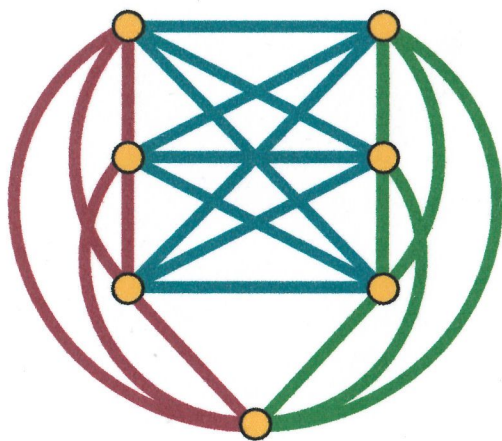


## ***Комбінаторні конфігурації та їх застосування***

*15-16 квітня 2011 року*



Міністерство освіти і науки України  
Кіровоградський національний технічний університет

*Матеріали*

Одинадцятого Міжвузівського науково-практичного семінару

**“КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ  
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ”**

*15–16 квітня 2011 року*

Кіровоград  
2011

Одинадцятий Міжвузівський науково-практичний семінар  
КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ  
ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Кіровоград, 15–16 квітня 2011 року

Засновник семінару – Державна льотна академія України

У збірнику вміщено матеріали Одинадцятого Міжвузівського науково-практичного семінару – ПОВІДОМЛЕННЯ про його роботу, ТЕЗИ 44 наукових доповідей, представлених на семінар.

Редакційна колегія:

Відповідальний редактор

Донець Георгій Папасович — доктор фізико-математичних наук, професор, зав. відділом Інституту кібернетики НАН України

Члени редколегії:

Петренюк А. Я. — доктор фізико-математичних наук, професор

Кіровоградського національного технічного університету

Авраменко О.В. — д.ф.-м.н., завідувач кафедри прикладної математики та інформатики

Кіровоградського державного педагогічного університету ім.В. Вінниченка;

Белявська Г.Б. — к.ф.-м.н., ст. н.с. Інституту математики та інформатики Академії Наук Молдови

Бондар О. П. — к.ф.-м.н., доцент кафедри фізико-математичних наук Державної льотної академії України

Воблий В.А. — к.ф.-м.н., доцент Московського державного технічного університету ім. Баумана

Волков Ю.І. — д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету ім.В. Вінниченка

Гамалій В.Ф. — д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики і маркетингу Кіровоградського національного технічного університету

Козін І.В. — доцент кафедри економічної кібернетики Запорізького національного університету

Ревякин А.М. — к.ф.-м.н., доцент, Московский государственный институт электронной техники (технический университет)

Сопронюк Ф.О. — д.ф.-м.н., професор, декан факультету комп'ютерних наук Чернівецького національного університету ім. Ю.Федьковича

Філер З.Ю. — д.т.н., к.ф.-м.н., професор кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету ім.В. Вінниченка

**Шендеровський В.А.** — д.ф.-м.н., професор, віце-президент Українського фізичного товариства (м.Київ)

**Ясинський В.К.** — д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри теорії ймовірності Чернівецького національного університету ім. Ю.Федьковича

### **Секретар редколегії**

**Семенюта М. Ф.** — к.ф.-м.н., ст. викладач Державної льотної академії України

### **Організаційний комітет:**

**Голова** — Семенюта М.Ф., к.ф.-м.п.

**Відповідальний секретар** — Петренюк В.І., к.ф.-м.н., доцент

### **Члени оргкомітету:**

**Гамалій В.Ф.** — д.ф.-м.н., професор, зав.кафедри економічної кібернетики і маркетингу КНТУ

**Дресв О.М.** — викладач кафедри програмного забезпечення КНТУ

**Кузнецов С.Т.** — ст.викладач кафедри інформаційних технологій ДЛАУ

**Настоящий В.А.** — к.т.н., професор, завідувач кафедри будівельних дорожніх машин та будівництва КНТУ

**Неділько С.М.** — к.т.н., професор, ректор ДЛАУ

**Петренюк А.Я.** — д.ф.-м.н., професор каф. БДМБ КНТУ

**Сидоренко В.В.** — д.т.н., завідувач кафедри програмного забезпечення КНТУ

**Семенюта М.Ф.** — к.ф.-м.н., ст.викладач Державної льотної академії України

**Семенюта О.С.** — студентка Кіровоградського національного технічного університету

**Якименко С.М.** — к.ф.-м.н., зав. кафедри вищої математики КНТУ

|                                                                                                                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Настоящий В.А., Петренко А.Я. Десятый міжвузівський науково-практичний семінар «Комбінаторні конфігурації та їх застосування».....                                        | 6  |
| 2. Агаи Аз Гамиш Ягуб Математические сейфы с однотипными замками на матрицах.....                                                                                            | 10 |
| 3. Бабий В.Я. Исследование морфологического и синтаксического анализа русского языка и их программная реализация .....                                                       | 15 |
| 4. Барболіна Т.М. Наближений метод розв'язування частково комбінаторних задач на розміщеннях .....                                                                           | 22 |
| 5. Бондарь О.П. О представлении графами действий авиаспециалистов .....                                                                                                      | 27 |
| 6. Бондаренко А. С. Асимптотическая эквивалентность задачи с жесткими задержками задаче упаковки в контейнеры.....                                                           | 28 |
| 7. Величко И.Г., Стеганцева П.Г., Башова Н.П. Вектор топологии и его свойства.....                                                                                           | 32 |
| 8. В.А. Воблый Об асимптотике помеченных m-угольных кактусов.....                                                                                                            | 34 |
| 9. Ю.И. Волков Распределения степенных рядов и функции деревьев.....                                                                                                         | 36 |
| 10. А.А.Вороненко Линейное доказательство повторности булевых функций в бинарном базисе .....                                                                                | 39 |
| 11. Г.П.Донець Екстремальні задачі на перестановках зі спеціальною генерацією .....                                                                                          | 41 |
| 12. Донець Г.П., Мироненко О.В. Побудова базових компонент біциклічної Т-факторизації за допомогою базових графів.....                                                       | 49 |
| 13. Донець Г.А., Кузнецов С.Т. О возможности нахождения за восемь проверок радиоактивной пары шаров среди 22-х.....                                                          | 56 |
| 14. Дубиницький Артем, Дресв О.М. Дослідження продуктивності багато потокових алгоритмів сортування на двоядерних системах .....                                             | 60 |
| 15. Дресв О. М. Вдосконалення методу послідовного вилучення трендів.....                                                                                                     | 63 |
| 16. Дресва Г.М. Чисельний пошук коренів довільних степеневих поліномів.....                                                                                                  | 64 |
| 17. Ємець О.О., Ємець Ол-ра О. Моделювання розміщення нечітких прямокутників в задачах комбінаторної оптимізації.....                                                        | 66 |
| 18. Ємець О.О., Ольховська О.В...Доведення збіжності Доведення збіжності ітераційного методу розв'язування задач комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях..... | 70 |
| 19. Ємець О.О., Ємець Є.М., Парфьонова Т.О., Чілікіна Т.В Опінки в методі гілок та меж для задач нелінійної умовної оптимізації на переставленнях .....                      | 74 |
| 20. А. И Зинченко, И. Г. Величко Числа Каталана в задачах регулярного раскроя .....                                                                                          | 76 |
| 21. А.В.Извалов Задачи дискретной математики в онлайн-играх.....                                                                                                             | 78 |
| 22. Кожухов И.Б., Малинаускас К.К., Ревякин А.М. Диаграммы Вороного и их приложения.....                                                                                     | 80 |

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 23. И.В.Козин, С.В.Курапов Эволюционно-фрагментарный метод выделения максимально плоского суграфа .....                     | 100 |
| 24. И.В. Козин, С.И. Полюга Модель задачи размещения производства с ограничениями.....                                      | 102 |
| 25. С.В. Курапов, Т.А. Похальчук Выделение дерева графа оптимальной стоимости методом алгебры структурных чисел.....        | 104 |
| 26. С.Т. Кузнецов О простых решениях известных комбинаторных логических задач .....                                         | 108 |
| 27. Михалева А.С. О некоторых специальных числах .....                                                                      | 113 |
| 28. Нагорный А.С. О свойствах предполных классов в трехзначной логике.....                                                  | 117 |
| 29. Олійник Д. О. Дослідження та розробка графових моделей розподілу навантажень екіпажу у цивільній авіації.....           | 122 |
| 30. Падзіня Ілля, Дресв О.М. Нові методи фарбування множини Мандельброта.....                                               | 125 |
| 31. В.И.Петренко Построение некоторых графов ограниченного ориентируемого рода.....                                         | 128 |
| 32. Петровська Т.В. Терновський П.А...Кордальність корона-графів.....                                                       | 132 |
| 33. Петровська Т.В. Кордальність повних дводольних графів.....                                                              | 135 |
| 34. О.С.Пічугіна Метод побудови опуклих продовжень квадратних поліномів на одному класі розміщень та його застосування..... | 138 |
| 35. В.А.Романов Базисные разбиения Гауссовских мер.....                                                                     | 143 |
| 36. Семенюта М. Ф., Олійник О. С., Петренко А. Я. Про вершинно-антимігічні нумерації графів.....                            | 149 |
| 37. Сырко В. М. О симметрии простых чисел на промежутке $[0, 2n]$ .....                                                     | 161 |
| 38. Тимофієва Н. К. Про залежність цільової функції від кількох змінних у задачі розміщення різногабаритних модулів.....    | 174 |
| 39. Турчина В. А., Федоренко Н. К. Використання графів при моделюванні паралельних процесів.....                            | 178 |
| 40. Филлер З.Е., Дресв А.Н. Метод наложения эпох.....                                                                       | 181 |
| 41. Філер З.Ю., Музиченко О.І. Піфагорейські трійки та велика теорема Ферма.....                                            | 186 |
| 42. Д. В. Чистиков Дискретные функции с двумя сильно существенными переменными.....                                         | 190 |
| 43. К. М. Шевченко Побудова ізоморфізмі деяких 4-регулярних гамільтоново розкладних графів.....                             | 194 |
| 44. С.Д. Шевченко, О.С. Безушко Лінійне перетворення деяких 3-мінімальних графів із $K_4$ та $K_{2,3}$ .....                | 198 |

модель сформульованої задачі упакування прямокутників з нечіткими розмірами представляється у такому вигляді:

$$F^*(x^*) = \min_{x \in E_n(G)} \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^{p-m+1} x_{ij}; \quad x^* = \arg \min_{x \in E_n(G)} \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^{p-m+1} x_{ij}.$$

де  $\arg f(x)$  позначає точку  $x$ , що доставляє значення  $f(x)$  функції  $f$ .

В доповіді пропонуються методи знаходження точних та наближених розв'язків.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.
2. Ємець О.О., Ємець, Ол-ра О. Операції та відношення над нечіткими числами // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2008 – №5. – С. 39-46.

## ДОВЕДЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ІГРОВОГО ТИПУ НА РОЗМІЩЕННЯХ

Ємець О.О., Ольховська О.В.  
yemetsli@mail.ru, contacts@informatics.org.ua  
Полтавський університет економіки і торгівлі

В [1] розглянуто алгоритм ітераційного методу розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу на розміщеннях [2-4]. У доповіді дається доведення збіжності ітераційного методу розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач на розміщеннях.

Нехай матрична гра задана платіжною матрицею  $A' = (a'_{ij})$  вимірності  $\bar{m} \times n$ , елемент  $a'_{ij}$  якої показує перевищення (різницю) прибутків другого гравця в порівнянні з першим гравцем. На стратегії першого гравця накладаються обмеження, що визначаються розміщеннями.

Задана множина  $G$  з  $k$  елементами,  $|G|=k$ , з якої формується множина

$E_k^{\bar{m}}(G)$  розміщень  $X=(x_1,...,x_m) \in E_k^{\bar{m}}(G)$ , де  $\bar{m} \leq k$ .

Складемо нову платіжну матрицю  $A=(a_{ij})$  вимірності  $m \times n$ , де

$m = \frac{k!}{(k-\bar{m})!}$ . В цій матриці

$$a_{ij} = \sum_{i=1}^{\bar{m}} a'_{ij} x_{i1}, \forall i = \overline{1, \bar{m}}, \forall j = \overline{1, n},$$

де  $i$  - номер відповідного розміщення,  $X_i=(x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{im})$ .

Нехай ймовірність вибору першим гравцем  $i$ -го рядка  $p_i$ , а ймовірність

другого гравця обрати  $j$ -й стовпчик -  $q_j$ , де  $p_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^m p_i = 1$ ,  $q_j \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^n q_j = 1$ .

Математичне сподівання платежу першого гравця дорівнює  $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} p_i q_j$ .

Оскільки

$$\min_j \sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} p_i q_j \leq \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j,$$

то

$$\min_j \sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \leq \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \quad (1)$$

Згідно основної теореми теорії ігор [5] при деяких наборах ймовірностей  $P=(p_1,...,p_m)$  та  $Q=(q_1,...,q_n)$  нерівність (1) справджується як рівність, а такі стратегії  $P, Q$  є оптимальними стратегіями в матричній грі. Значення  $v$  ціни гри при цьому дорівнює

$$v = \min_j \sum_{i=1}^m a_{ij} p_i = \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j.$$

Позначимо  $A_i$   $i$ -й рядок матриці  $A$ , а  $B_j$  - відповідно  $j$ -й стовпець.

Нехай  $SUM_1(N)$  - вектор в послідовності  $\{SUM_1(0), SUM_1(1), ..., SUM_1(N), ..., \}$ .

Позначимо його  $j$ -ту координату  $SUM_{1j}(N)$  та

$$\max \sum_i A_i p_i(N) = \max_j \sum_j B_j q_j(N)$$

$$\min \sum_i A_i p_i(N) = \max_j \sum_j B_j q_j(N)$$

З цими позначеннями перепишемо (1):

$$\min_j \sum_{i=1}^m A_i p_i \leq \max_i \sum_{j=1}^n B_j q_j,$$

$$\text{де } p_i \geq 0, \sum_{i=1}^m p_i = 1, q_j \geq 0, \sum_{j=1}^n q_j = 1.$$

Означення. Система  $(SUM_2, SUM_1)$ , яка складається із послідовності  $m$ -вимірних векторів  $SUM_2(0), SUM_2(1), \dots$ , та  $n$ -вимірних векторів  $SUM_1(0), SUM_1(1), \dots$ , називається векторною системою  $(SUM_2, SUM_1)$  для матриці  $A$ , якщо виконуються такі умови.

1. Вектори  $SUM_1(0), SUM_2(0)$  - нульові, тобто  $SUM_1(0) = (0, \dots, 0)$ ,  $SUM_2(0) = (0, \dots, 0)$ . Зауважимо, що тоді виконується умова  $\min SUM_2(0) = \max SUM_1(0) = 0$ .

2.  $SUM_2(N+1) = SUM_2(N) + A_i$ ,  $SUM_1(N+1) = SUM_1(N) + B_j$  (2), де  $i, j$  задовольняють співвідношенню

$$SUM_{1i}(t) = \max_j SUM_1(N), \quad SUM_{2j}(t) = \max_i SUM_2(N).$$

При реалізації алгоритму з [1] система  $(SUM_2, SUM_1)$ , що утворюється, задовольняє властивості, наведені в означенні векторної системи.

Для кожного  $N$  ( $N$  - кількість ітерацій методу) буде виконуватися :

$$\frac{\min SUM_2(N)}{N} \leq v \leq \frac{\max SUM_1(N)}{N}.$$

Розв'язок гри одержується, коли ці границі рівні при  $N \rightarrow \infty$ . Доведена теорема, що встановлює цей факт.

Теорема. Якщо у процесі роботи алгоритму ітераційного методу для розв'язування задач комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях [1] утворена векторна система  $(SUM_2, SUM_1)$  для матриці  $A$ , то

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\min SUM_2(N)}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\max SUM_1(N)}{N} = v.$$

Теорема доводиться аналогічно доведенню збіжності методу Брауна–Робінсона [6].

В доповіді представлено обґрунтування збіжності ітераційного методу для розв'язування задач комбінаторної оптимізації ігрового типу на розміщеннях.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Ємець О.О. Ольховська О.В. Розв'язування задач ігрового типу на множині розміщень // Інформатика та системні науки (ІСН-2010): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 18-20 березня 2010 р. - Полтава: РВВ ПУСКУ, 2010.- С.61-63.
2. Емец О. А., Устьян Н. Ю. Решение некоторых задач комбинаторной оптимизации на размещениях и перестановках игрового типа // Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 3. – С. 37-47.
3. Емец О. А., Устьян Н. Ю. Исследование задач комбинаторной оптимизации игрового типа на размещениях // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 1. – С. 26-36.
4. Емец О. А., Устьян Н. Ю. Игры с комбинаторными ограничениями // Кибернетика и сист. анализ. – 2008. – №4. – С.134-141.
5. Вентцель Е.С. Элементы теории игр. Изд. 2-е, стереотип. – М.: Физматгиз, 1961. – 67 с.
6. Robinson J. An iterative method of solving a game // The Annals of Mathematics, Second Series. –1951. Vol. 54.– No. 2.–P.296-301.