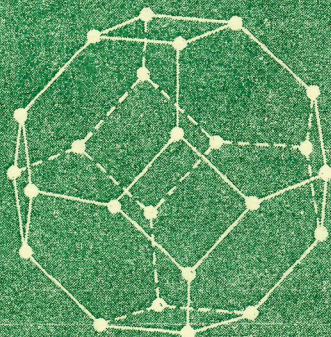


КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНЕМ – 2012)

*Матеріали II всеукраїнського
наукового семінару
(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)*



Полтава
2012

Українська Федерація інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

**ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет
економіки і торгівлі» (ПУЕТ)**

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНЕМ – 2012)

**Програма II всеукраїнського наукового семінару
(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)**

**Полтава
ПУЕТ
2012**

УДК 519.7+519.8
ББК 22.18
К63

Розповсюдження та тиражування без офіційного дозволу ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» заборонено

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

Співголови:

І. В. Сергієнко, д.ф.-м.н., професор, академік НАН України, генеральний директор Кібернетичного центру НАНУ, директор Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

О. О. Нестуля, д.і.н., професор, ректор ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі».

Члени програмного комітету:

Л. Ф. Гуляницький, д.т.н., професор, завідувач відділу методів комбінаторної оптимізації та інтелектуальних інформаційних технологій Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

Г. П. Донець, д.ф.-м.н., с.н.с., завідувач відділу економічної кібернетики Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»;

В. А. Заславський, д.т.н., професор, професор кафедри математичної інформатики КНУ імені Тараса Шевченка;

М. Ф. Каспшицька, к.ф.-м.н., с.н.с., старший науковий співробітник Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

І. М. Парасюк, д.т.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу методів та технологічних засобів побудови інтелектуальних програмних систем Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

Ю. Г. Стоян, д.т.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу математичного моделювання і оптимального проектування Інституту проблем машинобудування імені А. М. Підгорного НАН України.

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2012) : матеріали II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава, 7–8 вересня 2012 р.) / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2012. – 84 с.
ISBN 978-966-184-177-1

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 519.7+519.8
ББК 22.18

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

© Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«Полтавський університет економіки і торгівлі», 2012

ISBN 978-966-184-177-1

ЗМІСТ

<i>Бірюков Д. С., Заславська О. В.</i> Задача оптимального розміщення об'єктів соціальної інфраструктури малих міст і селищ України	5
<i>Бірюков Д. С., Кондратов С. І.</i> Формалізація задачі оптимального комплектування систем фізичного захисту критично важливих об'єктів та інфраструктури	8
<i>Валуйская О. А.</i> Эквивалентная булева формула для условия принадлежности набора числовых значений перестановочному множеству	11
<i>Глуховец Ю. В.</i> Теоретические основы анализа знаний студентов и квалификации педагога	13
<i>Гуляницький Л. Ф., Рудик В. О.</i> Модифікований метод гілок і меж для задачі прогнозування третинної структури протеїну	15
<i>Емеличев В. А., Коротков В. В.</i> Устойчивость Парето-оптимального портфеля бикритериальной инвестиционной задачи с критериями Вальда и Сэвиджа в евклидовой метрике	18
<i>Ємець О. О., Ємець Ол-ра О.</i> Метод гілок та меж для задач оптимізації з інтервальною невизначеністю	21
<i>Ємець О. О., Ємець Є. М., Олексійчук Ю. Ф.</i> Комбінаторна потокова задача з обмеженнями на потік у вершині	28
<i>Ємець О. О., Леонова М. В.</i> До комбінаторної еквівалентності переставних многогранників	31
<i>Ємець О. О., Ольховська О. В.</i> Другий ітераційний метод для розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач з обмеженнями-переставленнями на стратегії одного гравця	36
<i>Ємець О. О., Тур О. В.</i> Комбінаторні предфрактали як слова над заданим алфавітом та деякі їх властивості	43

- Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 43–50.
2. Форд Л. Потоки в сетях / Форд Л., Фалкерсон Д. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
 3. Ємець О. О. Задача оптимального розміщення виробництва / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали III Всеукраїн. наук.-практ. конф. (1–3 березня 2012, Полтава). – Полтава : РВВ ПУЕТ. – С. 80–83.
 4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.

УДК 519.85

ДО КОМБІНАТОРНОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ ПЕРЕСТАВНИХ МНОГОГРАННИКІВ

О. О. Ємець, д. ф.-м. н., професор

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

М. В. Леонова, пошукач

*Полтавський національний педагогічний університет
ім. В. Г. Короленка*

Поставимо задачу визначення комбінаторної еквівалентності переставних многогранників [1]. Першим із можливих способів встановлення комбінаторних типів еквівалентності многогранників є знаходження їх f -векторів [2].

Нехай M – k -многогранник і i – ціле число, $i \in J_{k-1} = \{1, 2, \dots, k-1\}$. Позначимо через $f_i(M)$ число i -граней многогранника M . Таким чином, з кожним k -многогранником M зв'язуємо k -вимірний вектор $f(M) = (f_0, f_1, \dots, f_{k-1})$. Такий вектор називається f -вектором многогранника [2].

Два многогранника M і M' називаються [2] f -еквівалентними (позначка $M \sim M'$), якщо їх f -вектори збігаються, тобто $f(M) = f(M')$.

Приклад. Нехай маємо два переставні многогранника $\Pi_{32}(G_1)$, $\Pi_{32}(G_2)$ з первинними специфікаціями $[G_1] = (2, 1)$, $[G_2] = (1, 2)$ відповідно. Кількість вершин многогранника переставлень рівна кількості елементів множини переставлень з

повтореннями: $f_0 = \frac{k!}{\eta_1! \dots \eta_n!} = \frac{3!}{2} = 3$, кількість ребер f_1 , як неважко бачити, дорівнює для кожного з двох переставних многогранників 3.

f -вектори цих многогранників рівні: $f_1(\Pi_{32}(G_1)) = f_2(\Pi_{32}(G_2)) = (3, 3)$. Отже, в цьому випадку $\Pi_{32}(G_1) \sim \Pi_{32}(G_2)$, оскільки їх f -вектори рівні.

Наведемо для $k = 4$ різні комбінаторні типи переставних многогранників (рис. 1–4).

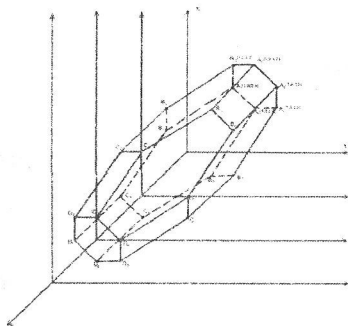


Рис. 1. $\Pi_{44}(G)$, $G = (1, 2, 3, 4)$

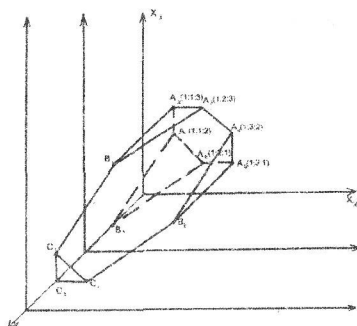


Рис. 2. $\Pi_{43}(G)$, $G = (1, 1, 2, 3)$

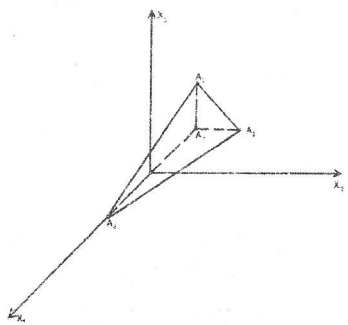


Рис. 3. $\Pi_{42}(G)$, $G = (0, 0, 2, 2)$

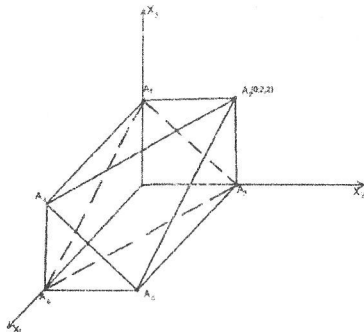


Рис. 4. $\Pi_{42}(G)$, $G = (1, 1, 1, 2)$

Комплексом називається [2] скінченна сукупність $K = \{M_1, \dots, M_q\}$ многогранників в R^k , що задовольняє умовам:

1) поряд з кожним многогранником M із сімейства K в K входить також і будь-яка грань многогранника M ; 2) переріз будь-яких двох многогранників із K є гранню кожного з них.

Множина всіх граней многогранника M вимірності, що не перевищує d є комплексом. Останній називається [2] d -скелетом многогранника M . $(k-1)$ -скелет многогранника M називається граничним комплексом многогранника і позначається $K_\Gamma(M)$.

Позначимо граничний комплекс многогранника M $K_\Gamma(M) = \{\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_{d-1}\}$, де Γ_0 – множина вершин многогранника, Γ_1 – множина ребер, Γ_i – множина i -граней, Γ_{k-1} – множина $(k-1)$ -граней (гіперграней).

Два комплекси K і K' називаються [2] ізоморфними, якщо між ними існує взаємно однозначне відображення φ , що зберігає операцію включення: $\forall M_i, M_j \in K; \forall \varphi(M_i), \varphi(M_j) \in K', M_i \subset M_j \Leftrightarrow \varphi(M_i) \subset \varphi(M_j)$.

Друге означення комбінаторної еквівалентності многогранників таке [2]. Два многогранника M і M' називаються комбінаторно еквівалентними (позначка $M \cong M'$), якщо ізоморфні їх граничні комплекси $K_\Gamma(M)$ і $K_\Gamma(M')$.

Іншими словами, многогранники M і M' комбінаторно еквівалентні, якщо між їх граничними комплексами існує взаємно однозначне відображення φ , що зберігає порядок включення. Про два комбінаторно еквівалентні многогранника кажуть, що вони є многогранниками одного типу.

Твердження. Якщо два многогранника M і M' є комбінаторно еквівалентними ($M \cong M'$), то вони є f -еквівалентними ($M \sim M'$).

Одним з небагатьох загальних методів дослідження комбінаторної структури многогранників є метод діаграм Гейла [2, 3]. Продемонструємо можливості методу діаграм Гейла для розв'язування задач знаходження комбінаторних типів многогранників.

Нехай M — k -многогранник в R^k і нехай $V = \text{vert } M = \{v^1, \dots, v^n\}$. Розглянемо простір $L(V)$ всіх розв'язків $(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ наступної системи лінійних однорідних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i v^i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0.$$

Нехай $a^1, \dots, a^{n-k-1}$ — деякий базис простору $L(V)$. Тобто $a^i = (\alpha_{i1}, \dots, \alpha_{in}) \forall i \in J_{n-k-1}$. Нехай $A(V) - ((n-k-1) \times n)$ — матриця, в якості рядків якої взяті вектори $a^1, \dots, a^{n-k-1}$. Для кожного $j \in J_n$ позначимо через $\bar{v}^j$ j -стовпець матриці $A(V)$, він має компоненти $(\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{n-k-1,j})$.

Для кожної підмножини $Z \subseteq V$ використаємо позначення $\Gamma(Z)$, маючи на увазі множину $\{\bar{v}^j : v^j \in Z\}$. Множина $\Gamma(V)$ називається множиною Гейла многогранника M . Очевидно, що множина Гейла не єдина. Обираючи різні базиси простору $L(V)$, отримаємо різні (з точністю до лінійного оператора) множини Гейла. Підмножина $Z \subseteq V$ називається когранню многогранника M , якщо $F = \text{conv}(V \setminus Z)$ є гранню M .

Як відомо (теорема 2.1. [2]), підмножина $Z \subseteq V$ є когранню многогранника M тоді і тільки тоді, коли $0 \in \text{rel int conv } \Gamma(Z)$, де $\text{rel int } M$ — відносна внутрішність деякого многогранника M .

Дві множини точок $\bar{V} = \{\bar{v}^1, \dots, \bar{v}^n\}$ і $\bar{U} = \{\bar{u}^1, \dots, \bar{u}^n\}$ в евклідовому просторі R^{n-k-1} , які мають властивість $0 \in \text{int conv } \bar{V}$, $0 \in \text{int conv } \bar{U}$, називаються ізоморфними, якщо відповідність $\varphi: \bar{v}^j \leftrightarrow \bar{u}^j$, має властивість: для кожної пари підмножин $Z \subseteq \bar{V}$, $\varphi(Z) \subseteq \bar{U}$, або $0 \in \text{rel int conv } Z$, $0 \in \text{rel int conv } \varphi(Z)$, або $0 \notin \text{rel int conv } Z$, $0 \notin \text{rel int conv } \varphi(Z)$.

Наприклад, всі множини Гейла деякого многогранника, породжені різними базисами простору, ізоморфні між собою.

Зокрема, якщо $\mu_i > 0$, то множина $U = \{\mu_1 \bar{v}^1, \dots, \mu_n \bar{v}^n\}$ ізоморфна множині $\bar{V}$.

Діаграмою Гейла $D(M)$ k -многогранника $M \subset R^k$ з n вершинами $v^1, \dots, v^n$ називається множина точок $\bar{v}^1, \dots, \bar{v}^n \in R^{n-k-1}$, вибраних за правилом: $\bar{v}^i = 0$ при $\Gamma(v^i) = 0$; $\bar{v}^i = \Gamma(v^i) / \|\Gamma(v^i)\|$ при $\Gamma(v^i) \neq 0$. Кожній точці $\bar{v}^i \in D(M)$ співставлена мітка $m_i = |\Gamma^{-1}(\bar{v}^i)|$.

Таким чином, діаграма Гейла складається з підмножин точок множини $S^{n-k-2} \cup \{0\}$, де S^{n-k-2} – одинична сфера в R^{n-k-1} із центром у початку координат.

Відомо [2], що два многогранники M і M' комбінаторно еквівалентними тоді і тільки тоді, коли їх діаграми Гейла ізоморфні.

При перевірці комбінаторної еквівалентності многогранників пропонується використовувати такий критерій належності нуля многограннику.

Як відомо (див., наприклад, [4]), будь-яку точку $x \in M$ можна представити у такому вигляді $x = \sum_{i=1}^r \lambda_i x^i$, де $x^1, \dots, x^r$ – всі вершини многогранника M , $0 \leq \lambda_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^r \lambda_i = 1$, $\text{vert} M = \{x^1, \dots, x^r\}$. Тоді $\bar{0} = \sum_{i=1}^r \lambda_i \bar{x}^i$, де $\bar{0}$ – нуль-вектор.

В доповіді розглянуто різні підходи до встановлення комбінаторних типів переставних многогранників.

Література

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
2. Емеличев В. А. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников) / В. А. Емеличев,

- М. М. Ковалев, М. К. Кравцов. — М. : Наука. Глав. редак. физ.-мат. литер., 1981. — 344 с.
3. Grunbaum V. Convexpolytopes / V. Grunbaum. — N.Y. : Wiley, 1967.
4. Ермольев Ю. М. Математические методы исследования операций / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюптя. — К. : Вища шк., 1979. — 312 с.

УДК 519.85

ДРУГИЙ ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ З ОБМЕЖЕННЯМИ-ПЕРЕСТАВЛЕННЯМИ НА СТРАТЕГІЇ ОДНОГО ГРАВЦЯ

О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор;

О. В. Ольховська, аспірантка

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Розглянемо комбінаторну ігрову задачу на переставленнях, змістовна постановка якої розглянута в [1, 2] — це одна ігрова задача промислового виробництва із двома гравцями. В [1] побудована її математична модель, необхідна далі. Для її формулювання введемо необхідні позначення. Нехай P_i^x — елемент мультимножини $P^x = (P_1^x, P_2^x, \dots, P_M^x)$, що складається з M дійсних чисел, серед яких v різних, і нехай $0 \leq P_i^x \leq 1$, $i \in J_M = \{1, 2, \dots, M\}$, $\sum_{i=1}^m P_i^x = 1$. Тут і далі J_M — множина M перших натуральних чисел. Позначимо $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ — вектор-переставлення, елементи x_i належать P^x , $x_i \in P^x$, а сам вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in E_{Mv}(P^x)$ — множині $E_{Mv}(P^x)$ — m -переставлень з елементів мультимножини P^x [3]. Очевидно, що $\sum_{i=1}^m x_i = 1$.

Гра полягає в тому, що перший гравець вибирає стратегію-вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in E_{Mv}(P^x)$, а другий вибирає стратегію-