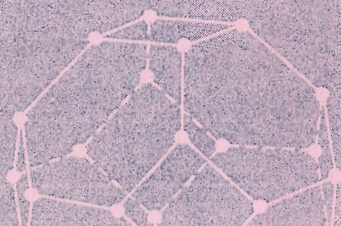
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та
соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського
наукового семінару
26–27 серпня 2011 року



Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

Міністерство освіти і науки, молоді і спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського наукового семінару
26–27 серпня 2011 року

Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18
К63

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ-2011) : матеріали Всеукраїнського наукового семінару 26–27 серпня 2011 р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 118 с.

ISBN 978-966-184-126-9

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях як: комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірка розрахована на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-126-9

ЗМІСТ

Аралова Н. И., Мастыкаш Ю. И., Машкина И. В.
Информационные технологии оценки резервных возможностей функциональной системы дыхания лиц, выполняющих работу в экстремальных условиях высокогорья 7

Бараненко В. О., Чаплигіна С. М., Дуліца І. П.
Про деякі моделі невизначеного програмування в задачах будівельної механіки 10

Барболіна Т. М.
До питання перебору узагальнених λ-класів 12

Батзул Т., Дунгаамаа Д., Мунхцэцэг Б.
Распределение нечеткого множества и нечетная функция 15

Валуйська О. О., Романова Н. Г.
Задача балансування диску як задача евклідової комбінаторної оптимізації на поліпереставленнях 22

Валуйська О. О., Скворцов Д. В.
Комбінаторна задача про розподіл ресурсів з умовою на частинний порядок 24

Величко А. В.
Применение модифицированного генетического алгоритма, к задаче о покрытии множества 26

Ганхуяг Д.
Математическая модель функционирования региона и его экологическая оценка 29

Гребенник И. В., Титова О. С.
Оптимизация линейной функции на циклических перестановках 32

Гуляницький Л. Ф., Рудик В. О.
Застосування H-методу для прогнозування третинної структури молекул протеїнів 33

Емеличев В. А., Коротков В. В.
Многокритериальная минимаксная квадратичная задача с распадающимися переменными в условиях неопределенности 37

Емеличев В. А., Кузьмин К. Г.
Об устойчивости эффективных решений многокритериальной задачи о максимальном разрезе графа 39

Ємець О. О., Галюкова О. Ю.
Розв'язування комбінаторної задачі покриття прямокутника прямокутниками 41

Ємець О. О., Ємець Ол-ра О.
Оптимізація лінійної функції на розміщеннях за умов одиничності суми елементів розміщення 45

Ємець О. О., Ємець Є. М., Олексійчук Ю. Ф.
Задача знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями 51

Ємець О. О., Ольховська О. В.
Про зведення задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях до пари двоїстих задач лінійного програмування 53

Ємець О. О., Тур О. В.
Ізоморфізм Бовмана між графами і переставленнями та його використання для побудови предфрактальних переставних конфігурацій 57

Желдак Т. А.
Адаптація комбінаторного генетичного алгоритму в задачі обмеженого розбиття множин у дійсному просторі 62

Зеленцов Д. Г., Короткая Л. И.
Использование теории нечётких множеств при решении задач долговечности корродирующих конструкций 65

Козин И. В., Бондаренко А. С.
Эволюционные модели в задачах оптимального упорядочения 67

Костюк О. О.
Побудова моделі документообігу віртуального підприємства на базі концепції висновку по аналогіях 69

Кулик И. А., Скордина Е. М.
Метод генерирования сочетаний на основе биномиальных чисел 71

Лебєдєва Т. Т., Семенова Н. В., Сергієнко Т. І.
Взаємозв'язок між стійкістю векторних задач пошуку рішень, оптимальних за Слейтером, за Парето та за Смейлом 73

Литвин О. Н., Носов К. В.
Вероятностная сходимость коэффициентов корреляции Спирмена в дискретной модели системы с обратными связями 76

Маляр М. М., Поліщук В. В.
Багатокритеріальна модель оцінки платоспроможності суб'єктів господарювання 78

Мельник І. М., Бубнов Р. В.
Розв'язання задачі вивчення негативних прогностичних параметрів помилки регіонарної анестезії за допомогою алгоритмічної схеми методу гілок і границь 80

Мельниченко О. С., Ємець Ол-ра О.
Ефективний алгоритм генерації перестановок 83

Михайлюк В. О.
Реоптимізація однієї проблеми про узагальнену виконуваність з апроксимаційно стійким предикатом розмірності 3 86

Ольховський Д. М.
Точні та наближені методи розв'язування евклідових комбінаторних оптимізаційних задач 88

Парфьонова Т. О.
Комбінаторна транспортна задача з можливим недовантаженням місткостей 90

Перепелица В. А., Максишко Н. К.
Многокритериальная постановка задачи разбиения ряда динамики на квазициклы 93

Полюга С. И.
Упаковка 3-мерных поликубов в контейнер 95

Рева В. Н.
Разложение функций, определенных на комбинаторных множествах 98

Рясна І. І., Ходзінський О. М.
Нечіткий підхід до оптимізації спеціалізованого програмного забезпечення 100

Самусь О. В.
Дослідження *Н*-методу для розв'язання задач оптимізації на перестановках 103

Тимофієва Н. К.
Один розв'язний випадок в комбінаторній оптимізації та метод структурно-алфавітного пошуку 104

Ус С. А.
Задача оптимального розбиття множин із нечітким цільовим функціоналом 107

Чілікіна Т. В.
Моделі деяких прикладних задач комбінаторної оптимізації на вершинно розташованих множинах 109

Швачич Г. Г., Холод Е. Г.
Параллельный алгоритм задачи глобальной оптимизации 112

Шевчук Р. В.
Неоднорідні дифузійні процеси на півпрямій з загальною крайовою умовою Феллера-Вентцеля 115

Інформація про семінар 116

Крок 2. Якщо $a_j = L_i$, то в i-ту смугу ставимо прямокутник довжини a_j, цю смугу виключаємо з розгляду як покриту, тут a_j – довжина одного з ще не вибраних прямокутників. Перевірка умови кроку 2 здійснюється по порядку номерів для всіх смуг L_i, $i = 1, 2, ..., m$. Далі на крок 3.

Крок 3. Смугу з найбільшим L_i заповнюємо самим більшим a_j, якщо $a_j < L_i$. Переобчислюємо l_i, L_i.

Крок 4. Перевірка: чи є a_j (j – номер ще невибраного прямокутника), де $a_j < L_i$, якщо так – на крок 3, якщо ні – на крок 5. Перевірка здійснюється по порядку номерів смуг і прямокутників.

Крок 5. Вибираємо L_{i^*}, a_{j^*}:

$$a_{j^*} - L_{i^*} = \min_{i,j}\left(a_j - L_i\right),$$

де j – номер ще нерозміщеного прямокутника, а $1 \le i \le m^*$, m^* – кількість непокритих смуг.

Крок 6. Смуга i^* виключається з розгляду, як покрита. Перевірка умови: чи є непокриті смуги. Якщо немає – на крок 7. Якщо є – на крок 5.

Крок 7. За результатами кроку 5 підраховуємо значення критеріїв в моделі 1 (чи 2).

За результатами роботи алгоритму маємо в кожній смузі певні прямокутники з заданих, які покривають смужку.

У доповіді побудовано моделі комбінаторної задачі покриття прямокутника прямокутниками однакової ширини за різних критеріїв оптимізації. Наводяться розроблені наближені методи її розв'язування.

ОПТИМІЗАЦІЯ ЛІНІЙНОЇ ФУНКЦІЇ НА РОЗМІЩЕННЯХ ЗА УМОВ ОДИНИЧНОСТІ СУМИ ЕЛЕМЕНТІВ РОЗМІЩЕННЯ

О. О. Ємець*, д.ф-.м.н.,професор;*
Ол-ра О. Ємець*, к.ф.-м.н.*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Розвиваючись, (див., наприклад, [1–8]), комбінаторна оптимізація створює апарат для моделювання та розв'язування все більш широкого класу задач. Часто нові моделі вимагають розвитку методів і алгоритмів, які враховують особливості цих моделей. При розв'язуванні задач комбінаторної оптимізації ігрового типу [9–18] на розміщеннях ітераційним методом виникає задача мінімізації лінійної функції на множині розміщень, коли сума елементів розміщення є сталою величиною. В задачах з [9–17] – ця сума є одиницею, змістовна інтерпретація якої – сума ймовірностей в повній групі подій.

Задачі на розміщеннях з лінійними цільовими функціями розглядалися в [4], але специфіка обмеження спонукає шукати методи, що є більш ефективними за рахунок врахування наявних властивостей задачі.

Розглянемо таку лінійну умовну повністю комбінаторну задачу евклідової комбінаторної оптимізації на розміщеннях [2]:

$$\sum_{j=1}^{k} c_j y_j \to min; \tag{1}$$

$$y=(y_1,\dots,y_k)\in E_{\eta\nu}^{k}(G^y); \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{k} y_j = C, \tag{3}$$

де $c_j \in R^1$, $\forall j\in\{1,\dots,k\}=J_k$, $C=const\in R^1$, $G^y=\{g_1^y,\dots,g_\eta^y\}$ – мультимножина [2], $g_t^y\in R^1 \in J_\eta$, , множина $E_{\eta\nu}^{k}(G)$ – загальна множина k-розміщень [2] з η елементів мультимножини G^y, серед яких ν різних.

Не порушуючи загальності міркувань, можна розглянути задачу вигляду (1)–(3), яка одержана з задачі (1)–(3) шляхом ділення всіх змінних y_j, $j\in J_k$, та всіх елементів g_t^y, $t\in J_\eta$, на сталу C. Задача (1)–(3) набуде вигляду

$$\sum_{j=1}^{k} c_j x_j \to min; \tag{4}$$

$$x=(x_1,\dots,x_k)\in E_{\eta\nu}^{k}(G); \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{k} x_j = 1, \tag{6}$$

де $G=\{g_1,\dots,g_\eta\}$ – відома мультимножина, $g_j\in R^1$. Зв'язок між еквівалентними задачами (1)–(3) та (4)–(6) встановлюють співвідношення

$$x_j C = y_j \quad \forall j \in J_k; \quad g_t C = g_t^y \quad \forall t \in J_\eta .$$

Далі розглянемо задачу (4)–(6). Для її розв'язування пропонується застосувати методологію методу гілок та меж (МГМ).

В методі гілок та меж необхідно визначити три елементи: 1) спосіб оцінювання допустимих підмножин; 2) спосіб галуження допустимої підмножини; 3) правила відсікання безперспективних (або порожніх) підмножин допустимих розв'язків.

Розглянемо спосіб галуження множини допустимих розв'язків на підмножини. Для галуження пропонується зробити таке. Упорядкуємо коефіцієнти цільової функції згідно таких нерівностей:

$$c_{\alpha_1} \geq c_{\alpha_2} \geq \ldots \geq c_{\alpha_l} \geq 0 > c_{\alpha_{l+1}} \geq \ldots \geq c_{\alpha_k}, \tag{7}$$

а елементи мультимножини G вважаємо, без обмежень загальності міркувань, пронумерованими так, що виконуються співвідношення:

$$g_1 \leq g_2 \leq \ldots \leq g_k \leq g_{k+1} \leq \ldots \leq g_\eta . \tag{8}$$

Галуження пропонується робити «в глиб» визначаючи одну за одною змінні в векторі $x \in E_{\eta\nu}^k$ в порядку номерів $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{l-1}, \alpha_{l+1}$, а потім $\alpha_k, \alpha_{k-1}, \ldots, \alpha_{l+1}$, де порядок визначається умовами (7), надаючи значення змінним з номерами $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_l$ послідовно $g_1, g_2, \ldots$, а змінним з номерами $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{l+1}$ – послідовно значення $g_\eta, g_{\eta-1}, \ldots$. Якщо подальше галуження «в глиб» не можливе (множина порожня, або одноелементна), відбувається повертання на попередній рівень дерева галужень з наданням попередньо визначеній змінній наступного значення.

Розглянемо спосіб оцінювання допустимих підмножин розв'язків.

Нехай при описаному способі галуження при утворенні підмножини Q множини вже допустимих розв'язків задачі (4)–(6) визначилися змінні $x_{\beta_1}, x_{\beta_2}, \ldots, x_{\beta_t}$. Очевидно, що в силу (7) маємо:

$$c_{\beta_1} \geq c_{\beta_2} \geq \ldots \geq c_{\beta_t} . \tag{9}$$

Змінні, що залишилися невизначеними, позначимо $\tilde{x}_1, \ldots, \tilde{x}_\tau$, де $t + \tau = k$. Нумерацію цих невизначених змінних, не порушуючи загальності міркувань, здійснимо так, щоб виконувалися наступні співвідношення для коефіцієнтів $\tilde{c}_j$ цільової функції при змінних $\tilde{x}_j$ $\forall j \in J_\tau$:

$$\tilde{c}_1 \geq \tilde{c}_2 \geq \tilde{c}_\lambda \geq 0 > \tilde{c}_{\lambda+1} \geq \ldots \geq \tilde{c}_\tau . \qquad (10)$$

Значення t змінних

$$x_{\beta_1} = g_{i_1}, \ldots, x_{\beta_t} = g_{i_t}, \qquad (11)$$

що визначено згідно описаних правил галуження при утворенні підмножини Q, об'єднаємо в мультимножину $G_B = \left\{g_{i_1}, \ldots, g_{i_t}\right\}$. Тоді значення невизначених змінних можуть вибиратися з мультимножини $\tilde{G}$, яка є різницею мультимножин G та G_B: $\tilde{G} = G - G_B = \left\{\tilde{g}_1, \ldots, \tilde{g}_\chi\right\}$, де $\chi + t = \eta$. Нехай елементи $\tilde{G}$ пронумеровані так, що

$$\tilde{g}_1 \leq \tilde{g}_2 \leq \ldots \leq \tilde{g}_\chi . \qquad (12)$$

При підстановці значень змінних $x_{\beta_1}, \ldots, x_{\beta_t}$ в цільову функцію (4) одержимо такий доданок

$$\nu = \sum_{p=1}^{t} c_{\beta_p} g_{i_p} . \qquad (13)$$

Як відомо, число ξ в задачі мінімізації функцій $F(x)$ на множині $x \in D$ є оцінкою підмножини $D_i \subset D$, якщо $\xi \leq F(x)$ $\forall x \in D_i$.

Теорема 1. Оцінкою ξ підмножини Q множини допустимих розв'язків задачі (4)–(6) є величина

$$\xi = \nu + c^*, \qquad (14)$$

де ν обчислюється за формулою (13), а

$$c^* = \sum_{j=1}^{\lambda} \tilde{c}_j \tilde{g}_j + \sum_{j=1}^{\tau-\lambda} \tilde{c}_{\lambda+j} \tilde{g}_{\chi-\tau+\lambda+j} \qquad (15)$$

за умов (10), (12).

Розглянемо правила відсікання безперспективних (або порожніх) підмножин (вершин дерева галуження).

Використовується стандартне правило відсікання: якщо для підмножини Q оцінка $\xi \geq F_0 = F(x_0)$ – значення цільової функції на одноелементній допустимій множині x_0 – тобто деякий допустимий розв'язок, – то підмножина Q – відсікається (не галузиться далі). Теж, – якщо $Q = \varnothing$ (жодна точка в ній не задовольняє (6)).

Якщо $F_0 < F_1 = F(x_1)$, $\{x_1\} = Q$, тобто $|Q| = 1$, то значення F_0 (поточний «рекорд») оновлюється: $F_0 := F_1$ (заміняється на F_1). Нове F_0 порівнюють з оцінкою ξ кожної допустимої множини Q (що не відсічена). Якщо $\xi \geq F_0$ множину Q відсікають.

Позначимо підмножину Q допустимих розв'язків в МГМ для задачі (4)–(6) так:

$$D_{i_1 \dots i_r}^{\beta_1 \dots \beta_r} = \Big\{ x = (x_1, \dots, x_k) \in R^k \mid x_{\beta_j} = g_{i_j} \forall j \in J_r,$$

$$\forall r \in J_n, (\beta_1, \dots, \beta_r) \in E_k^r(J_k); (i_1, \dots, i_r) \in E_\eta^r(J_\eta) \Big\},$$

де $E_k^r(J_k)$ позначає множину r-розміщень без повторень з множини J_k (див. [2]), β_j, i_j задовольняють (9), (11) за умови $r = t$. Оцінку ξ цієї множини, визначену за формулами (13)–(15) за умов (9)–(10), (12) позначимо $\xi_{i_1 \dots i_r}^{\beta_1 \dots \beta_r}$. Має місце така теорема.

Теорема 2. Між оцінками підмножин $D_{i_1 \dots i_r}^{\beta_1 \dots \beta_r}$ та $D_{i_1 \dots i_r \dots i_{r+\chi}}^{\beta_1 \dots \beta_r \dots \beta_{r+\chi}}$ справедливе співвідношення:

$$\xi_{i_1 \dots i_r}^{\beta_1 \dots \beta_r} \leq \xi_{i_1 \dots i_{r+\chi}}^{\beta_1 \dots \beta_{r+\chi}},$$

де $r + \chi \leq k$, $\forall r \in J_{k-1}$ $\forall \chi \in J_{k-1}^0 = J_{k-1} \cup \{0\}$, $(\beta_1, \dots, \beta_q) \in E_k^q(J_k)$; $(i_1, \dots, i_q) \in E_\eta^q(J_\eta)$, $q \in \{r; r+\chi\}$; величини $i_j \in J_\eta$ та $\beta_1, \dots, \beta_{r+\chi}$ задовольняють умовам (9), (11).

В доповіді дається розв'язок МГМ задачі оптимізації лінійної функції на розміщеннях за умов одиничності суми елементів розміщення.

Література

1. Сергиенко И. В. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации / И. В. Сергиенко, М. Ф. Каспшицкая. – К. : Наук. думка, 1981. – 288 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т системн. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

3. Стоян Ю. Г. Оптимізація на поліррозміщеннях: теорія та методи / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець, Є. М. Ємець. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2005. – 103 с.
4. Емец О. А. Комбинаторная оптимизация на размещениях / О. А. Емец, Т. Н. Барболина. – К. : Наук. думка, 2008. – 159 с.
5. Емец О. А. Оптимизация на полиперестановках / О. А. Емец, Н. Г. Романова. – К. : Наук. думка, 2010. – 105 с.
6. Панишев А. В. Модели и методы оптимизации в проблеме коммивояжера / А. В. Панишев, Д. Д. Плечистый. – Житомир : ЖДТУ, 2006. – 300 с.
7. Гуляницкий Л. Ф. Розробка моделей і наближених методів комбінаторної оптимізації та їх застосування в інформаційних технологіях: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи» / Л. Ф. Гуляницкий. – К., 2005. – 32 с.
8. Гребеннік І. В. Математичні моделі та методи комбінаторної оптимізації в геометричному проектуванні: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук: спец. 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи» / І. В. Гребеннік. – Харків, 2006. – 34 с.
9. Емец О. А. Решение некоторых задач комбинаторной оптимизации на размещениях и перестановках игрового типа / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 3. – С. 37–47.
10. Емец О. А. Исследование задач комбинаторной оптимизации игрового типа на размещениях / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Проблемы управления и информатики. – 2007 – № 1. – С. 26–36.
11. Емец О. А. Исследование математических моделей и методов решения задач на перестановках игрового типа / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Кибернетика и сист. анализ. – 2007. – № 6. – С. 103–114.
12. Ємець О. О. Розв'язування ігрових задач на перестановках / О. О. Ємець, Н. Ю. Устьян // Наукові вісті НТУУ «КПІ». 2007. – № 6. – С. 47–52.
13. Ємець О. О. Один ітераційний метод розв'язування ігрових задач на переставленнях / О. О. Ємець, Н. Ю. Устьян // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2008. – № 3. – С. 5–10.
14. Емец О. А. Игры с комбинаторными ограничениями / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Кибернетика и сист. анализ. – 2008. – № 4. – С. 134–141.
15. Емец О. А. Исследование решений линейных задач евклидовой комбинаторной оптимизации на перестановках с дополнительными ограничениями Ч. 1 / О. А. Емец, Н. Ю. Устьян // Проблемы управления и информатики. – 2011. – № 2. – С. 26–32.
16. Ємець О. О. Програмування та дослідження методів розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу / О. О. Ємець, О. В. Ольховська // Економіка: проблеми теорії та практики. Зб. наук. праць. Вип. 256, т. 10. – Д. : ДНУ, 2009. – С. 2392–2396.
17. Ємець О. О. Розв'язування задач оптимізації ігрового типу на множині розміщень / О. О. Ємець, О. В. Ольховська // В кн. : Інформатика та

системні науки (ІСН-2010) : матеріали Всеукраїн. наук.-практ. конф. (18–20 березня 2010 р., м. Полтава). – Полтава : РВВ ПУСКУ. – С. 61–63.
18. Ємець О. О. Розв'язування комбінаторних задач ігрового типу на розміщеннях / О. О. Ємець, О. В. Ольховська // В кн. : Матеріали Десятого Міжвузівського науково-практичного семінару «Комбінаторні конфігурації та їх застосування» (15–16 жовтня 2010 року, Кіровоград). – Кіровоград : КНТУ, 2010. – С. 63–67.

ЗАДАЧА ЗНАХОДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКУ В МЕРЕЖІ З ДОДАТКОВИМИ КОМБІНАТОРНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

О. О. Ємець*, д.ф.-м.н., професор;*
Є. М. Ємець*, к.ф.-м.н., доцент;*
Ю. Ф. Олексійчук*, аспірант*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Задача знаходження максимального потоку в мережі є добре дослідженою і розглядається, зокрема в [1–2]. Для знаходження максимального потоку в мережі використовуються алгоритми Форда і Фалкерсона [1], Едмондса і Карпа, Дініца, Карзанова та ін. [2].

Задача знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями дозволяє розширити коло прикладних задач, що моделюються потоками в мережах. Водночас, перелічені алгоритми потребують суттєвої модифікації або й взагалі є незастосовними до розв'язання цієї задачі. Отже, нова модель вимагає розробки методів її розв'язування.

Постановка задачі

Нехай задано транспортну мережу графом з множиною вершин $\{V_i\}$ та множиною дуг $\{e_{ij}\}$, де e_{ij} сполучає вершини V_i та V_j. Принаймні одна із вершин має лише дуги, що виходять. Така вершина називається джерелом і позначається V_s. Вершина, яка має лише дуги, що входять, називається стоком і позначається V_t. (Надалі будемо розглядати лише мережі з одним джерелом і одним стоком.) Кожна з дуг e_{ij} має пропускну спроможність $b_{ij} \geq 0$. Елемент потоку, що відповідає дузі e_{ij} позначимо y_{ij}, $0 \leq y_{ij} \leq b_{ij}$. Нехай через деякі із дуг e_{ij} можна транспортувати продукт деякими порціями $x_{ij} = g_l \in G$, де $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_\eta\}$ – деяка мультимножина, причому вектор з x_{ij} є розміщенням елементів з G. (Під мультимножиною G будемо розуміти сукупність елементів, серед яких можуть бути й однакові (нероз-