла деякого многогранника, породжені різними базисами простору, ізоморфні між собою.

Зокрема, якщо $\mu_i > 0$, то множина $U = \{\mu_1 \overline{v}^1, \ldots, \mu_n \overline{v}^n\}$ ізоморфна множині $\overline{V}$.

Діаграмою Гейла $D(M)$ k-многогранника $M \subset R^k$ з n вершинами $v^1, \ldots, v^n$ називається множина точок $\overline{v}^1, \ldots, \overline{v}^n \in R^{n-k-1}$, вибраних за правилом: $\overline{v}^i = 0$ при $\Gamma(v^i) = 0$; $\overline{v}^i = \Gamma(v^i) / \|\Gamma(v^i)\|$ при $\Gamma(v^i) \neq 0$. Кожній точці $\overline{v}^i \in D(M)$ співставлена мітка $m_i = \left|\Gamma^{-1}(\overline{v}^i)\right|$.

Таким чином, діаграма Гейла складається з підмножин точок множини $S^{n-k-2} \cup \{0\}$, де S^{n-k-2} – одинична сфера в R^{n-k-1} із центром у початку координат.

Відомо [2], що два многогранника M і M' комбінаторно еквівалентними тоді і тільки тоді, коли їх діаграми Гейла ізоморфні.

При перевірці комбінаторної еквівалентності многогранників пропонується використовувати такий критерій належності нуля многограннику.

Як відомо (див., наприклад, [4]), будь-яку точку $x \in M$ можна представити у такому вигляді $x = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i x^i$, де $x^1, \ldots, x^r$ – всі вершини многогранника M, $0 \le \lambda_i \le 1$, $\sum_{i=1}^{r} \lambda_i = 1$, $vertM = \{x^1, \ldots, x^r\}$. Тоді $\overline{0} = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i x^i$, де $\overline{0}$ – нуль-вектор.

В доповіді розглянуто різні підходи до встановлення комбінаторних типів переставних многогранників.

Література

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
2. Емеличев В. А. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников) / В. А. Емеличев,

М. М. Ковалев, М. К. Кравцов. – М. : Наука. Глав. редак. физ.-мат. литер., 1981. – 344 с.
3. Grunbaum B. Convexpolytopes / B. Grunbaum. -- N.Y. : Wiley, 1967.
4. Ермольев Ю. М. Математические методы исследования операцій / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюптя. – К. : Вища шк., 1979. – 312 с.

УДК 519.85

ДРУГИЙ ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ З ОБМЕЖЕННЯМИ–ПЕРЕСТАВЛЕННЯМИ НА СТРАТЕГІЇ ОДНОГО ГРАВЦЯ

О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор;
О. В. Ольховська, аспірантка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Розглянемо комбінаторну ігрову задачу на переставленнях, змістовна постановка якої розглянута в [1, 2] – це одна ігрова задача промислового виробництва із двома гравцями. В [1] побудована її математична модель, необхідна далі. Для її формулювання введемо необхідні позначення. Нехай P_i^x – елемент мультимножини $P^x = \left(P_1^x, P_2^x, \ldots, P_M^x\right)$, що складається з M дійсних чисел, серед яких ν різних, і нехай $0 \le P_i^x \le 1$, $i \in J_M = \{1, 2, \ldots, M\}$, $\sum_{i=1}^{m} P_i^x = 1$. Тут і далі J_M – множина M перших натуральних чисел. Позначимо $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ – вектор-переставлення, елементи x_i належать P^x, $x_i \in P^x$, а сам вектор $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in E_{M\nu}\left(P^x\right)$ – множині $E_{M\nu}\left(P^x\right)$ – m-переставлень з елементів мультимножини P^x [3]. Очевидно, що $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$.

Гра полягає в тому, що перший гравець вибирає стратегію-вектор $X = (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in E_{M\nu}\left(P^x\right)$, а другий вибирає стратегію-