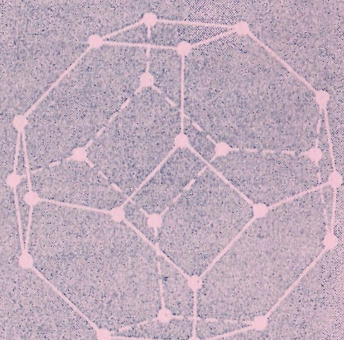
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та
соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського
наукового семінару
26–27 серпня 2011 року



Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

Міністерство освіти і науки, молоді і спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського наукового семінару
26–27 серпня 2011 року

Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18
К63

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ-2011) : матеріали Всеукраїнського наукового семінару 26–27 серпня 2011 р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 118 с.

ISBN 978-966-184-126-9

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях як: комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірка розрахована на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-126-9

ЗМІСТ

Висновки

В роботі запропонована нова задача знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями. Побудована відповідна модель у вигляді лінійної умовної задачі евклідової комбінаторної оптимізації на розміщеннях та запропоновані методи її розв'язування.

В подальшому доцільно дослідити теоретичну ефективність алгоритму для розв'язання поставленої задачі.

Література

1. Форд Л. Потоки в сетях / Л. Форд, Д. Фалкерсон. – М. : Мир, 1966. – 277 с.
2. Ху Т. Ч. Комбинаторные алгоритмы / Т. Ч. Ху, М. Т. Шинг. – Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, 2004. – 330 с.
3. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : ІСДО, 1993. – 188 с.
4. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец, Т. Н. Барболина. – К. : Наук. думка, 2008. – 159 с.
5. Ємець О. О. Прямий метод відсікання для задач евклідової комбінаторної оптимізації на розміщеннях / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // II всеукраїнська науково-практична конференція «Інформатика та системні науки» 17–19 березня 2011 року. – Полтава, 2011. – С. 104–107.

ПРО ЗВЕДЕННЯ ЗАДАЧІ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ІГРОВОГО ТИПУ НА РОЗМІЩЕННЯХ ДО ПАРИ ДВОЇСТИХ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

***О. О. Ємець**, д.ф.-м.н., професор;*
***О. В. Ольховська**, аспірантка*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

В роботах [1–4] розглянуті задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу. Важливим є питання дослідження можливості зведення таких задач до задач лінійного програмування.

Розглянемо математичну модель задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях (ЗКОІТР).

Задача 1. Знайти оптимальні стратегії гравців X^* і j^* де

$$X^* = arg\, F_x\left(X^*\right); F_x\left(X^*\right) = \min_{X\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)} F_x\left(\bar{X}\right)\ F_x\left(\bar{X}\right) = \max_{j\in J_n} F\left(X,Y\right);$$

$$Y^* = arg\, F_y\left(Y^*\right); F\left(j^*\right) = \max_{j\in J_n} F_y\left(Y\right),\ F_y\left(Y\right) = \min_{\bar{X}\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)} F\left(X,Y\right);$$

за обмежень:

– $\overline{X}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_{m-1}\right)\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)$; $X=\left(x_1,\ldots,x_m\right):\sum_{i=1}^{m}x_i=1$;

– вектор $P^x=\left(P_1^x,P_2^x,\ldots,P_M^x\right)$ задовольняє умовам $P_i^x\geq 0\ \forall i\in J_M$, де $X=\left(x_1,x_2,\ldots,x_m\right)\in E_M^m\left(P^x\right)$, функція $F\left(X,j\right)$ має вигляд $F\left(X,j\right)=\sum_{i=1}^{m}a'_{ij}x_i=\sum_{i=1}^{m}a'_{ij}x_i$, $a'_{ij}\left(\forall i\in J_m\ \forall j\in J_n\right)$ – задані дійсні числа.

Таким чином, розглядається гра двох гравців з нульовою сумою, причому на стратегії одного з гравців накладаються обмеження, що визначені розміщеннями. Гравці роблять ходи один за одним. Перший гравець обирає розміщення $X_i\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)$, другий – $j\in J_n$ (незалежно від першого).

Складемо нову платіжну матрицю $A=\left(a_{ij}\right)$ вимірності $k\times n$, де $k=\dfrac{M!}{\left(M-m\right)!}$. Платіж a_{ij} в даній матриці нехай обчислюється так:

$$a_{ij}=\sum_{t=1}^{m}a'_{ij}x_{it},\ \forall i\in J_k,\forall j\in J_n,$$

де i номер відповідного вектора $X'_i=\left(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{im}\right)$, а $X_i=\left(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{i,m-1}\right)$ – це розміщення з множини $E_M^{m-1}\left(P^x\right)$.

Гра з матрицею A є звичайною (класичною) матричною грою двох гравців з нульовою сумою. Чиста стратегія $i\in J_k$ першого гравця означає вибір ним розміщення $X_i=\left(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{i,m-1}\right)\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)$.

Гравець 2 може гарантувати собі, що одержить не менше $\max\limits_{j\in J_n}\ \min\limits_{X_i\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)}a_{ij}$; а гравець 1 може завадити йому одержати більше $\min\limits_{X_i\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)}\ \max\limits_{j\in J_n}a_{ij}$. Якщо виникає так, що

$$\max_{j\in J_n}\ \min_{X_i\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)}a_{ij}=\min_{X_i\in E_M^{m-1}\left(P^x\right)}\ \max_{j\in J_n}a_{ij}=v, \qquad (1)$$

то гравець 2 повинен зрозуміти, що він може одержати максимум мінімального виграшу і що його супротивник заважає йому одержати більше. Тому числа i^*, j^*, що забезпечують рівність (1) можна назвати оптимальними рішеннями гравців. При цьому вибір i^* першим гравцем означає, що вибирається $X_{i^*} \in E_M^{m-1}\left(P^x\right)$.

Отже, описана матрична гра – це задача пошуку такого номеру i^* розміщення X_{i^*} та такої чистої стратегії другого гравця – номера j^* стовпця матриці A' (або A) при яких справджується рівність (1).

При цьому назвемо $v = a_{i^* j^*}$ – ціною гри; X_{i^*}, j^* – оптимальними стратегіями першого та другого гравців відповідно.

Має місце наступний факт.

Твердження. В грі, що зводиться до задачі 1 виконується

$$F\left(x^*, y^*\right) = \min_{j \in J_n} \max_{X_i \in E_M^{m-1}} F\left(X_i, j\right) = \max_{j \in J_n} \min_{X_i \in E_M^{m-1}} F\left(X_i, j\right) = v,$$

де v – визначається з (1), де x^*, j^* – сідловка точка функції $F\left(X, Y\right)$, $X \in E_M^{m-1}\left(P^x\right)$, $Y \in j_n$.

Якщо не виконується (1), то сідлової точки в ЗКОІТР не має. Будемо в цій ситуації казати: гравці не мають оптимальних чистих стратегій, тобто не можна вибирати весь час одне і те саме розміщення першим гравцем, а другим гравцем одну і ту ж чисту стратегію.

Введемо поняття мішаних стратегії для такої ситуації. Позначимо

$$S_k = \left\{ p = \left(p_1, p_2, \ldots, p_k\right),\ \sum_{i=1}^{k} p_i = 1,\ p_i \geq 0 \right\};$$

$$S_n = \left\{ q = \left(q_1, \ldots, q_n\right),\ \sum_{j=1}^{n} q_j = 1,\ q_j \geq 0 \right\}.$$

Мішаною стратегією першого гравця є елемент $p \in S_k$, мішаною стратегією гравця 2 є елемент $q \in S_n$.

Якщо гравець 1 застосовує свою мішану стратегію $p = \left(p_1, \ldots, p_k\right)$, а 2 – $q = \left(q_1, \ldots, q_n\right)$, то платою гравця 1 гравцю 2 є величина $F\left(X, Y\right)$, яка являється математичним сподіванням випадкової величини, що приймає значення a_{ij} $\forall i \in J_k$, $\forall j \in J_n$:

$$F(X,Y)=\sum_{j=1}^{n} q_j \sum_{i=1}^{k} a_{ij} p_i = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k} a_{ij} p_i q_j, \qquad (2)$$

де p_i, q_j – ймовірність випадкової події, що полягає в одночасному настанні випадкової події X_i першого гравця та j – другого.

Гравець 1 може забезпечити собі програш не більше ніж

$$\min_{p\in S_k}\max_{q\in S_n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k} a_{ij} p_i q_j,$$

а гравець 2 може забезпечити собі виграш не менше

$$\max_{p\in S_k}\min_{q\in S_n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{k} a_{ij} p_i q_j.$$

Якщо (X^*,Y^*) – сідлова точка функції $F(X,Y)$, що визначається (2),то X^*,Y^* називають оптимальними мішаними стратегіями гравців 1 та 2 відповідно. В цьому випадку, як відомо з [5]

$$F(X^*,Y^*)=\max_{j\in J_n}\min_{i\in J_k} F(X,Y)=\min_{i\in J_k}\max_{j\in J_n} F(X,Y).$$

При цьому кажуть, що ЗКОІТР має розв'язок в мішаних стратегіях, а $F(X^*,Y^*)$ – ціна гри.

Пошук сідлової точки функції (2) пов'язаний з розв'язком пари двоїстих задач ЛП, а з іншого боку однією задачею лінійного програмування та однією задачею комбінаторної оптимізації.

В доповіді показано, що задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях зводяться до пари двоїстих задач лінійного програмування.

Література

1. Емец О. А. Решение некоторых задач комбинаторной оптимизации на размещениях и перестановках игрового типа / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 3. – С. 37–47.
2. Емец О. А. Исследование задач комбинаторной оптимизации игрового типа на размещениях / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 1. – С. 26–36.
3. Емец О. А. Игры с комбинаторными ограничениями / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Кибернетика и сист. анализ. – 2008. – № 4. – С. 134–141.

4. Ємець О. О. Розв'язування задач ігрового типу на множині розміщень / О. О. Ємець, О. В. Ольховська // Інформатика та системні науки (ІСН-2010): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 18–20 березня 2010 р. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2010. – С. 61–63.
5. Венцель Е. С. Элементы теории игр / Е. С. Венцель. – М. : ФизматГИЗ, 1961. – 67 с.

ІЗОМОРФІЗМ БОВМАНА МІЖ ГРАФАМИ І ПЕРЕСТАВЛЕННЯМИ ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ ДЛЯ ПОБУДОВИ ПРЕДФРАКТАЛЬНИХ ПЕРЕСТАВНИХ КОНФІГУРАЦІЙ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., професор;*
О. В. Тур, *асистент*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Нехай є повний орієнтований граф $F^o = (V, U)$ без петель, де V – множина його k вершин, U – множина, що містить $|U| = k(k-1)$ дуг $(i,j), i \neq j, i,j \in V$, тобто $U = \{(i,j) \mid i \neq j;\ i,j \in V\}$.

Розглянемо частинний граф $F_k^o = (V, U^o)$, де $U^o \subset U$, причому, якщо $(i,j) \in U^o$, то $(j,i) \notin U^0$ та $\forall i,j \in V$ або $(i,j) \in U^o$, або $(j,i) \in U^o$.

Позначимо $N(i)$ – зовнішній ранг вершини i графа F_k^o – тобто кількість дуг, що виходять з вершини i. Позначимо $\{F_k^o\}$ множину всіх можливих графів F_k^o. Нехай $\{\Gamma^*\}$ – підмножина множини $\{F_k^o\}, \{\Gamma^*\} \subset \{F_k^o\}$, яка складається з таких графів $\Gamma^* = F_k^o$, які не містять циклів.

Розглянемо евклідову множину k-переставлень $E_k(J_k)$ [1], де $J_k = \{1, 2, \ldots, k\}$ – множина перших k натуральних чисел.

Як відомо [2, 3], множина переставлень $E_k(J_k)$ ізоморфна множині графів $\{\Gamma^*\}$. Ізоморфізм графів Γ^* та переставлень $\pi = (\pi_1, \ldots, \pi_k) \in E_k(J_k)$ встановлюється правилом: $\pi_i = N(i) + 1\ \forall i \in J_k$.

Назвемо цей ізоморфізм ізоморфізмом Бовмана.