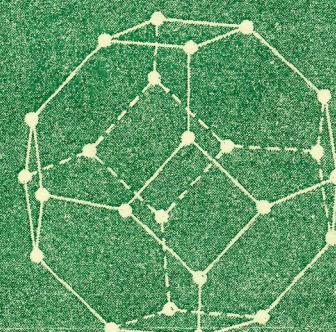




# КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2012)

Матеріали ІІ всеукраїнського  
наукового семінару  
(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)



Полтава  
2012

Українська Федерація інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет  
економіки і торгівлі» (ПУЕТ)

# КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНЫ (КОНем – 2012)

Програма II всеукраїнського наукового семінару  
(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)

Полтава  
ПУЕТ  
2012

**УДК 519.7+519.8  
ББК 22.18  
К63**

*Розповсюдження та тиражування без офіційного дозволу ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» заборонено*

## **ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ**

### **Співголови:**

**I. В. Сергієнко**, д.ф.-м.н., професор, академік НАН України, генеральний директор Кібернетичного центру НАНУ, директор Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

**O. О. Нестуля**, д.і.н., професор, ректор ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі».

### **Члени програмного комітету:**

**Л. Ф. Гуляницький**, д.т.н., професор, завідувач відділу методів комбінаторної оптимізації та інтелектуальних інформаційних технологій Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

**Г. П. Донець**, д.ф.-м.н., с.н.с., завідувач відділу економічної кібернетики Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

**О. О. Ємець**, д.ф.-м.и., професор, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»;

**В. А. Заславський**, д.т.н., професор, професор кафедри математичної інформатики КНУ імені Тараса Шевченка;

**М. Ф. Каспіцька**, к.ф.-м.н., с.н.с., старший науковий співробітник Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

**І. М. Парасюк**, д.т.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу методів та технологічних засобів побудови інтелектуальних програмних систем Інституту кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України;

**Ю. Г. Стоян**, д.т.н., професор, член-кореспондент НАН України, завідувач відділу математичного моделювання і оптимального проектування Інституту проблем машинобудування імені А. М. Підгорного НАН України.

**К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2012) :**  
матеріали II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава,  
7–8 вересня 2012 р.) / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємія. –  
Полтава : ПУЕТ, 2012. – 84 с.  
ISBN 978-966-184-177-1

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахованний на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

**УДК 519.7+519.8  
ББК 22.18**

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

© Вищий навчальний заклад Укоопспілки  
«Полтавський університет економіки і  
торгівлі», 2012

**ISBN 978-966-184-177-1**

## ЗМІСТ

<i>Бірюков Д. С., Заславська О. В.</i> Задача оптимального розміщення об'єктів соціальної інфраструктури малих міст і селищ України .....	5
<i>Бірюков Д. С., Кондратов С. І.</i> Формалізація задачі оптимального комплектування систем фізичного захисту критично важливих об'єктів та інфраструктури .....	8
<i>Валуйская О. А.</i> Эквивалентная булева формула для условия принадлежности набора числовых значений перестановочному множеству .....	11
<i>Глуховец Ю. В.</i> Теоретические основы анализа знаний студентов и квалификации педагога .....	13
<i>Гуляницький Л. Ф., Рудик В. О.</i> Модифікований метод гілок і меж для задачі прогнозування третинної структури протеїну .....	15
<i>Емеличев В. А., Коротков В. В.</i> Устойчивость Парето-оптимального портфеля бикритериальной инвестиционной задачи с критериями Вальда и Сэвиджа в евклидовой метрике .....	18
<i>Ємець О. О., Ємець Ол-ра О.</i> Метод гілок та меж для задач оптимізації з інтервальною невизначеністю .....	21
<i>Ємець О. О., Ємець Е. М., Олексійчук Ю. Ф.</i> Комбінаторна потокова задача з обмеженнями на потік у вершині .....	28
<i>Ємець О. О., Леонова М. В.</i> До комбінаторної еквівалентності переставних многогранників .....	31
<i>Ємець О. О., Ольховська О. В.</i> Другий ітераційний метод для розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач з обмеженнями-переставленнями на стратегії одного гравця .....	36
<i>Ємець О. О., Тур О. В.</i> Комбінаторні предфрактали як слова над заданим алфавітом та деякі їх властивості .....	43

- (Препринт / НАН Украины, Ин-т пробл. машиностроения; № 378).
4. Стоян Ю. Г. Квазилинейные интервальные отображения. Интервальная метрика / Ю. Г. Стоян. – Харьков, 1995. – 25 с. (Препринт / НАН Украины. Ин-т пробл. машиностроения; № 387).

УДК 519.85

## КОМБІНАТОРНА ПОТОКОВА ЗАДАЧА З ОБМЕЖЕННЯМИ НА ПОТІК У ВЕРШИНІ

О. О. Ємець, д.ф.-м.н., професор

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
*yemetsli@mail.ru*

Є. М. Ємець, к.ф.-м.н., доцент

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
*yemetsli@mail.ru*

Ю. Ф. Олексійчук, старший викладач

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»  
*olexijchuk@gmail.com*

В [1] вперше поставлена задача знаходження максимального потоку з додатковими комбінаторними обмеженнями, яка є узагальненням класичної задачі знаходження максимального потоку [2], та запропонований метод її розв'язання. В [3] розглядається комбінаторна задача знаходження потоку заданої величини мінімальної вартості. В даній роботі розглянута більш загальна багатокритеріальна задача, в якій додаткові комбінаторні обмеження накладаються не лише на дуги, а й на вершини.

Нехай дано граф  $\Gamma = (V, U)$ , де  $V$  – множина вершин,  $U$  – множина дуг. Дугу, що сполучає вершини  $v_i$  та  $v_j$ , позначимо  $u_{ij}$ .

**Означення 1.** Транспортною мережею називається орієнтований граф  $\Gamma = (V, U)$ , в якому кожній з дуг  $u_{ij}$  привласнене деяке невід'ємне число  $b_{ij} \geq 0$ , яке називають пропускною спроможністю дуги. Принаймні одна із вершин має лише дуги, що виходять. Така вершина називається джерелом і позначається  $v_s$ . Також є принаймні одна вершина, що має лише вхідні дуги. Таку вершину називається стоком і позначається  $v_t$ .

**Означення 2.** Потоком називають функцію  $w: U \rightarrow R$  з такими властивостями:

1. Значення функції  $w$  на дузі  $u_{ij}$  не може перевищити пропускну спроможність дуги, тобто  $w(u_{ij}) \leq b_{ij}$ .

2. Збереження балансу у всіх вершинах, крім стоку и джерела, тобто  $\sum_{u_i \in U} w(u_{iz}) = \sum_{u_j \in U} w(u_{zj}) \quad \forall v_z, v_i, v_j \in V, \quad v_z \neq v_s, \\ v_z \neq v_t.$

**Означення 3.** Величиною потоку  $|w|$  будемо називати суму значень функції  $w$  по дугах, що виходять із джерела:  $|w| = \sum_{u_i \in U} w(u_{si}),$  де  $v_i \in V.$

Потоком по дузі  $u_{ij}$  будемо називати число  $w(u_{ij}).$  Позначимо потік по дузі  $u_{ij}$  через  $y_{ij}.$

Привласнимо кожній дузі  $u_{ij}$  невід'ємне число  $c_{ij} \geq 0$  – вартість одиниці потоку по дузі. Тоді сумарна вартість потоку рівна  $\sum_{u_j \in U} c_{ij} w(u_{ij}).$

Накладемо додаткові обмеження на дуги. Нехай потік по дугах  $u_{ij} \in U' \subseteq U$  може приймати значення, які не перевищують число  $x_{ij} = g_i \in G_1,$  тобто

$$w(u_{ij}) \leq x_{ij}, \quad (1)$$

де  $G_1 = \{g_1, g_2, \dots, g_{n_1}\}$  деяка мультимножина; причому вектор утворений із  $x_{ij}$  є розміщенням [4] елементів із  $G_1,$  тобто  $x = (x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \dots, x_{i_{k_1} j_{k_1}}) \in E_{n_1 n_1}^{k_1}(G_1).$

Аналогічно накладемо додаткові обмеження на вершини. Нехай для  $v_i \in V' \subseteq V$  сумарний вхідний потік (та вихідний) не повинен перевищувати  $x_i,$  тобто

$$\sum_{z, u_{zi} \in U} y_{zi} \leq x_i \quad (2)$$

причому вектор утворений із  $x_i$  є розміщенням елементів із  $G_2$ , тобто  $x = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{k_2}}) \in E_{\eta_2 n_2}^{k_2}(G_2)$ .

Розіб'ємо кожну з вершин  $v_i \in V'$  на дві: у першій залишимо всі вхідні дуги  $v_i$ , у другій – вихідні; та побудуємо дугу з першої вершини до другої з необмеженою пропускною спроможністю та нульовою вартістю перевезення. Тобто на пропускну спроможність нової дуги будуть накладені лише комбінаторні обмеження (2).

В загальному випадку, маємо багатокритеріальну потокову задачу, математичною моделлю якої є задача евклідової частково комбінаторної оптимізації на полірозділеннях: цільові функції:

$$f_1 = \sum_{u_j \in U} c_{ij} y_{ij} \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$f_2 = \sum_{u_i \in U} y_{ii} \rightarrow \max, \quad (4)$$

обмеження:

$$y_{ij} \leq b_{ij}, \quad (5)$$

$$\sum_{u_{iz} \in U} y_{iz} = \sum_{u_{zj} \in U} y_{zj} \quad \forall z, z \neq s, z \neq t, \quad (6)$$

$$y_{ij} \leq x_{ij}, \quad (7)$$

де  $x = (x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \dots, x_{i_k j_k}) \in E_{\eta n}^{k^2}(G)$ ,  $G = G_1 \cup G_2$ ,  $k = k_1 + k_2$ .

Функція (3) визначає вартість потоку, (4) – величину потоку.

В роботі поставлена багатокритеріальна комбінаторна потокова задача, побудована її математична модель. Актуальною є розробка загальних алгоритмів для її розв'язування.

### Література

1. Ємець О. О. Знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями / О. О. Ємець,

- Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 43–50.
2. Форд Л. Потоки в сетях / Форд Л., Фалкерсон Д. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
  3. Ємець О. О. Задача оптимального розміщення виробництва / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали ІІІ Всеукраїн. наук.-практ. конф. (1–3 березня 2012, Полтава). – Полтава : РВВ ПУЕТ. – С. 80–83.
  4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г Стоян, О. О. Ємець. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.

УДК 519.85

## ДО КОМБІНАТОРНОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ ПЕРЕСТАВНИХ МНОГОГРАННИКІВ

О. О. Ємець, д. ф.-м. н., професор

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

М. В. Леонова, пошукач

Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка

Поставимо задачу визначення комбінаторної еквівалентності переставних многогранників [1]. Першим із можливих способів встановлення комбінаторних типів еквівалентності многогранників є знаходження їх  $f$ -векторів [2].

Нехай  $M$  –  $k$ -многогранник і  $i$  – ціле число,  $i \in J_{k-1} = \{1, 2, \dots, k-1\}$ . Позначимо через  $f_i(M)$  число  $i$ -граней многогранника  $M$ . Таким чином, з кожним  $k$ -многогранником  $M$  зв'язуємо  $k$ -вимірний вектор  $f(M) = (f_0, f_1, \dots, f_{k-1})$ . Такий вектор називається  $f$ -вектором многогранника [2].

Два многогранника  $M$  і  $M'$  називаються [2]  $f$ -еквівалентними (позначка  $M \sim M'$ ), якщо їх  $f$ -вектори збігаються, тобто  $f(M) = f(M')$ .

**Приклад.** Нехай маємо два переставні многогранника  $P_{32}(G_1)$ ,  $P_{32}(G_2)$  з первинними специфікаціями  $[G_1] = (2, 1)$ ,  $[G_2] = (1, 2)$  відповідно. Кількість вершин многогранника переставлень рівна кількості елементів множини переставлень з