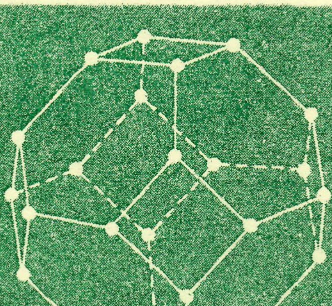
2012 International Year of Cooperatives

# КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2012)

*Матеріали II всеукраїнського наукового семінару*
*(м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)*



Полтава
2012

**Українська Федерація інформатики**

**Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України**

**ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» (ПУЕТ)**

# КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2012)

**Програма II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава, 7–8 вересня 2012 року)**

Полтава
ПУЕТ
2012

УДК 519.7+519.8
ББК 22.18
К63



## ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ



К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2012) : матеріли II всеукраїнського наукового семінару (м. Полтава, 7–8 вересня 2012 р.) / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2012. – 84 с.
ISBN 978-966-184-177-1

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

**УДК 519.7+519.8**
**ББК 22.18**

*Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.*

ISBN 978-966-184-177-1

## ЗМІСТ

(Препринт / НАН Украины, Ин-т пробл. машиностроения; № 378).
4. Стоян Ю. Г. Квазилинейные интервальные отображения. Интервальная метрика / Ю. Г. Стоян. – Харьков, 1995. – 25 с. (Препринт / НАН Украины. Ин-т пробл. машиностроения; № 387).

**УДК 519.85**

# КОМБІНАТОРНА ПОТОКОВА ЗАДАЧА З ОБМЕЖЕННЯМИ НА ПОТІК У ВЕРШИНІ

***О. О. Ємець,*** *д.ф.-м.н., професор*
*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»*
*yemetsli@mail.ru*
***Є. М. Ємець,*** *к.ф.-м.н., доцент*
*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»*
*yemetsli@mail.ru*
***Ю. Ф. Олексійчук,*** *старший викладач*
*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»*
*olexijchuk@gmail.com*

В [1] вперше поставлена задача знаходження максимального потоку з додатковими комбінаторними обмеженнями, яка є узагальненням класичної задачі знаходження максимального потоку [2], та запропонований метод її розв'язання. В [3] розглядається комбінаторна задача знаходження потоку заданої величини мінімальної вартості. В даній роботі розглянута більш загальна багатокритеріальна задача, в якій додаткові комбінаторні обмеження накладаються не лише на дуги, а й на вершини.

Нехай дано граф $\Gamma = (V, U)$, де $V$ – множина вершин, $U$ – множина дуг. Дугу, що сполучає вершини $v_i$ та $v_j$, позначимо $u_{ij}$.

**Означення 1.** Транспортною мережею називається орієнтований граф $\Gamma = (V, U)$, в якому кожній з дуг $u_{ij}$ привласнене деяке невід'ємне число $b_{ij} \geq 0$, яке називають пропускною спроможністю дуги. Принаймні одна із вершин має лише дуги, що виходять. Така вершина називається джерелом і позначається $v_s$. Також є принаймні одна вершина, що має лише вхідні дуги. Таку вершину називається стоком і позначається $v_t$.

**Означення 2.** Потоком називають функцію $w: U \to R$ з такими властивостями:

1. Значення функції $w$ на дузі $u_{ij}$ не може перевищити пропускну спроможність дуги, тобто $w(u_{ij}) \le b_{ij}$.

2. Збереження балансу у всіх вершинах, крім стоку и джерела, тобто $\sum_{u_{iz} \in U} w(u_{iz}) = \sum_{u_{zj} \in U} w(u_{zj}) \quad \forall v_z, v_i, v_j \in V, \quad v_z \ne v_s,$ $v_z \ne v_t$.

**Означення 3.** Величиною потоку $|w|$ будемо називати суму значень функції $w$ по дугах, що виходять із джерела: $|w| = \sum_{u_{si} \in U} w(u_{si})$, де $v_i \in V$.

Потоком по дузі $u_{ij}$ будемо називати число $w(u_{ij})$. Позначимо потік по дузі $u_{ij}$ через $y_{ij}$.

Привласнимо кожній дузі $u_{ij}$ невід'ємне число $c_{ij} \ge 0$ – вартість одиниці потоку по дузі. Тоді сумарна вартість потоку рівна $\sum_{u_{ij} \in U} c_{ij} w(u_{ij})$.

Накладемо додаткові обмеження на дуги. Нехай потік по дугах $u_{ij} \in U' \subseteq U$ може приймати значення, які не перевищують число $x_{ij} = g_l \in G_1$, тобто

$$w(u_{ij}) \le x_{ij}, \qquad (1)$$

де $G_1 = \{g_1, g_2, \dots, g_{\eta_1}\}$ деяка мультимножина; причому вектор утворений із $x_{ij}$ є розміщенням [4] елементів із $G_1$, тобто $x = (x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \dots, x_{i_{k1} j_{k1}}) \in E_{\eta_1 n_1}^{k_1}(G_1)$.

Аналогічно накладемо додаткові обмеження на вершини. Нехай для $v_i \in V' \subseteq V$ сумарний вхідний потік (та вихідний) не повинен перевищувати $x_i$, тобто

$$\sum_{z, u_{zi} \in U} y_{zi} \le x_i \qquad (2)$$

причому вектор утворений із $x_i$ є розміщенням елементів із $G_2$, тобто $x = \left(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{k2}}\right) \in E^{k_2}_{\eta_2 n_2}\left(G_2\right)$.

Розіб'ємо кожну з вершин $v_i \in V'$ на дві: у першій залишимо всі вхідні дуги $v_i$, у другій – вихідні; та побудуємо дугу з першої вершини до другої з необмеженою пропускною спроможністю та нульовою вартістю перевезення. Тобто на пропускну спроможність нової дуги будуть накладені лише комбінаторні обмеження (2).

В загальному випадку, маємо багатокритеріальну потокову задачу, математичною моделлю якої є задача евклідової частково комбінаторної оптимізації на поліросміщеннях:
цільові функції:

$$f_1 = \sum_{u_{ij} \in U} c_{ij} y_{ij} \to min, \qquad (3)$$

$$f_2 = \sum_{u_{ti} \in U} y_{ti} \to max, \qquad (4)$$

обмеження:

$$y_{ij} \le b_{ij}, \qquad (5)$$

$$\sum_{u_{iz} \in U} y_{iz} = \sum_{u_{zj} \in U} y_{zj} \quad \forall z,\ z \ne s,\ z \ne t\ , \qquad (6)$$

$$y_{ij} \le x_{ij}, \qquad (7)$$

де $x = \left(x_{i_1 j_1}, x_{i_2 j_2}, \dots, x_{i_k j_k}\right) \in E^{k2}_{\eta n}\left(G\right)$, $G = G_1 \cup G_2$, $k = k_1 + k_2$.

Функція (3) визначає вартість потоку, (4) – величину потоку.

В роботі поставлена багатокритеріальна комбінаторна потокова задача, побудована її математична модель. Актуальною є розробка загальних алгоритмів для її розв'язування.

## Література


1. Ємець О. О. Знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями / О. О. Ємець,

Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 43–50.
2. Форд Л. Потоки в сетях / Форд Л., Фалкерсон Д. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
3. Ємець О. О. Задача оптимального розміщення виробництва / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали III Всеукраїн. наук.-практ. конф. (1–3 березня 2012, Полтава). – Полтава : РВВ ПУЕТ. – С. 80–83.
4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г Стоян, О. О. Ємець. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.

**УДК 519.85**

# ДО КОМБІНАТОРНОЇ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ ПЕРЕСТАВНИХ МНОГОГРАННИКІВ

***О. О. Ємець**, д.ф.-м.н., професор*
*ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»*
***М. В. Леонова**, пошукач*
*Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка*

Поставимо задачу визначення комбінаторної еквівалентності переставних многогранників [1]. Першим із можливих способів встановлення комбінаторних типів еквівалентності многогранників є знаходження їх $f$-векторів [2].

Нехай $M$ – $k$-многогранник і $i$ – ціле число, $i \in J_{k-1} = \{1, 2, \ldots, k-1\}$. Позначимо через $f_i(M)$ число $i$-граней многогранника $M$. Таким чином, з кожним $k$-многогранником $M$ зв'язуємо $k$-вимірний вектор $f(M) = (f_0, f_1, \ldots, f_{k-1})$. Такий вектор називається $f$-вектором многогранника [2].

Два многогранника $M$ і $M'$ називаються [2] $f$-еквівалентними (позначка $M \sim M'$), якщо їх $f$-вектори збігаються, тобто $f(M) = f(M')$.

**Приклад.** Нехай маємо два переставні многогранника $\Pi_{32}(G_1)$, $\Pi_{32}(G_2)$ з первинними специфікаціями $[G_1] = (2,1)$, $[G_2] = (1,2)$ відповідно. Кількість вершин многогранника переставлень рівна кількості елементів множини переставлень з