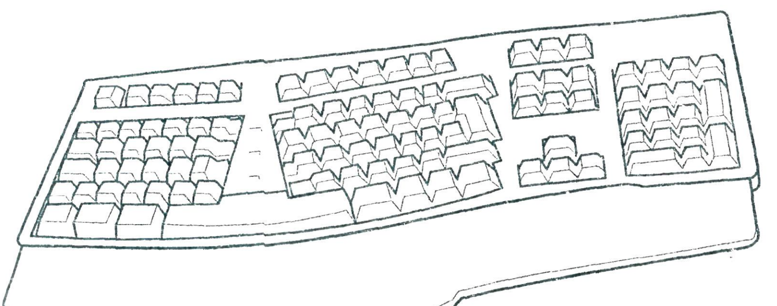
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ» (ПУЕТ)

2012
International
Year of
Cooperatives

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2012)

Матеріали
III Всеукраїнської
науково-практичної конференції



ПОЛТАВА
2012

Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Українська Федерація Інформатики

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2012)

Матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 1–3 березня 2012 року)

За редакцією доктора фізико-математичних наук, професора О. О. Ємця

Полтавський університет економіки і торгівлі (ПУЕТ)
2012

УДК 519.7 + 519.8 + 004
ББК 32.973
І-74

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 1–3 березня 2012 р.) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2012. – 267 с.

ISBN 978-966-184-154-2

Матерали конференції включають сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики і кібернетики, математичне моделювання і обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлені доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Матеріали конференції розраховані на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 519.7 + 519.8 + 004
ББК 32.973

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-154-2

ЗМІСТ

для Δ параметр ω – це місце елемента $g_{i_{r+1}}$ в множині C_2 (від її початку).

В доповіді наводиться доведення цієї теореми.

Література

1. Ємець О. О. Оптимізація лінійної функції на розміщеннях за умов одиничності суми елементів розміщення / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець // Матеріали Всеукраїнського наукового семінару «Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини»-2011, Полтава, ПУЕТ, 26–27 серпня 2011 р.: тези доп. – С. 45–51.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

УДК 519.85

СИМПЛЕКСНА ФОРМА ЗАГАЛЬНОГО ПЕРЕСТАВНОГО МНОГОГРАННИКА, ЗАДАНОГО НЕЗВІДНОЮ СИСТЕМОЮ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., професор*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
М. В. Леонова, *пошукач*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка

При розв'язуванні задач комбінаторної оптимізації використовуються відповідні комбінаторні многогранники. При використанні алгоритму Кармаркара необхідно знайти симплексну форму многогранника, під яким розуміють многогранник, отриманий з многогранника вихідної задачі за алгоритмом перетворення ЗЛП в форму необхідну для алгоритму Кармаркара [1–3]. В літературі недослідженою є симплексна форма загального переставного многогранника, який заданий незвідною системою.

Поставимо задачу дослідження загального переставного многогранника при перетвореннях, необхідних при зведенні задачі лінійного програмування (ЗЛП) до форми, що вимагається при застосуванні алгоритму Кармаркара (АК), тобто до симплексної форми. Використаємо термінологію з [4].

Розглянемо розв'язання лінійної умовної частково комбінаторної задачі на переставленнях вигляду: знайти упорядковану пару $< C\left(y^*\right), y^* >$ таку, що

$$C\left(y^*\right) = \underset{y \in R^m}{extr} \sum_{j=1}^{m} c_j y_j , \tag{1}$$

$$y^* = arg \underset{y \in R^m}{extr} \sum_{j=1}^{m} c_j y_j \tag{2}$$

за комбінаторних умов

$$x \in \left(x_1, \ldots, x_k\right) \in E_{\eta k}\left(G\right) \subset R^k \tag{3}$$

і додаткових обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j \le b_i , \ i \in J_r , \ \sum_{j=1}^{m} a_{ij} y_j = b_i , \ i \in J_s \setminus J_r , \tag{4}$$

де $E_{kn}\left(G\right)$ – евклідова загальна множина переставлень елементів з мультимножини G, $y = \left(x_1, \ldots, x_k, y_{k+1}, \ldots, y_m\right) \in R^m$; $x_i = y_i$, $\forall i \in J_k$; m, r, k, s – натуральні константи $\left(m \ge k\right)$; c_j, a_{ij}, b_i – задані дійсні числа $\forall j \in J_m$, $\forall i \in J_r$; R^m – m-вимірний евклідів арифметичний простір. Під J_k мається на увазі множина перших k натуральних чисел $J_k = \left\{1, 2, \ldots, k\right\}$, а $J_0 = \varnothing$.

При знаходженні розв'язку задачі (1)–(4) методом комбінаторного відсікання суттєвим є розв'язування допоміжної задачі лінійного програмування, яка утворюється з задачі вигляду (1)–(4) заміною умови (3) належністю точки x загальному переставному многограннику $\Pi_{kn}\left(G\right)$: $x \in \Pi_{kn}\left(G\right)$.

Оскільки вигляд загального переставного многогранника як незвідної системи лінійних рівнянь відомий [5], то остання умова записується у вигляді наступної системи:

$$\sum_{j=1}^{k} x_j = \sum_{j=1}^{k} g_j , \tag{5}$$

$$\sum_{j\in\omega} x_j \le \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1}, \tag{6}$$

$\forall \omega \subset J_k$, $\forall |\omega| \in I$, $I = \{1, \eta_1+1, \eta_1+2, \ldots, k-\eta_n-2, k-\eta_n-1, k-1\}$, де $G = \{g_1, \ldots, g_k\} = \{e_1^{\eta_1}, e_2^{\eta_2}, \ldots, e_n^{\eta_n}\}$. Позначимо основу мультимножини G $S(G) = (e_1, \ldots, e_n)$, а первинну специфікацію $[G] = \{\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n\}$. Нехай елементи в G пронумеровані так, що

$$g_1 \le g_2 \le \ldots \le g_k. \tag{7}$$

Розглянемо перетворення за допомогою алгоритму перетворення (АП) ЗЛП на загальному переставному многограннику, тобто розглянемо, який вигляд матиме система (5), (6) після застосування до неї алгоритму перетворення.

Крок 1. Зводимо (5), (6) до канонічного вигляду, ввівши $y_\omega \ge 0$.

$$\sum_{j\in\omega} x_j + y_\omega = \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1}, \quad \forall \omega \subset J_k, \ |\omega| \in I; \tag{8}$$

$$\sum_{j=1}^{k} x_j = \sum_{j=1}^{k} g_j, \tag{9}$$

Крок 2. Вводимо додаткове обмеження у формі рівності з $u \ge 0$.

$$\sum_{j=1}^{k} x_j + \sum_{\substack{\omega\subset J_k \\ |\omega|\in I}} y_\omega + u = U. \tag{10}$$

Твердження 1. Для загального переставного многогранника у вигляді незвідної системи (5), (6) за умов (7) справедлива нерівність

(11) $$\sum_{j=1}^{k} x_j + \sum_{\substack{\omega\subset J_k \\ |\omega|\in I}} y_\omega \le$$

$$\leq \sum_{j=1}^{n} \eta_j e_j + 2k\left(e_n - e_1\right) + \sum_{j=\eta_1+1}^{k-\eta_n-1} \left[C_k^j \left(\sum_{i=1}^{j} g_{k-i+1} - \sum_{i=1}^{j} g_i \right) \right].$$

Кількість підмножин в J_k з однаковим $|\omega| = j$ дорівнює кількості сполучень з k елементів по j. Якщо $\eta_1 > 1, \eta_n > 1,$ то другий доданок в лівій частині нерівності оцінюється так:

$$\sum_{\substack{\omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} y_\omega \leq 2k\left(g_k - g_1\right) + \sum_{j=\eta_1+1}^{k-\eta_n-1} C_k^j \left(\sum_{i=1}^{j} g_{k-i+1} - \sum_{i=1}^{j} g_i \right).$$

Враховуючи, що $\sum_{j=1}^{k} x_j = \sum_{j=1}^{n} \eta_j e_j$, маємо:

$$U = \sum_{j=1}^{n} \eta_j e_j + 2k\left(e_n - e_1\right) + \sum_{j=\eta_1+1}^{k-\eta_n-1} \left[C_k^j \left(\sum_{i=1}^{j} g_{k-i+1} - \sum_{i=1}^{j} g_i \right) \right].$$

Крок 3. Зводимо систему (8), (9) до еквівалентної однорідної системи, помноживши праві частини рівнянь цієї системи на рівний одиниці вираз:

$$\left(\sum_{j=1}^{k} x_j + \sum_{\substack{\omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} y_\omega + u \right) U^{-1}.$$

Після приведення подібних отримуємо таку систему:

$$\left(1 - U^{-1} \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1}\right) \left(\sum_{j \in \omega} x_j + y_\omega \right) - U^{-1} \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1} \left(\sum_{j \in J_k \setminus \omega} x_j + \sum_{\substack{\Omega \subset J_k \\ |\Omega| \in I \\ \Omega \neq \omega}} y_\Omega + u \right) = 0,$$

$$\forall \omega \subset J_k, \ |\omega| \in I; \qquad (11)$$

$$\left(1-U^{-1}\sum_{j=1}^{k}g_j\right)\sum_{j=1}^{k}x_j-U^{-1}\sum_{j=1}^{k}g_j\left(\sum_{\substack{\omega\subset J_k\\|\omega|\in I}}y_\omega+u\right)=0. \qquad (12)$$

Крок 4. Вводимо нові змінні: $X_j=\frac{x_j}{U},\forall j\in J_k;Y_i=\frac{y_i}{U},\forall i\in J_r,$ $\frac{u}{U}=V$ та з (10), (11) і (12) одержуємо систему:

$$\left(U-\sum_{j=1}^{|\omega|}g_{k-j+1}\right)\left(\sum_{j\in\omega}X_j+Y_\omega\right)-\sum_{j=1}^{|\omega|}g_{k-j+1}\left(\sum_{j\in J_k\setminus\omega}X_j+\sum_{\substack{\Omega\subset J_k\\|\Omega|\in I\\\Omega\neq\omega}}Y_\Omega+V\right)=0,$$

$$\forall\omega\subset J_k,\ |\omega|\in I; \qquad (13)$$

$$\left(U-\sum_{j=1}^{k}g_j\right)\sum_{j=1}^{k}X_j-\sum_{j=1}^{k}g_j\left(\sum_{\substack{\omega\subset J_k\\|\omega|\in I}}Y_\omega+V\right)=0; \qquad (14)$$

$$\sum_{j=1}^{k}X_j+\sum_{\substack{\omega\subset J_k\\|\omega|\in I}}Y_\omega+V=1.$$

Цільова функція набуває вигляду $U\sum_{j=1}^{k}c_jX_j\to max.$

Крок 5. Від кожного з рівнянь (13), (14) віднімемо свою невід'ємну змінну W_ω, $\omega\subset J_k$ з коефіцієнтом $\alpha_{|\omega|}$.

$$\alpha_{|\omega|}=(|\omega|+1)U-\left(\sum_{|\omega|\in I}C_k^{|\omega|}+k+1\right)\sum_{j=1}^{|\omega|}g_{k-j+1}; \qquad (15)$$

$$\alpha_k=kU-\left(\sum_{|\omega|\in I}C_k^{|\omega|}+k+1\right)\sum_{j=1}^{k}g_j. \qquad (16)$$

Твердження 2. При фіксованій підмножині $\omega \subset J_k$, $|\omega| \in I$, сума коефіцієнтів при змінних в рівняннях (13), (14) дорівнює $\alpha_{|\omega|}$, що обчислюється за формулами (15), (16).

Виконавши крок 5 АП, маємо таку задачу:

$$U\sum_{j=1}^{k} c_j X_j - M \sum_{\substack{\forall \omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} W_\omega \to max;$$

за умов

$$\left(U - \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1}\right)\left(\sum_{j \in \omega} X_j + Y_\omega\right) - \sum_{j=1}^{|\omega|} g_{k-j+1}\left(\sum_{j \in J_k \setminus \omega} X_j + \sum_{\substack{\Omega \subset J_k \\ |\Omega| \in I \\ \Omega \neq \omega}} Y_\Omega + V\right) -$$

$$-\alpha_{|\omega|} W_\omega = 0, \;\; \forall \omega \subset J_k, \;\; |\omega| \in I;$$

$$\left(U - \sum_{j=1}^{k} g_j\right)\sum_{j=1}^{k} X_j - \sum_{j=1}^{k} g_j\left(\sum_{\substack{\omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} Y_\omega + V\right) - \alpha_k W_k = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{k} X_j + \sum_{\substack{\omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} Y_\omega + V + \sum_{\substack{\omega \subset J_k \\ |\omega| \in I}} W_\omega = 1.$$

Точка $\left(X^*; Y^*; V^*; W^*\right) = \left(\frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n}\right) \subset R^n$ є допустимим розв'язком цієї задачі, де $n = k + 2\sum_{|\omega| \in I} C_k^{|\omega|} + 1$.

Одержано симплексну форму загального переставного многогранника, що задано незвідною системою у формі, яка необхідна для застосування алгоритму Кармаркара при розв'язуванні допоміжних задач лінійного програмування в методі комбінаторного відсікання, а також важлива для дослідження властивостей загального переставного многогранника.

Література

1. Зайченко Ю. П. Исследование операций : учебник / Ю. П. Зайченко. – К. : Видавничий дім «Слово», 2003. – 688 с.
2. Таха Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
3. Ємець О. О. Оптимізація лінійної функції на переставленнях: перетворення переставного многогранника до вигляду, необхідного для використання в алгоритмі Кармаркара / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Д. М. Ольховський // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2010. – № 2. – С. 43–49.
4. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Інститут системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.
5. Ємець О. О. Дослідження областей визначення задач евклідової комбінаторної оптимізації на переставних множинах / О. О. Ємець, Л. М. Колєчкіна, С. І. Недобачій. – Полтава : «Легат», 1999. – 64 с.

УДК 519.85

ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ ДЛЯ ІГРОВИХ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ З ОБМЕЖЕННЯМИ-РОЗМІЩЕННЯМИ НА СТРАТЕГІЇ ГРАВЦЯ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., професор;*
О. В. Ольховська, *аспірантка*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
contacts@informatics.org.ua

В доповіді пропонується оцінка швидкості збіжності ітераційного методу розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу з обмеженнями, що визначені розміщеннями.

Розглянемо задачу комбінаторної оптимізації ігрового типу на множині розміщень та її математичну модель за [1, 2]. В ній комбінаторні обмеження накладаються на стратегії першого гравця. В моделі розглядається платіжна матриця $A' = \left(a_{ij}\right)'$ вимірності $m \times n$, елемент a'_{ij} якої показує перевищення (різницю) прибутків другого гравця в порівнянні з першим