$$\tau \le \frac{2k_0h^2}{4+\varepsilon_0k_0^2h^2+2\sigma h}\ .$$

Висновки. У роботі запропоновано підхід до чисельного моделювання та оптимізації акустичних полів, який використовує явні(неявні) різницеві схеми для хвильового параболічного рівняння типу Шредінгера. Досліджені диференціальні властивості критерія якості, отримано вираз для градієнта функціонала та умову стійкості явної тришарової різницевої схеми за початковими даними.

Література

1. Гладкий А. В., Сергиенко И. В., Скопецкий В. В. Численно-аналитические методы исследования волновых процессов. – К. : Наук. думка, 2001. – 452 с.
2. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.

УДК 371.398.001.57:519.24:[355.232]

ПРО МАТЕМАТИЧНО-СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

***Ю. В. Глуховець**, к.т.н., доцент; **Є. І. Івченко**, к.т.н., доцент;*
***В. І. Божко; О. В. Ольховська**, аспірант*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

На сучасному етапі наукових досліджень у будь-якій галузі знань неможливо обійтися без моделювання процесів, що досліджуються. Не є винятком і педагогіка вищої школи при вивченні й підвищенні ефективності навчального процесу (НП).

Зауважимо, що теорія побудови моделей дотепер розроблена ще далеко недостатньо. Тому побудова адекватних і придатних для практичного використання моделей різноманітних процесів і задач і донині, залишається «мистецтвом».

У даній публікації ми спробуємо дати деякі уявлення про ефективні методи побудови моделей і запропонувати одну модель, що може бути використана при розв'язанні задач, пов'язаних із НП у вищих навчальних закладах (ВНЗ).

Звичайно, моделлю прийнято називати зручне спрощене уявлення істотно важливих характеристик реального процесу

(об'єкта) або ситуації. З погляду цього визначення жодна із запропонованих моделей не буде досконалою.

При математико-статистичному моделюванні НП у ВНЗ доцільно розробити спрощене формулювання задачі, а, також, і модель. Провести в рамках такої моделі відповідні дослідження і з'ясувати якої стратегії вони відповідають. Проте і спрощена модель НП повинна містити в собі множини можливих дій і станів природи цього процесу.

Якщо побудована модель не буде адекватною НП, то одержимо або суперечливі висновки, або не зможемо знайти розв'язання.

Розглянемо випадок експертних оцінок засвоєння знань студентів. Це випадок повторення того самого іспиту при постійних умовах. (Наприклад, іспит або залік). Причому в якості елементарних виходів кожного окремого іспиту будемо розрізняти лише два виходи: появи події X (позитивна відповідь того, якого навчають) і поява події Y (негативна відповідь того, якого навчають), так, що:

$$X+Y=Z\,. \tag{1}$$

Можливість появи події для кожного іспиту постійна і дорівнює $P(x)=p$, де $0<p<1$.

Для події Y будемо мати:

$$P(y)=1-P(x)=1-p=g \tag{2}$$

так що $p+g=1$.

Нехай тепер у процесі досвіду опитано n студентів і будемо розглядати цей досвід як один складний іспит. Результат опитування кожного студента будемо відзначати буквою X або Y на відповідному місці. Наприклад, при двох іспитах можливі $2^2=4$ результати: yy; yx; xy і xx, при трьох іспитах $2^3=8$ результатів і т. д.

Очевидно, що кожному результату з n опитаних студентів (усього буде 2^n результатів) буде відповідати послідовність n букв X і Y, що будуть чергуватися в тому порядку, у якому з'являються ці події у n іспитах.

Так як іспити незалежні (знання одного студента не залежать від знань іншого), то ймовірність кожного результату буде дорівнювати добутку ймовірностей подій X і Y у відповідних іспитах.

Якщо в отриманій послідовності буква X зустрічається m

разів, то буква Y зустрічається $n-m$ разів, а ймовірність такого результату буде $p^m g^{n-m}$ незалежно від того, у якому порядку чергуються ці m букв X і $n-m$ букв Y.

Для написаної вище послідовності з восьми можливих виходів A трьох іспитів, підраховані ймовірності P наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Виходи A	YYY	YYX	YXY	XYY
Імовірності P	$Ggg=g^3$	$ggp=g^2p$	$gpg=g^2p$	$pgg=g^2p$
Виходи A	XXY	XYX	YXX	XXX
Імовірності P	$Ppg=pg^2$	$pgp=p^2g$	$gpp=gp^2$	$ppp=p^3$

Безпосередньо з таблиці 1 отримуємо:

$$g^3+3g^2p+3pg^2+p^3=(g+p)^3=1. \quad (3)$$

Якщо покласти ймовірність $P_n(m)$ рівною m разів одержати подію X у процесі n іспитів, то прийдемо до відомого в теорії ймовірності біноміальному закону розподілу [1], тобто:

$$P_n(m)=C_n^m p^m g^{n-m}=\frac{n!}{(m!(n-m)!)p^m g^{n-m}}, \quad (4)$$

де C_n^m – число сполучень із n елементів по m. Зауважимо, що для заданого значення n і $m=0,1,2,...,n$ імовірності $P_n(m)$ будуть послідовними членами розкладання по формулі бінома Ньютона виразу $(p+g)^n$, тобто:

$$(p+g)^n=C_n^0 g^n p_0+C_n^1 g^{n-1}p^1+...+C_n^m g^{n-m}p^m+...+C_n^0 g^0 p^n=1. \quad (5)$$

Для обчислення біноміальних коефіцієнтів зручно скористатися трикутником Паскаля [2].

Основою біноміального розподілу служить вибірковий метод іспитів, що відповідає основному методу статистичних іспитів.

Наведем деякі приклади. При симетричному розподілі позитивних і негативних відповідей студентів, знаходимо, що одержати п'ять позитивних відповідей із 10 незалежних іспитів буде:

$$P(5)=C_{10}^5\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=\frac{63}{256}=0.246.$$

При тих же 10 іспитах імовірність одержати позитивних відповідей не менше трьох, але не більш восьми складає:

$$P(n=3,m=8)=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\left(1+C_{10}^1+C_{10}^2+C_{10}^2+1\right)=0.934$$

Імовірність появи хоча б однієї позитивної відповіді при 10 іспитах буде 0,999.

Найімовірніше число m появи позитивних відповідей студентів при n іспитах може бути знайдено або з таблиці розподілу, обчисленої по формулі (4), або шляхом вишукування суміжних членів [3]:

$$\frac{P_n(m)}{P(m-1)}=\frac{p}{g((n+1)/m)-1}. \quad (6)$$

З аналізу цієї формули очевидно, що при зростанні m це відношення зменшиться. Найбільше значення воно одержує, коли $m=1$, тобто

$$\frac{P_n(1)}{P_n(0)}=\frac{np}{g}. \quad (7)$$

Найменше – коли $m=n$:

$$\frac{P_n(n)}{P_n(n-1)}=\frac{p}{ng}. \quad (8)$$

Так, якщо $m=(n+1)p$, то відношення (6) дорівнює одиниці, при менших значеннях m воно більше одиниці, а при більших значеннях m-менше одиниці.

Таким чином, запропонована модель незалежних іспитів (експертизи знань студентів), яка являє собою найпростішу теоретичну модель випадкового процесу. Її недоліком є те, що вона не враховує чинники, що впливають на рівень знань студентів. Водночас варто звернути увагу на те, що схема повторних незалежних іспитів Я. Бернуллі має теоретичний характер. Придатність її для опису того або іншого фізичного процесу (досвіду) перевіряється тільки практичним шляхом. Проте додаток схеми Я. Бернуллі не суперечить розподілу позитивних і негативних відповідей студентів.

Безпосереднім узагальненням схеми незалежних іспитів є ланцюги Маркова [3], проте розгляд цього питання виходить за рамки даної публікації.

Література

1. Боровков А. А. Курс теории вероятностей. – М. : Наука, 1972. – 287 с.
2. Видуев Н. Г., Кондра Г. С. Вероятностно-статистический анализ погрешностей измерений. – Н. : Недра, 1969. – 320 с.
3. Смирнов Н. В. Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М. : Наука, 1965. – 511 с.

УДК 371.13.046.16:51/53:[004

РІЗНІ ПІДХОДИ ДО НАБЛИЖЕНОГО ОБЧИСЛЕННЯ ВИЗНАЧЕНИХ ІНТЕГРАЛІВ

***О. П. Губачов**, к.ф.-м.н., доцент;*
***В. І. Пагно**, д.ф.-м.н., професор*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка

Авторська комп'ютерна програма Visual Calculus дозволяє проводити математичні розрахунки і підтримувати вивчення математики в школі та ВНЗ. Тут ми зупинимося на основних можливостях даної програми з обчислення визначених інтегралів та її перевагами над класичними методами такого обчислення.

Однією з найважливіших практичних задач обчислювальної математики є задача чисельного інтегрування [1]. Як і інші задачі цієї предметної галузі, вона проходить шлях від її постановки до отримання результатів через деяку систему, що складається з людей, які розв'язують задачу, та ЕОМ. Років з 15 тому застосування ЕОМ було вузьким місцем, що уповільнювало роботу цієї системи, з простої причини недостатньої кількості ЕОМ. Тому застосування аналітичних методів розв'язування та оцінки похибки на той час серед задач чисельного інтегрування було виправданим. Зараз же, за рахунок широкого розповсюдження засобів обчислювальної техніки, пріоритети змінилися, вузьким місцем цієї системи стає часто вибір математичної моделі, методів розв'язування задачі, програмування та інших етапів, що передують безпосередньому розв'язуванню задачі на ЕОМ.

Особливо важливим постає створення систем розв'язування задач з максимально спрощеним інтерфейсом між людиною та ЕОМ, що передбачає невисоку кваліфікацію користувача щодо чисельних методів та програмування. Наприклад, хотілося б, щоб до програм обчислення інтегралу із заданою точністю міг звернутися дослідник або студент, який лише знає, що таке інтеграл, але котрий не вміє ні інтегрувати, ні диференціювати, ні проводити оцінку точності наближення.

Опишемо типову класичну схему застосування ЕОМ для отримання розв'язку задачі чисельного інтегрування:

1) обираємо, наприклад, метод квадратур Сімпсона, створюємо (або запозичуємо з чисельних книжок [1,2], бібліотек) комп'ютерну програму однією з мов програмування високого рівня, яка реалізує формули обчислення за цим методом;

2) задаємо для потрібного визначеного інтегралу вид функції та верхні, нижні межі інтегрування;

3) обираємо потрібну похибку обчислень (визначається практичними потребами або завданням роботи);

4) $R(f)=max|f^{(4)}(x)|\dfrac{h^3}{2880}$ – залишковий член метода Сімпсона має максимальне значення на проміжку інтегрування модуля четвертої похідної підінтегральної функції; тому знаходимо першу, другу, третю, четверту похідні підінтегральної функції, оцінюємо зверху модуль цього виразу та обираємо крок h, щоб увесь залишковий член не перевищував обрану максимальну похибку;

5) проводимо обчислення з обраним кроком h, результат заокруглюємо згідно з обраною похибкою.

Опишемо і другу схему застосування програми Visual Calculus для отримання розв'язку задачі чисельного інтегрування, що, на наш погляд, вимагає менше зусиль для отримання результату:

1) задаємо функцію, що входить у підінтегральний вираз (програма Visual Calculus дозволяє використовувати розширений набір функцій, куди входять, зокрема, багато спеціальних функцій) для ілюстрації обираємо пункт головного меню Криві | Нова крива та задамо $y = x^2 - 3x$;

2) використовуємо пункт головного меню Інструменти | Інтеграл і площа..., опісля чого з'являється діалогове вікно, де задаємо межі інтегрування, наприклад $a = -1$ та $b = 5$ та точність обчислення, наприклад 0.01;