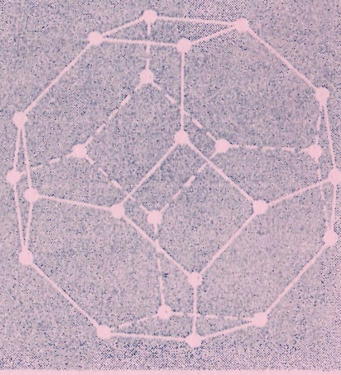
Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та
соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського
наукового семінару
26–27 серпня 2011 року



Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

Міністерство освіти і науки, молоді і спорту України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Кафедра математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2011)

Матеріали Всеукраїнського наукового семінару
26–27 серпня 2011 року

Полтава
РВВ ПУЕТ
2011

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18
К63

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ-2011) : матеріали Всеукраїнського наукового семінару 26–27 серпня 2011 р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. О. О. Ємця. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 118 с.

ISBN 978-966-184-126-9

Збірник тез семінару включає сучасну проблематику в таких галузях як: комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірка розрахована на фахівців з кібернетики, інформатики та системних наук.

УДК 519.7 + 519.8
ББК 22.18

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.

За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-126-9

ЗМІСТ

Аралова Н. И., Мастыкаш Ю. И., Машкина И. В.
Информационные технологии оценки резервных возможностей функциональной системы дыхания лиц, выполняющих работу в экстремальных условиях высокогорья 7

Бараненко В. О., Чаплигіна С. М., Дуліца І. П.
Про деякі моделі невизначеного програмування в задачах будівельної механіки 10

Барболіна Т. М.
До питання перебору узагальнених λ-класів 12

Батзул Т., Дунгаамаа Д., Мунхцэцэг Б.
Распределение нечеткого множества и нечетная функция 15

Валуйська О. О., Романова Н. Г.
Задача балансування диску як задача евклідової комбінаторної оптимізації на поліпереставленнях 22

Валуйська О. О., Скворцов Д. В.
Комбінаторна задача про розподіл ресурсів з умовою на частинний порядок 24

Величко А. В.
Применение модифицированного генетического алгоритма, к задаче о покрытии множества 26

Ганхуяг Д.
Математическая модель функционирования региона и его экологическая оценка 29

Гребенник И. В., Титова О. С.
Оптимизация линейной функции на циклических перестановках 32

Гуляницький Л. Ф., Рудик В. О.
Застосування *Н*-методу для прогнозування третинної структури молекул протеїнів 33

Емеличев В. А., Коротков В. В.
Многокритериальная минимаксная квадратичная задача с распадающимися переменными в условиях неопределенности 37

Емеличев В. А., Кузьмин К. Г.
Об устойчивости эффективных решений многокритериальной задачи о максимальном разрезе графа 39

Ємець О. О., Галюкова О. Ю.
Розв'язування комбінаторної задачі покриття прямокутника прямокутниками 41

Ємець О. О., Ємець Ол-ра О.
Оптимізація лінійної функції на розміщеннях за умов одиничності суми елементів розміщення 45

Ємець О. О., Ємець Є. М., Олексійчук Ю. Ф.
Задача знаходження максимального потоку в мережі з додатковими комбінаторними обмеженнями 51

Ємець О. О., Ольховська О. В.
Про зведення задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях до пари двоїстих задач лінійного програмування 53

Ємець О. О., Тур О. В.
Ізоморфізм Бовмана між графами і переставленнями та його використання для побудови предфрактальних переставних конфігурацій 57

Желдак Т. А.
Адаптація комбінаторного генетичного алгоритму в задачі обмеженого розбиття множин у дійсному просторі 62

Зеленцов Д. Г., Короткая Л. И.
Использование теории нечётких множеств при решении задач долговечности корродирующих конструкций 65

Козин И. В., Бондаренко А. С.
Эволюционные модели в задачах оптимального упорядочения 67

Костюк О. О.
Побудова моделі документообігу віртуального підприємства на базі концепції висновку по аналогіях 69

Кулик И. А., Скордина Е. М.
Метод генерирования сочетаний на основе биномиальных чисел 71

Лебєдєва Т. Т., Семенова Н. В., Сергієнко Т. І.
Взаємозв'язок між стійкістю векторних задач пошуку рішень, оптимальних за Слейтером, за Парето та за Смейлом 73

Литвин О. Н., Носов К. В.
Вероятностная сходимость коэффициентов корреляции Спирмена в дискретной модели системы с обратными связями 76

Маляр М. М., Поліщук В. В.
Багатокритеріальна модель оцінки платоспроможності суб'єктів господарювання 78

Мельник І. М., Бубнов Р. В.
Розв'язання задачі вивчення негативних прогностичних параметрів помилки регіонарної анестезії за допомогою алгоритмічної схеми методу гілок і границь 80

Мельниченко О. С., Ємець Ол-ра О.
Ефективний алгоритм генерації перестановок 83

Михайлюк В. О.
Реоптимізація однієї проблеми про узагальнену виконуваність з апроксимаційно стійким предикатом розмірності 3 86

Ольховський Д. М.
Точні та наближені методи розв'язування евклідових комбінаторних оптимізаційних задач 88

Парфьонова Т. О.
Комбінаторна транспортна задача з можливим недовантаженням місткостей 90

Перепелица В. А., Максишко Н. К.
Многокритериальная постановка задачи разбиения ряда динамики на квазициклы 93

Полюга С. И.
Упаковка 3-мерных поликубов в контейнер 95

Рева В. Н.
Разложение функций, определенных на комбинаторных множествах 98

Рясна І. І., Ходзінський О. М.
Нечіткий підхід до оптимізації спеціалізованого програмного забезпечення 100

Самусь О. В.
Дослідження *H*-методу для розв'язання задач оптимізації на перестановках 103

Тимофієва Н. К.
Один розв'язний випадок в комбінаторній оптимізації та метод структурно-алфавітного пошуку 104

Ус С. А.
Задача оптимального розбиття множин із нечітким цільовим функціоналом 107

Чілікіна Т. В.
Моделі деяких прикладних задач комбінаторної оптимізації на вершинно розташованих множинах 109

Швачич Г. Г., Холод Е. Г.
Параллельный алгоритм задачи глобальной оптимизации 112

Шевчук Р. В.
Неоднорідні дифузійні процеси на півпрямій з загальною крайовою умовою Феллера-Вентцеля 115

Інформація про семінар 116

$$\rho^s\left(x^0\right)=\begin{cases}0, & если\ \Xi=\varnothing,\\ sup\Xi, & если\ \Xi\neq\varnothing,\end{cases}$$

где $\Xi=\left\{\varepsilon>0\forall V\in\Omega(\varepsilon)\left(x^0\in P^s(W+V)\right)\right\}$,

$$\Omega(\varepsilon)=\left\{V\in R^{s\times m}:||V||<\varepsilon\right\},$$

$$||V||=\sum_{k\in N_s}\sum_{\{i,j\}\in E}|v^k_{\{i,j\}}|,\ V=\left[v^k_{\{i,j\}}\right].$$

Теорема. Для радиуса устойчивости эффективного разреза $x^0\in P^s(W)$, $s\in N$, справедлива формула

$$\rho^s\left(x^0\right)=\min_{x\in X\setminus\{x^0,I-x^0\}}\sum_{k\in N_s}\left[f_k\left(x^0,W_k\right)-f_k\left(x,W_k\right)\right]^+.$$

Здесь $[z]^+=max\{0,z\}$, $z\in\boldsymbol{R}$.

Следствие. Эффективный разрез $x^0\in P^s(W)$ устойчив ($\rho^s\left(x^0\right)>0$) тогда и только тогда, когда $x^0\in Sm^s(W)$.

Здесь $Sm^s(W)=\left\{x\in X:\forall x'\in X\setminus\{x\}\exists k\in N_s\left(f_k\left(x,W_k\right)>f_k\left(x',W_k\right)\right)\right\}$ – множество Смейла (множество строго эффективных разрезов).

Работа выполнена при поддержке БРФФИ (проект Ф11К-095).

Литература

1. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М. : Мир, 1982. – 420 с.
2. Шило В. П. Решение задачи о максимальном разрезе графа методом глобального равновесного поиска. Кибернетика и системный анализ / В. П. Шило, О. В. Шило. – 2010. – № 5. – С. 68–79.
3. Емеличев В. А. О радиусе устойчивости эффективного решения векторной задачи целочисленного линейного программирования в метрике Гельдера, Кибернетика и системный анализ / В. А. Емеличев, К. Г. Кузьмин. – 2006. – № 4. – С. 175–181.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНОЇ ЗАДАЧІ ПОКРИТТЯ ПРЯМОКУТНИКА ПРЯМОКУТНИКАМИ

О. О. Ємець, *д.ф.-м.н., професор;*
О. Ю. Галюкова, *пошукач*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Постановка задачі. Задана прямокутна смуга з m смужками висоти h, довжини l_0; набір прямокутників довжинами $a_1,a_2,\dots,a_n$, ширини

h. Вважається, що сума площ усіх прямокутників більша, ніж ml_0h та $n \geq m$. Задача полягає в тому, щоб покрити смугу без налягань прямокутників та відстаней між ними так, щоб мінімізувався певний критерій оптимальності.

Нехай $a_1 \leq a_2 \leq \ldots \leq a_n$. Позначимо суму довжин прямокутників в смузі з номером i як z_i. Зрозуміло, що повинно виконуватися $z_i > l_0$. Тобто, $z_i - l_0$ є «виступом» покриття в i-й смузі. В якості критеріїв будуть розглядатися такі: 1) найдовший «виступ» покриття мінімізується; 2) сума «виступів» покриття мінімізується.

Модель, яка враховує перший критерій, назвемо модель 1, а другий – модель 2.

Введемо позначення: x_{ij} – довжина прямокутника, який стоїть в i-й смузі на j-му місці.

Максимально необхідна кількість t місць для розміщення прямокутників у кожній смузі визначається системою нерівностей:

$$\sum_{i=1}^{t-1} a_i < l_0, \qquad \sum_{i=1}^{t} a_i \geq l_0 .$$

Можна вважати, що в кожній смузі стоїть рівно t прямокутників, з яких деяка кількість фіктивних – нульової довжини. Тоді $z_i = \sum_{j=1}^{t} x_{ij}$.

Оскільки в кожній смузі стоїть принаймні один прямокутник, то кількість фіктивних прямокутників складає $m(t-1)$. Об'єднаємо $m(t-1)$ нулів та числа $a_1, \ldots, a_n$ в мультимножину $G = \{a_0, \ldots, a_0, a_1, \ldots, a_n\} = \{g_1, g_2, \ldots, g_\eta\}$.

Вибираємо з η елементів мультимножини G k елементів, $k = mt$. Отже, оскільки в кожній смузі t місць, то вектор $x = (x_{11}, \ldots, x_{1t}, x_{21}, \ldots, x_{2t}, \ldots, x_{i1}, \ldots, x_{it}, \ldots, x_{m1}, \ldots, x_{mt})$ задає розміщення прямокутників з довжинами з G в смузі при її покритті. Цей вектор є елементом множини розміщень $E^k_{\eta\nu}(G)$, де ν – кількість різних елементів в G. Якщо задати $\eta = k$, то $x \in E_{k\nu}(G)$, тобто x належить множині переставлення з мультимножини G. Далі вважаємо $n > m$.

Модель 1 має вигляд:

$$\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^{t} x_{ij} \to \min \tag{1}$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{t} x_{ij} \ge l_0 \; ; i = 1, 2, \ldots, m \, , \tag{2}$$

$$x \in E_{\eta\nu}^{k}\left(G\right). \tag{3}$$

Модель 2 за умов (2) та (3):

$$\sum_{i=1}^{m} \; \sum_{j=1}^{t} x_{ij} \to min \, . \tag{4}$$

Можна розглянути моделі задачі покриття, в яких прямокутники стають відомі в процесі покриття. Такі моделі назвемо динамічними, а множини заданих прямокутників – динамічними.

Пояснимо динамічний тип множини. На початку є N прямокутників довжинами $a_1, \ldots, a_N$. Нехай M з них, $M \le N$, вже розміщено в смужки. Позначимо $G(Д) = \{a_1, \ldots, a_N\}$.

Після розміщення залишається $N - M$ штук прямокутників та додаються нові. Нуль (в кількості m) та мультимножину довжин прямокутників, що можна вибирати, об'єднаємо в одну мультимножину та позначимо $G(Д) = \{a_j\}$. Кількість елементів у ній позначимо N – поточна кількість прямокутників, що розміщуються. Позначимо $l_1, l_2, \ldots, l_i, \ldots, l_m$ вже зайняті частини (сумарні довжини розташованих прямокутників) у відповідних смужках.

Позначимо $L_i = l_0 - l_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$.

Нехай $L_{i_1} \ge L_{i_2} \ge \ldots \ge L_{i_m}$.

Розташування наступного прямокутника робимо за таким правилом:

1) якщо є $a_j = L_i$, тоді в i-ту смужку ставимо прямокутник довжини a_j, та цю смужку виключаємо з подальшого розгляду;

2) якщо немає ситуації пункту 1), тоді в смужку з найбільшим L_i ставимо прямокутник, що має найбільшу не нульову довжину a_j, $a_j < L_i$, якщо це можливо;

3) якщо ситуації пунктів 1) і 2) неможливі, тоді вибираємо та розташовуємо в смугу i^* прямокутник довжиною a_{j^*}, де i^* та j^* визначається умовою: $a_{j^*} - L_{i^*} = \min\limits_{i,j}\left(a_j - L_i\right)$, де $1 \le i \le m$, $1 \le j \le N$;

тут j, за яким знаходиться мінімум – номер нерозміщеного прямокутника.

Зупинка в процесі розташування прямокутників відбувається, коли в усіх смугах $l_i \geq l_0$ або всі не фіктивні прямокутники використані. Після розташування прямокутника до множини нерозміщених прямокутників додається K штук з заданими довжинами. Перепозначимо кількість прямокутників, що є N, переобчислимо l_i, $1 \leq i \leq m$, та знову перевіряємо можливість розташування прямокутника.

Цей спосіб використовується для моделі, яку назвемо модель 1-Д, тобто задачі з цільовою функцією вигляду:

$$\max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^{t(Д)} x_{ij} \to \min,$$

або для моделі 2-Д з цільовою функцією

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{t(Д)} x_{ij} \to \min.$$

Мінімуми в цих моделях шукають за умов:

$$\sum_{j=1}^{t(Д)} x_{ij} \geq l_0, \ i = 1, 2, \ldots, m,$$

$$x \in E^{K}_{\eta(Д)\nu(Д)}\big(G(Д)\big),$$

де $G(Д)$ – мультимножина довжин, яка змінюється в часі, $\eta(Д) = |G(Д)|$ – кількість елементів в ній, $\nu(Д)$ – кількість різних елементів в ній. $t(Д)$ – змінна величина: якщо $\sum_{i=1}^{N} a_i \leq l_0$, то $t(Д) = N$, інакше $t(Д) = t$.

Спосіб покриття прямокутником з динамічної множини можна розповсюдити на моделі 1, 2 за наступним алгоритмом.

Крок 1. Ставимо з порядку $a_1 \geq \ldots \geq a_\eta$ найдовші прямокутники, які помістяться $(a_i \leq l_0)$ у кожну смужку i, $i = 1, \ldots, m$, по порядку номерів смуг та прямокутників. Підраховуємо l_i; $L_i = l_0 - l_i$, $i = 1, 2, \ldots, m$.

Крок 2. Якщо $a_j = L_i$, то в i-ту смугу ставимо прямокутник довжини a_j, цю смугу виключаємо з розгляду як покриту, тут a_j – довжина одного з ще не вибраних прямокутників. Перевірка умови кроку 2 здійснюється по порядку номерів для всіх смуг L_i, $i = 1, 2, ..., m$. Далі на крок 3.

Крок 3. Смугу з найбільшим L_i заповнюємо самим більшим a_j, якщо $a_j < L_i$. Переобчислюємо l_i, L_i.

Крок 4. Перевірка: чи є a_j (j – номер ще невибраного прямокутника), де $a_j < L_i$, якщо так – на крок 3, якщо ні – на крок 5. Перевірка здійснюється по порядку номерів смуг і прямокутників.

Крок 5. Вибираємо L_{i^*}, a_{j^*}:

$$a_{j^*} - L_{i^*} = \min_{i,j}\left(a_j - L_i\right),$$

де j – номер ще нерозміщеного прямокутника, а $1 \le i \le m^*$, m^* – кількість непокритих смуг.

Крок 6. Смуга i^* виключається з розгляду, як покрита. Перевірка умови: чи є непокриті смуги. Якщо немає – на крок 7. Якщо є – на крок 5.

Крок 7. За результатами кроку 5 підраховуємо значення критеріїв в моделі 1 (чи 2).

За результатами роботи алгоритму маємо в кожній смузі певні прямокутники з заданих, які покривають смужку.

У доповіді побудовано моделі комбінаторної задачі покриття прямокутника прямокутниками однакової ширини за різних критеріїв оптимізації. Наводяться розроблені наближені методи її розв'язування.

ОПТИМІЗАЦІЯ ЛІНІЙНОЇ ФУНКЦІЇ НА РОЗМІЩЕННЯХ ЗА УМОВ ОДИНИЧНОСТІ СУМИ ЕЛЕМЕНТІВ РОЗМІЩЕННЯ

О. О. Ємець, *д.ф-.м.н.,професор;*
Ол-ра О. Ємець, *к.ф.-м.н.*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Розвиваючись, (див., наприклад, [1–8]), комбінаторна оптимізація створює апарат для моделювання та розв'язування все більш широ-